

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

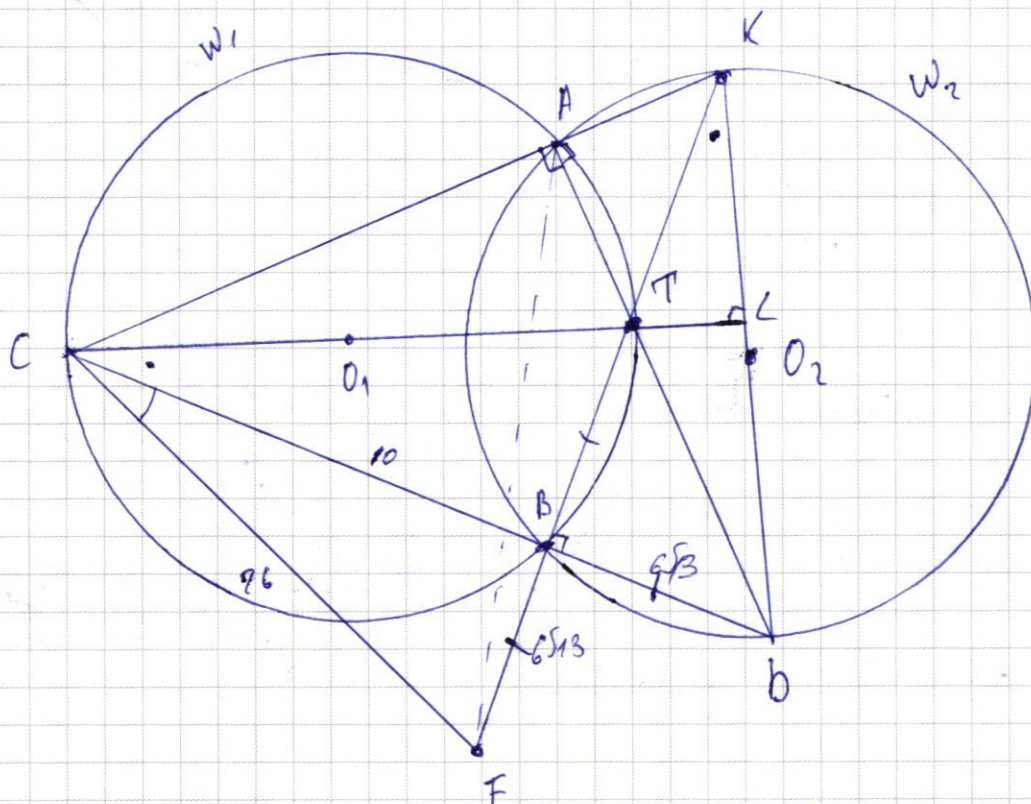
имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



а) пусть прямая BF пересек ω_2 в точке K и ω_1 в точке T

maka $\overset{90^\circ}{\angle KBD} = \angle DAK \Rightarrow \angle CAK = \angle CAD + \angle DAK = 180^\circ \Rightarrow$

С, А, К - лежат на одной прямой

СТ диаметр W_1 ~~и~~, т.к. $\angle CBT = 90^\circ \Rightarrow \angle CAT = 90^\circ \Rightarrow$

A, T, D - лежат на одной прямой

A, T, D - лежат на одной прямой
 T - ортоцентр ΔCKD , т.к. AD и KD - высоты
 ΔCKD
 $\angle CKD = 90^\circ - \angle BDK = \angle DCL$

$$\Delta BDK = \Delta B^T C \therefore C^T = DK = 2R$$

~~то~~ применяет.

с равными

1. гипотенузами
и кривым прибли-
и методом II

$$2) \angle BKD = \angle DCL$$
$$\Rightarrow BT = BD = BF \Rightarrow CB\text{-}bismessa$$

и междуна $\parallel$ FCT $\Rightarrow$ on p. 13. $\Rightarrow$ $CT = CF = 7R = 13$

8) нр. $BD = BT$ и $\angle TBP = 90^\circ \Rightarrow \angle BDT = \angle BTD = 45^\circ$

из $\triangle CAD$ ($\angle A = 90^\circ$): $\angle ~~CAD~~ ACD \neq \angle ADC = 90^\circ \Rightarrow$
 $\angle ACD = \angle ADC = \angle ~~BDT~~ BDT = 45^\circ$

$\Rightarrow \triangle CAD$ - равнобедрен и $AC = AD \Rightarrow AC^2 = AD^2$ по теореме Пифагора

$AC^2 + AD^2 = CD^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2} AD = CD = CB + BD$

из прямоугол. $\triangle FCB$ по теореме Пифагора

$BF^2 = CF^2 - BC^2 = 26^2 - 10^2 = 13 \cdot 36 \Rightarrow$

$BF = BD = BT = 6\sqrt{3}$

тогда $AC = \frac{BC + BD}{\sqrt{2}} = \frac{10 + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{26}$

$\sin \angle FCA = \sin(\angle DCA + \angle FCD) = \sin(45^\circ + \angle FCD) =$
 $= \sin 45^\circ \cdot \cos \angle FCD + \cos 45^\circ \cdot \sin \angle FCD = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{BC}{CF} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{CF} =$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{10}{26} + \frac{6\sqrt{3}}{26} \right) = \frac{\sqrt{2}(5 + 3\sqrt{3})}{2 \cdot 13}$

$S_{AFC} = \frac{1}{2} CF \cdot AC \cdot \sin \angle FCA = \frac{1}{2} \cdot 26 (5\sqrt{2} + 3\sqrt{26}) \frac{\sqrt{2}(5 + 3\sqrt{3})}{26} =$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} (5\sqrt{2} + 3\sqrt{26})(5 + 3\sqrt{3}) = \frac{(5\sqrt{2} + 3\sqrt{26})(5 + 3\sqrt{3})}{\sqrt{2}} =$
 $= (5 + 3\sqrt{3})^2 = 25 + 112 + 30\sqrt{3} = 142 + 30\sqrt{3}$

Ответ: $142 + 30\sqrt{3}$

51

$16875 = 5^4 \cdot 3^3$, тогда мы имеем всего два варианта

набора цифр: 1) 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1 2) 5, 5, 5, 5, 3, 3, 1

различных чисел из цифр того набора $\frac{8!}{4!3!}$

из цифр 2-ого набора $\frac{8!}{4!2!} \Rightarrow$ все подходящих нам чисел $\frac{8!}{4!2!} + \frac{8!}{4!3!} = 1120$ Ответ: 1120

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

25 изобразим графически множество точек из первого уравнения системы

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

рассмотрим 4 случая:

1) $x-6-y > 0$ $x-6+y > 0$, тогда

$$x-6-y + x-6+y = 2x-12 = 12 \Rightarrow x=12$$

2) $x-6-y > 0$ $x-6+y < 0$

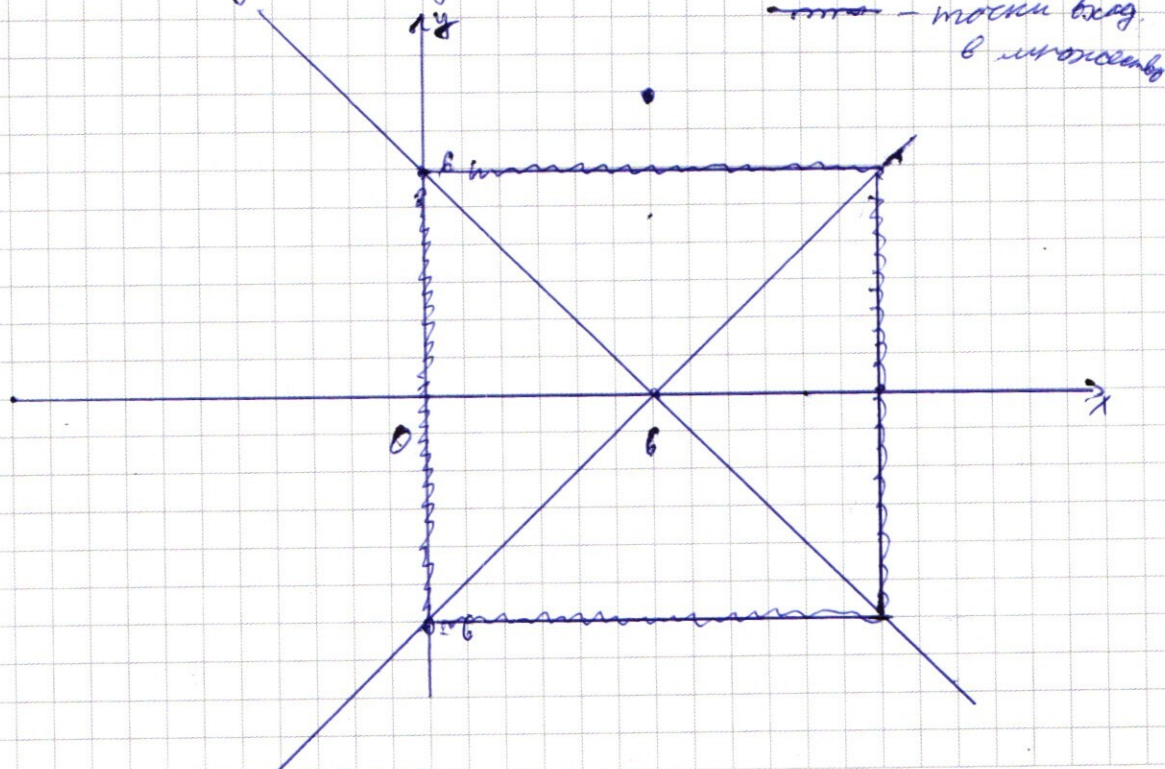
$$x-6-y - x+6-y = -2y = 12 \Rightarrow y = -6$$

3) $x-6-y < 0$ $x-6+y > 0$

$$-x+6+y + x-6+y = 2y = 12 \Rightarrow y = 6$$

4) $x-6-y < 0$ $x-6+y < 0$

$$-x+6+y - x+6-y = -2x+12 = 12 \Rightarrow x=0$$



$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = a \quad - \text{уравнение}$$

окружности с центром в точке $(6, 8)$
и радиусом $\sqrt{a}$ отнесенная относительно
оси Ox и отнесен. отн. ос. Oy

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

54

заметьте, что

при $x=4$ и при $x=85$

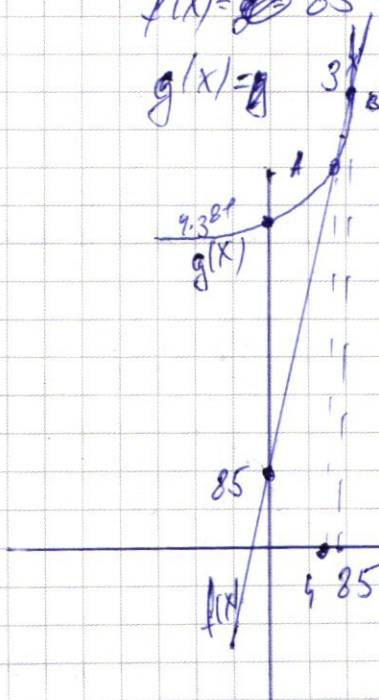
$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1)x$$

~~график функции~~

нарисуем схематично графики функции

$$f(x) = 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$g(x) = 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$



заметьте, что нам подходит
все (x, y) лежащее между графиками
и выходящее за график $g(x)$, но
не выходящее за график $f(x)$

при $4 \leq x \leq 85$

какая-то такая точка пересечения
точек с фиксир. абсциссой x

$$\text{равно } 85 + (3^{81} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{81}$$

значит ~~какая-то~~ какая-то все пересечения
в пар (x, y) равно сумме $\sum_{x=4}^{85} 85 + (3^{81} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{81} =$

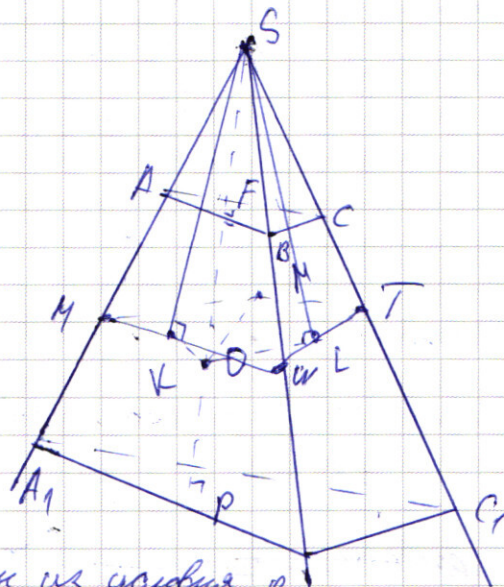
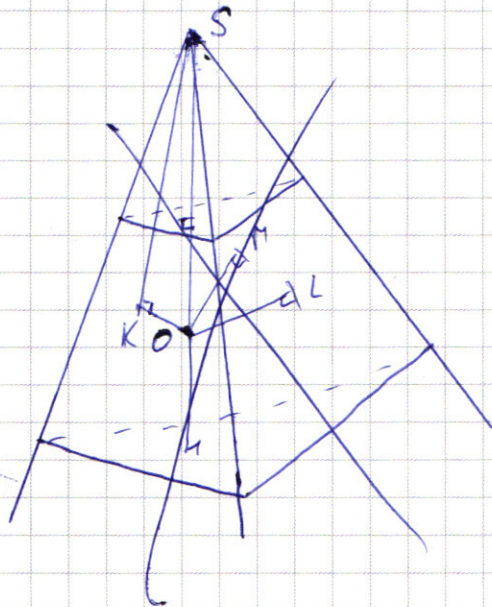
$$= 82 \cdot 85 + (3^{81} - 1) \sum_{x=4}^{85} x - 4 \cdot 82 \cdot 3^{81} - \sum_{x=4}^{85} 3^x =$$

$$= 82 \cdot 85 + (3^{81} - 1) \cdot 82 \cdot 41 - 4 \cdot 82 \cdot 3^{81} - \frac{3^4 (3^{82} - 1)}{2} =$$

$$= (82 \cdot 85 - 82 \cdot 41 + \frac{81}{2}) + 3^{81} (82 \cdot 41 - 4 \cdot 82 - \frac{3^{82}}{2}) =$$

$$= \frac{6723}{2} + \frac{6399}{2} \cdot 3^{81}$$

$$\text{Ответ: } \frac{6723}{2} + \frac{6399}{2} 3^{81}$$



R - радиус сферы из условия B_i

- а) $(ABC) \perp SO$ и $(A_1B_1C_1) \perp SO \Rightarrow$
 $ABC \parallel A_1B_1C_1 \Rightarrow ABC$ при гомотетии
 с коэфф. $k = \frac{SP}{SF}$ переходит в $A_1B_1C_1$

$$K^2 = \frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} \Rightarrow k = \frac{3}{2}, \text{ PF-диаметр сферы}$$

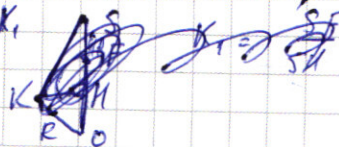
$$\frac{3}{2} = k = \frac{SP}{SF} = \frac{SF + 2R}{SF} = 1 + \frac{2R}{SF} \Rightarrow \frac{R}{SF} = \frac{1}{4} \Rightarrow SF = 4R$$

$$\sin \angle KSO = \frac{OK}{SO} = \frac{R}{SF + R} = \frac{R}{4R + R} = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}$$

- б) ΔKLM - сечение тетраэдра чья вершина S через точки K, L, M
 точек равноудален. от 3-ей стороны

точек лежащих в одной плоскости -
 перпендикуляр к этой плоскости, проходя
 через центр описан. окр. около этой Δ 3-ей точек
 заметим, что $SK = SM = SL$ - отрезки от касат. из одной
 точки и $OK = OL = OM = R \Rightarrow SO \perp (KLM) \Rightarrow (KLM) \parallel (ABC) \Rightarrow$
 плоскости $(KLM) \parallel (ABC)$ гомотетичны, найдем
 коэфф. этой гомотетии k .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~1) $|x-6-y| + |x-6+y| = 12$~~

~~$|6+y-x| + |6-x-y| = 12$~~

1) $6+y-x > 0$ $6-x-y > 0$ ~~$y > x-6$~~
 $y > x-6$ $y < 6-x$ ~~$-y > x-6$~~
 $12 - 2x = 12$ ~~$6-x-2x=0 \Rightarrow x=0$~~

2) $6+y-x > 0$ ~~$6-x-y < 0$~~ $6+y > 0$ $6-y > 0$
 $6+y-x - 6+x+y = 2y = 12 \Rightarrow y = 6$ $6 > y$ $6 > -y$
 $6+y-x < 0$ $6-x-y > 0$ $-6 < y$
 $-2y = 12 \Rightarrow y = -6$

3) $y > x-6$
 $y > 6-x$

4) $x-y-6+x-6+y = 2x-12=12 \Rightarrow x=12$

$$\frac{3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2}$$

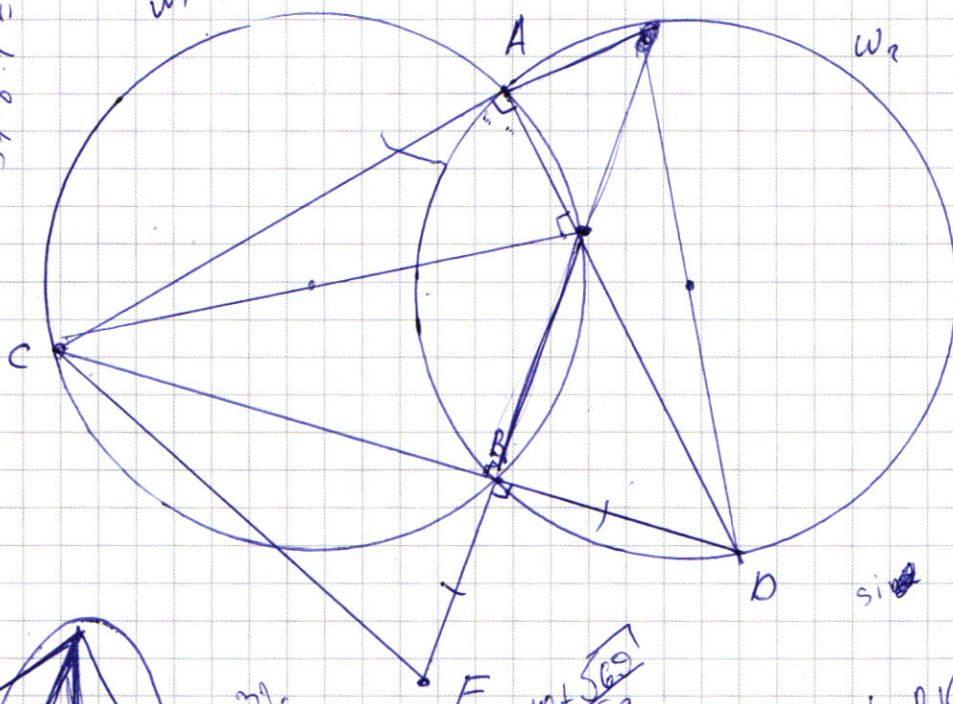
$$5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 4 = 20 \cdot 56 =$$

1120

$$\begin{array}{r} 16875 \overline{) 125} \\ \underline{150} \\ 167 \\ \underline{145} \\ 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 25} \\ \underline{50} \\ 175 \end{array}$$

R=13



$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \beta + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \beta$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{69}}{13} + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{10}{13}$$

$$\cos \beta = \frac{10}{13}$$

$$\sin(45^\circ + \beta)$$

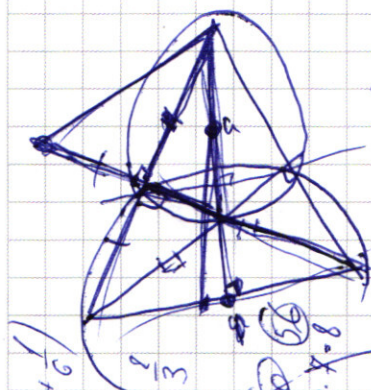
$$BD^2 = (2R)^2 - BK^2 = AT^2 - BT^2$$

$$BC^2 = (2R)^2 - (BT)^2$$

$$BC^2 + BT^2 = (26)^2$$

$$BC = BK = 10$$

$$DC = \sqrt{2} AC = \sqrt{2} AD$$

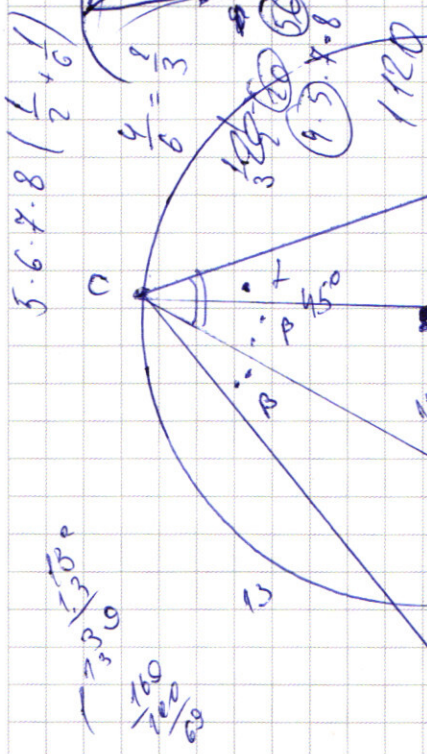


$$\begin{array}{r} 3 \cdot 26 \overline{) 156} \\ \underline{156} \\ 0 \end{array}$$

$$AC = \frac{10 + \sqrt{69}}{\sqrt{2}}$$

$$AC = AD$$

$$AT = AK$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

450 N1

$$\begin{array}{r} 16875 \\ - 150 \\ \hline 187 \\ - 175 \\ \hline 125 \\ - 125 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 125} \\ \underline{50} 27 \\ 175 \\ \underline{175} \end{array}$$

$$16875 = 3^3 \cdot 5^4 \cdot 1$$

5, 5, 5, 5
3, 3, 3, 1
2, 3, 1, 1

DL

$$2y^2 + y^2 - y^2 + 4y - 8y = 0$$

$$20y^2 + 4y = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ (y=9)}$$

$$\frac{8!}{4!3!} + \frac{8!}{2!4!}$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\left(-\frac{x^3}{y^2}\right)^{\log a} = 10$$

$$(-x^3)^{\log a} = 10^{\log a} = 10^{\frac{\log a}{\log 10}} = 10^{\frac{\log a}{1}} = 10^{\log a}$$

$$\frac{53}{2} + \frac{1}{2} = \frac{54}{2} = 27$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\begin{aligned} \lg(-xy) &= \lg(-x) + \lg y \\ &= \lg(-x) + \lg y = 10 - x \lg y \end{aligned}$$

$$2y^2 - xg - x^2 - 4x - 8g = 0$$

$$\cancel{2y^2} \cancel{dx} \quad 2y^2 - 8y + 4 - x^2 - 4x - 4 \quad | = x^2$$

~~$$y^2 - 6y + 9 = xy$$~~

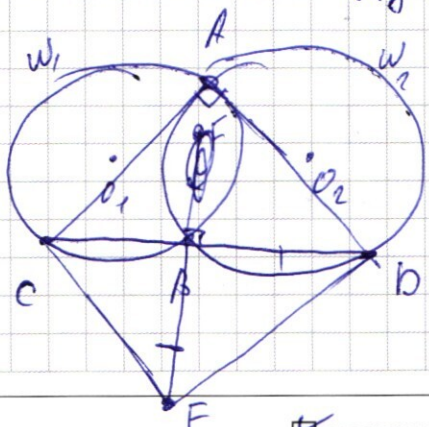
$$2(y-2)^2 = xy + (x+2)^2 \quad (f_{x^3}) \quad \ln y = 10^3$$

$$(-x)^{\log_2 4} = 10$$

$$(-X)^{3 \log} = 10^3 \quad (-X) = 10^{\frac{3}{\log}}$$

$$(-x)^{\log} = 10 \quad (-x) = 10^{\log 10}$$

$$-x = y$$



$$a^{\log_a a} = a$$

~~$$4 \log_2 4 = 16$$~~

$$b^{\log_a a} = a$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\log y} = (-x)^{\log(-x)} \cdot (-x)^{\log y}$$

$$\left(-\frac{x^3}{y^2}\right)^{\log y} = (-x)^{\log(-x)}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta =$$

=

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) =$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

$$a, b$$

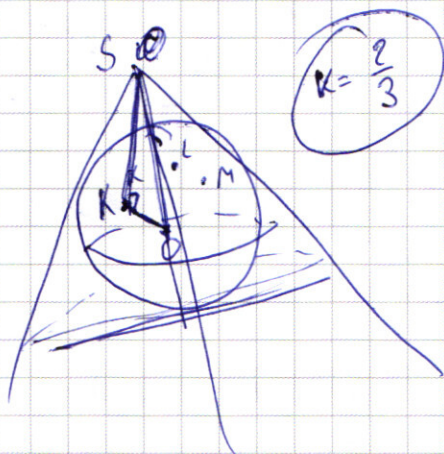
$$\alpha + \beta = a$$

$$\alpha - \beta = b$$

$$\alpha = \frac{a+b}{2}$$

$$\beta = \frac{a-b}{2}$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x \quad \sin(a) + \sin(b) = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$



$$\sin(90 - \alpha) +$$

$$+ \sin(90 - \beta) =$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \sin\left(90 - \frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right) =$$

$$= 2 \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{1-a^2}}{\cos 7x} + \frac{\sqrt{1-b^2}}{\cos 3x}$$

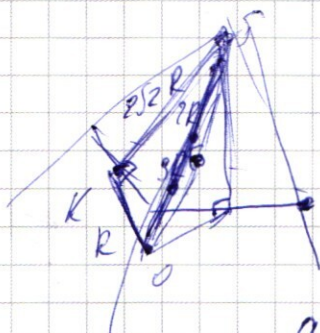
$$- \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} \sin^2 3x - \sqrt{2} \cos^2 3x$$

$$\sqrt{2} + \sin^2 3x + \sin^2 3x - \sqrt{2}$$

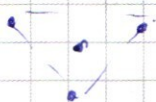
$$a + b - \sqrt{2}(1 - b^2 - a^2) = \sqrt{1-a^2} + \sqrt{1-b^2} - \sqrt{2} \cos^2 3x - \sqrt{2} \cos^2 7x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



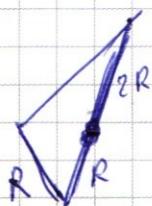
$$\frac{a+R}{R} = ?$$

$$\frac{a}{a+2R} = \frac{2}{3} \Rightarrow 1 + \frac{2R}{a} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{R}{a} = \frac{1}{2}$$



$$1 + \frac{R}{a} = 3 \Rightarrow 1 + \frac{a}{R} = 1 + 2 = 3$$

$$a = 2R$$



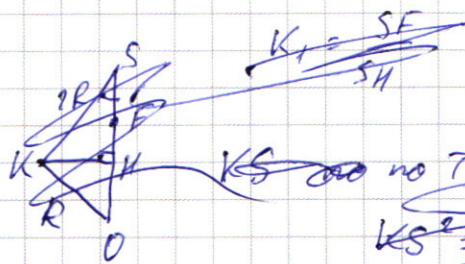
$$\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\frac{a}{a+R}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{a+2R}{a} = 1 + \frac{2R}{a}$$

$$\frac{R}{a} = \frac{1}{2}$$

$H_{KS}^{KI} : (MWT) \rightarrow (ABC)$



~~KS do no Th Jungangpa~~

$$KS^2 = SO^2 - KO^2 = 4R^2 \Rightarrow KS = 2R$$

$$\frac{KO}{SO} = \frac{1}{5} = \cos \angle KSO = \frac{SH}{KS} = \frac{SH}{2R}$$

$$\cos \angle KSO = \frac{SH}{2R} = \frac{1}{5} \Rightarrow SH = \frac{2R}{5}$$

$$\frac{SH}{2R} = \frac{1}{5} \Rightarrow SH = \frac{2R}{5} \Rightarrow \frac{SH}{2R} = \frac{2R}{5} \Rightarrow SH = \frac{4R}{5}$$

$$K_1 = \frac{4R}{4R} = 1$$

$$K_1 = \frac{4R \cdot 5}{4R \cdot 5} = 1$$

maka $\frac{S_{ABC}}{S_{MWT}} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25} \Rightarrow S_{MWT} = 25 S_{ABC}$

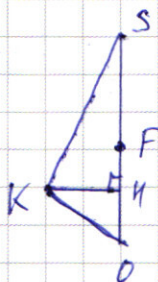
$$\Rightarrow S_{MWT} = \frac{25}{6} \cdot 6 = 50$$

$$\cos \angle KSH = \frac{1}{5}$$

$$\text{Antara: } \frac{50}{3}$$

$$SH = KS \cdot \cos \angle KSH = \frac{2R}{5} \text{ maka } K_1 = \frac{2R}{5 \cdot 4R} = \frac{1}{10}$$

$$K_1^2 = \frac{S_{ABC}}{S_{MWT}} = \frac{1}{100} \Rightarrow S_{MWT} = 100 S_{ABC}$$



$$K_1 = \frac{SF}{SH} : H_{KS}^{KI} : (MWT) \rightarrow (ABC)$$

uz Th Jungangpa $KS^2 = SO^2 - KO^2 = \frac{25R^2}{5}$

$$\sin \angle KSH = \cos \angle KSO = \frac{1}{5}$$

$$SH = KS \cdot \cos \angle KSO = \frac{25R}{25} \Rightarrow$$

$$K_1 = \frac{4R \cdot 25}{25R} = \frac{50}{5R}$$

$$K_1^2 = \frac{S_{MWT}}{S_{ABC}} \Rightarrow S_{MWT} = K_1^2 S_{ABC}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) - 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left(\frac{x^3}{y^2} \right) \cdot \lg y = (-x) \cdot \lg(x) \cdot \frac{\sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x}{\sqrt{2} \cos 2x \sin 5x} = \lg 5x \\ & \frac{\left(\frac{x^3}{y^2} \right) \cdot \lg y}{\lg y} = \lg y \end{aligned}$$

$$2y^2 + ay - a^2 + 4a - 8y = 0$$

$x = 4$

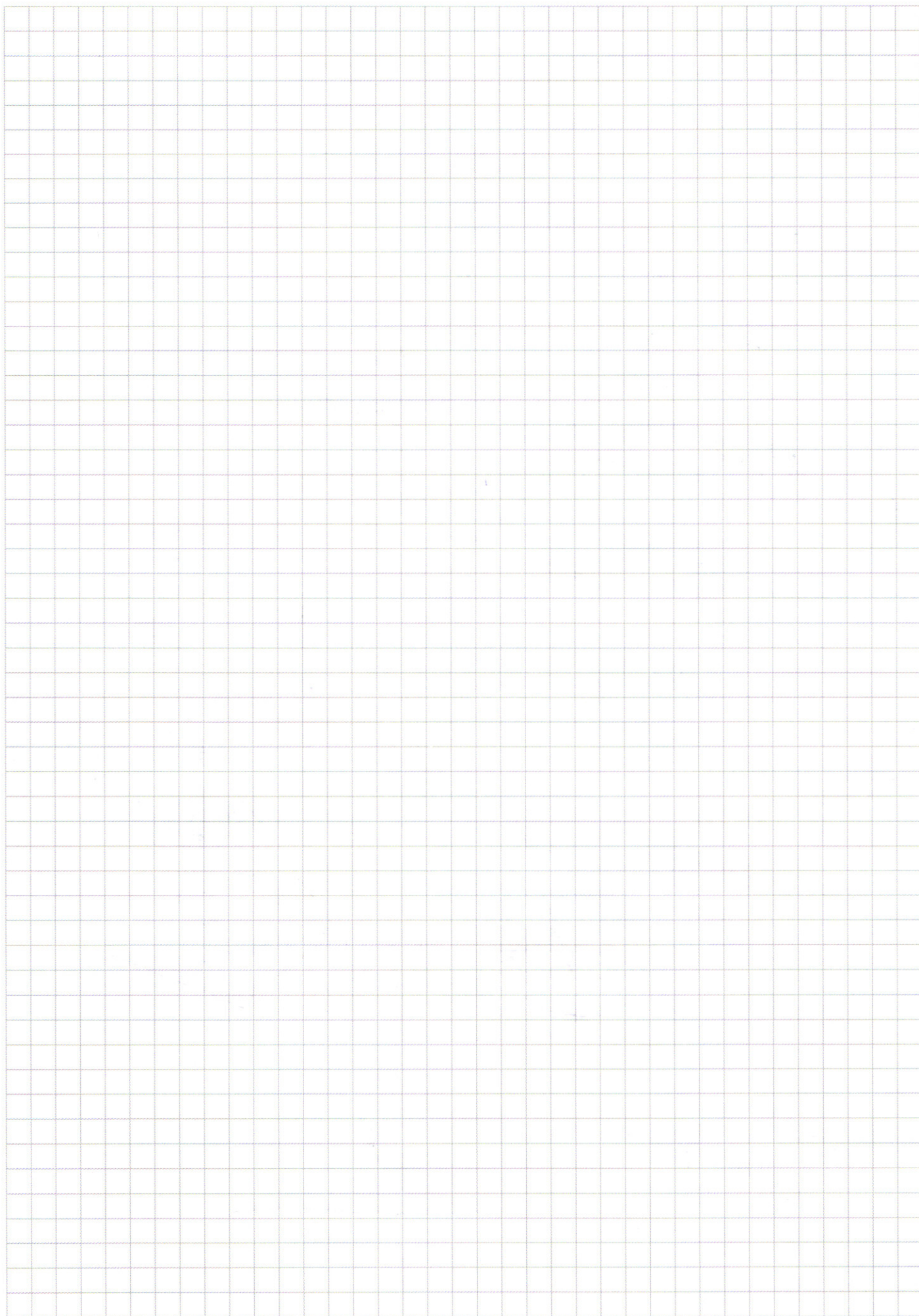
$$y \geq 3^9 + 9 \cdot 81$$

$$y = 85 + 381.4 - 4$$

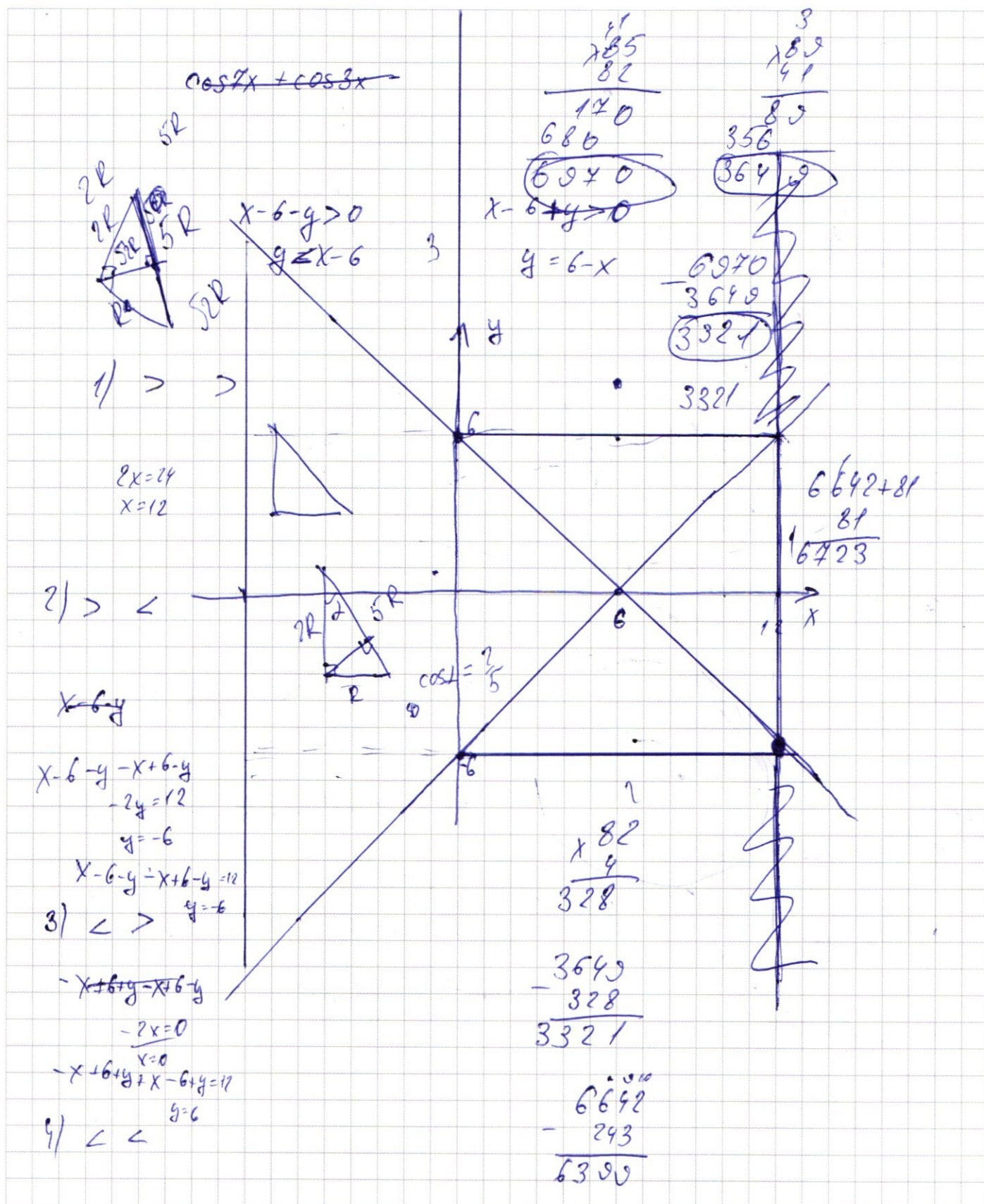
$$y = 81 + 4 \cdot 3^{81} \cdot y$$

$$g \approx 3^x + 9 \cdot 3^{81} \\ y \approx 85 + \left(3^{81} - 1 \right) x$$

$$\frac{a}{a+2R} = \frac{2}{3}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$y = 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y = 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$85 \cdot 3^{81} = 3^{81} \cdot 85$$

$$\frac{3^x \cdot \ln 3}{\ln 3}$$

$$(3^x)'$$

$$3^{x-1} \ln 3 \cdot 3^x$$

$$1 + \dots + 85$$

$$(\ln 3^x)' = (\ln 3^x)$$

$$\frac{85 \cdot 82}{2}$$

$$= x(\ln 3) = \ln 3$$

$$\frac{1}{3^x} \cdot (3^x)' = \ln 3$$

$$(3^x)' = \ln 3 \cdot 3^x$$

$$5 \quad 3 \quad 3$$

$$\sum_{x=4}^{85} 3^{81} (x-4) - x + 85 - 3^x$$

$$3^{81} (5 + \dots + 85) + 85 - (3^4 + \dots + 3^{85})$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^5 + 64 \cdot 3^{81}$$

$$3^7$$

$$85 + 3^{81} 5 - 5 - 3^5 - 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + 3^x \cdot x - x$$

$$3^5 + 4 \cdot 3^{81} = 85 + 3^{81} \cdot 5 - 5$$

$$3^{81} \cdot 6$$

$$= 85 + 3^{81} \cdot 6 - 5$$

$$81$$

$$3^{81} + 4 \cdot 3^{81} = 85 - 81 + 3^{81}$$

$$5 \cdot 3^{81}$$

$$84 \quad 4 \quad 85$$

$$3^{84} + 4 \cdot 3^{81} = 85 - 84 + 3^{81} \cdot 84$$

$$13 \cdot 3^{81} = 1 + 3^{81} \cdot 84$$

$$85 \cdot 3^{81} = 85 - 85 \cdot 3^{81} \cdot 85$$

$$86 \cdot 5 \cdot 85 = 3^{81} \cdot 81$$