# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра

Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром $O$ вписана в трёхгранный угол с вершиной $S$ и касается его граней в точках $K$, $L$, $M$ (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол $KSO$ и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью $KLM$, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой $SO$, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра $a$, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках $A$ и $B$. На первой окружности выбрана точка $C$, а на второй – точка $D$. Оказалось, что точка $B$ лежит на отрезке $CD$, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к $CD$, проходящем через точку $B$, выбрана точка $F$ так, что $BF = BD$ (точки $A$ и $F$ расположены по разные стороны от прямой $CD$). Найдите длину отрезка $CF$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника $ACF$.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x, y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1. $64827 = 7^4 \cdot 3^3$. Значит существуют только восьмизначные числа, содержащие в десятичной записи либо набор $\{1; 1; 3; 7; 7; 7; 7; 9\}$ либо $\{1; 3; 3; 3; 7; 7; 7; 7\}$. Используя формулу чисел сочетания получим число 8-значных чисел для каждого случая: $\frac{8!}{2!\cdot 4!}$ и $\frac{8!}{3!\cdot 4!}$. Значит их сумма равна: $\frac{8!}{4!}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right) = \frac{8!}{4!}\cdot\frac{2}{3} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{4!}\cdot\frac{2}{3} = 8\cdot 7\cdot 5\cdot 4 = 56\cdot 20 = 1120$

Ответ: 1120.

Задача 3. $y^2+2xy-3x^2+12x+4y = (y-x+4)(y+3x)=0$

$\left[\begin{array}{l} y = x-4 \\ y=-3x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -y = 4-x \\ -y=3x \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=4-x \\ t=3x \end{array}\right.$, где $t=-y$, тогда $\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$

принимает вид: $\left(\frac{x^7}{t}\right)^{\ln t} = x^{2\ln(xt^2)} \Leftrightarrow x^{7\ln t}\cdot t^{-\ln t} = x^{2\ln x+4\ln t} \Leftrightarrow$

$x^{3\ln t}\cdot t^{-\ln t} = x^{2\ln x} \Leftrightarrow e^{\ln x\cdot 3\ln t}\cdot e^{-\ln^2 t} = e^{2\ln^2 x} \Rightarrow 2\ln^2 x - 3\ln x\ln t + \ln^2 t = 0$

Так как $\ln x$ и $\ln t$ одновременно не могут быть равны 0, то поделим на $\ln^2 t$.

$2\left(\frac{\ln x}{\ln t}\right)^2 - 3\left(\frac{\ln x}{\ln t}\right)+1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\ln x}{\ln t}-1\right)\left(\frac{\ln x}{\ln t}-\frac{1}{2}\right)=0$

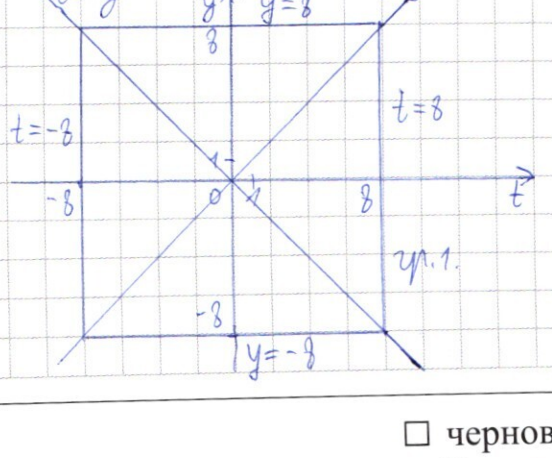
$\left[\begin{array}{l} \ln x = \ln t \\ 2\ln x = \ln t \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=t \\ x^2=t \end{array}\right.$. Рассмотрим 4 ~~системы~~ уравнения совокупности:

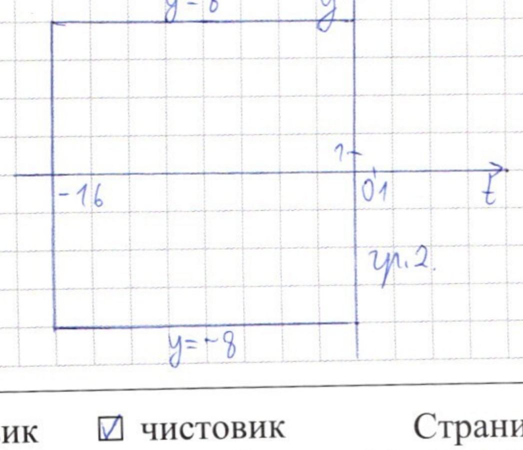
$\left[\begin{array}{l} x=4-x \\ x=3x \\ x^2=4-x \\ x^2=3x \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \\ x=\frac{-1+\sqrt{13}}{2} \\ x=\frac{-1-\sqrt{13}}{2} \\ x=3 \end{array}\right. \xRightarrow{x>0} \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\frac{-1+\sqrt{13}}{2} \\ x=3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=-2 \\ y=\frac{-9+\sqrt{13}}{2} \\ y=-9 \end{array}\right.$

Ответ: $(2;-2)$ $\left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2}; \frac{-9+\sqrt{13}}{2}\right)$ $(3;-9)$.

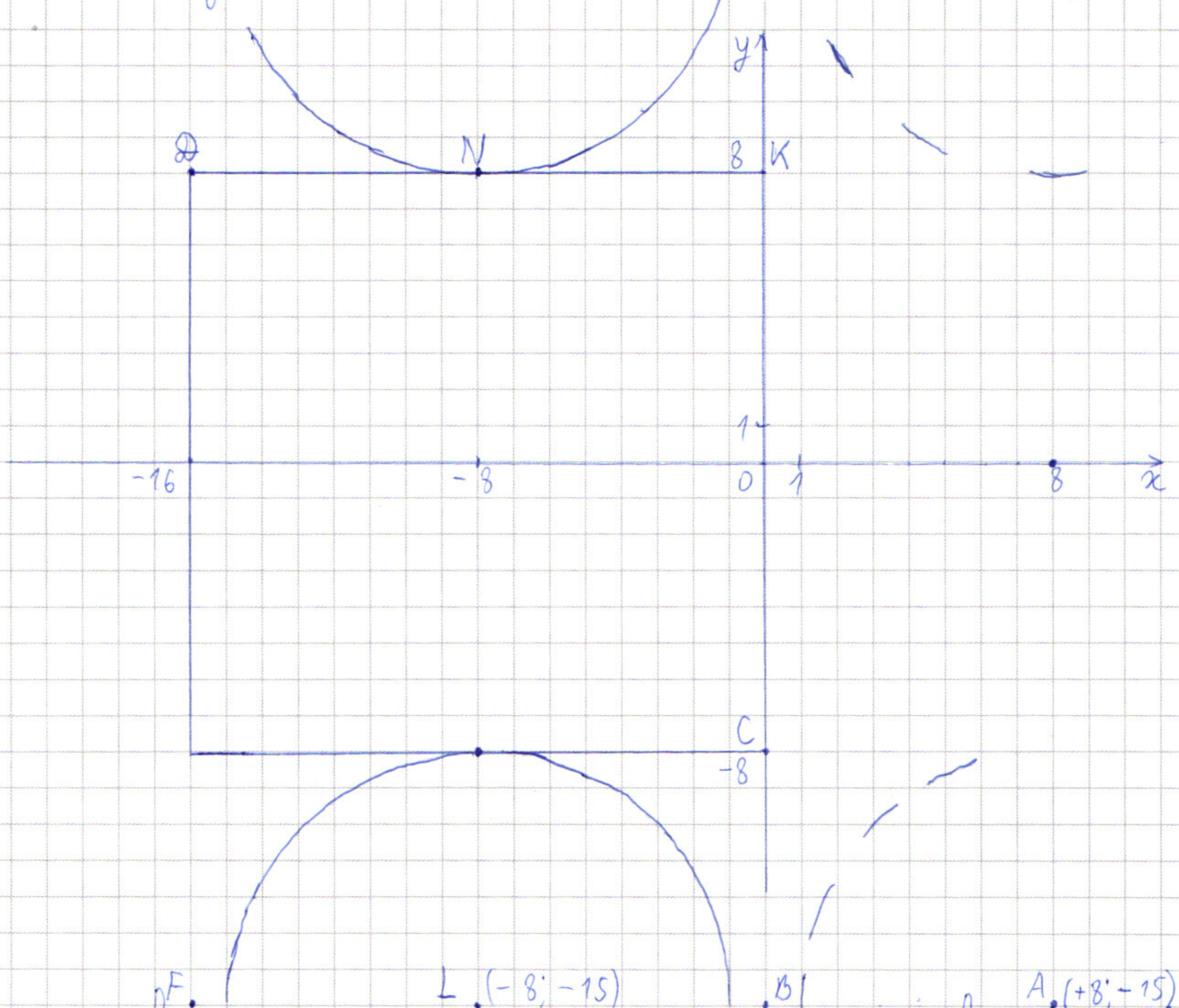
Задача 5. Пусть $x+8=t$, тогда $|t+y|+|t-y|=16$.

1) $\begin{cases} t+y\geq 0 \\ t-y\geq 0 \\ 2t=16 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} t+y\geq 0 \\ t-y\leq 0 \\ 2y=16 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} t+y\leq 0 \\ t-y\geq 0 \\ 2y=-16 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} t+y\leq 0 \\ t-y\leq 0 \\ 2t=-16 \end{cases}$



Заметим, что ур.2. – решение для пары $(x;y)$, так как график был перенесён на 8 ед. влево.

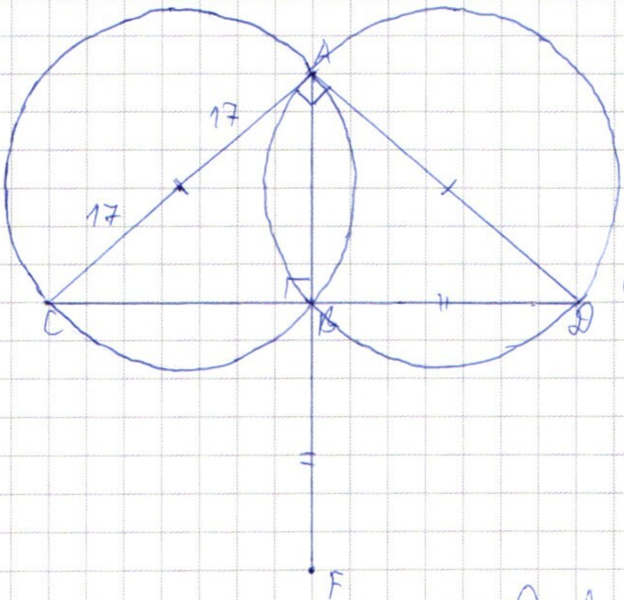



Обратим внимание, что если радиус окружностей второго уравнения меньше 7, то нет ни одного решения. Если $r = 7$, то решений ровно 2 (2 окружности касаются, а 2 другие не имеют общих точек). Найдём AC. $AC = \sqrt{64+49} = \sqrt{113}$. Если $7 < r < \sqrt{113}$, то решений 4. При $r = \sqrt{113}$ ровно 6 решений. Найдём LK; $LK = \sqrt{23^2+8^2} = \sqrt{529+64} = \sqrt{593}$. При $\sqrt{113} < r < \sqrt{593}$ решений 8, а при $r = \sqrt{593}$ решений 8. При этом были возможны случаи, когда 1 решение было посчитано 2 раза, но это происходило в момент, когда решений $\geq 6$, поэтому отдельно рассматривать такие случаи нет смысла. Найдём AD: $AD = \sqrt{576+529} = \sqrt{1105}$. Аналогично для случая $\sqrt{593} < r < \sqrt{1105}$ число решений превышает 2. Однако в случае $r = \sqrt{1105}$ число решений равно 2. При увеличении радиуса число решений становится равным 0. ~~После~~ Пользуясь формулой уравнения окружности, получим, что $a = r^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = 49 \\ a = 1105 \end{array}\right.$

Ответ: $\{49; 1105\}$.

Задача 6. Смотреть на листе №3

$$\begin{cases} AC = 34 = d, \text{ так как } \angle ABC = 90^\circ \\ AD = 34 = d, \text{ так как } \angle ABD = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow$$




$$\angle BCA = \angle BDA = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$BC = BD = \frac{34\sqrt{2}}{2} = 17\sqrt{2}$$

$$BC^2 + BF^2 = BC^2 + BD^2 = 34^2 \Rightarrow CF = 34$$

б) Если известно что $BC = 16$ то возникает противоречие с радиусом, равным 17, поэтому дальнейшее решение будет основано на том что $BC = 16. \Rightarrow AC = 16\sqrt{2}$. Из пункта "а" можно получить, что $AB = BF = BC$ при этом $\angle ABC = 90^\circ \Rightarrow S_{ACF} = \frac{AF \cdot BC}{2} = BC^2 = 256$

Ответ: а) 34; б) 256.

Задача 2. $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

Дополнительно, $k, n, j \in \mathbb{Z}$

$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x \sqrt{2}\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos(4x + \frac{\pi}{4}) + \sin(4x + \frac{\pi}{4}) = 0$

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$(\cos 2x + \sin 2x)(2\cos 5x + \sqrt{2}\cos 2x - \sqrt{2}\sin 2x) = 0$

$(\cos 2x + \sin 2x)(\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0$

$(\cos 2x + \sin 2x)(\sqrt{2}\cos 5x + \sqrt{2}\cos(2x + \frac{\pi}{4})) = 0$

$(\cos 2x + \sin 2x)(\cos(\frac{7}{2}x + \frac{\pi}{8}))\cos(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8}) = 0$

$\cos(2x - \frac{\pi}{4})\cos(\frac{7}{2}x + \frac{\pi}{8})\cos(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8}) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ \frac{7}{2}x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n \\ \frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi j \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{3\pi}{4} + \pi k \\ \frac{7}{2}x = \frac{3\pi}{8} + \pi n \\ \frac{3}{2}x = \frac{5\pi}{8} + \pi j \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \\ x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7} \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi j}{3} \end{array}\right.$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \\ \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7} \\ \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi j}{3} \end{array}\right.$

Задача 7. $3^x + 4\cdot 3^{28} < 93 + 3(3^{27}-1)x$. Нетрудно заметить, что $x=4$ и $x=31$ обращают данное неравенство в равенство, поэтому наибольш. $x \in \{5;6\ldots;29;30\}$. Пусть $93+3(3^{27}-1)x-3^x-4\cdot 3^{28}=k_x$, где $k_x$ - целое число. Тогда сумма всех пар будет равна сумме $k_x$, где $x\in\{5;6\ldots;29;30\}$, а $k_x$ - наибольшее возможное целое.

$$\sum_{x=5}^{x=30} k_x = \sum_{n=5}^{n=30} 3^4+3(n-4)(3^{27}-1)-3^n$$ (это выражение было получено путём преобразования первоначальной формулы для $k_x$).

$$\sum_{n=5}^{n=30} 3^4+3(3^{27}-1)(n-4)-3^n = 3^4\cdot 16+3(3^{27}-1)(1+2+3+\ldots+26)-3^5-3^6-\ldots-3^{30}=$$

$$3^4\cdot 16+3(3^{27}-1)\cdot 27\cdot 13-3^5(1+3+9+\ldots+3^{25}) = 3^4\cdot 16+3(3^{27}-1)\cdot 27\cdot 13-3^5\cdot\frac{3^{26}-1}{2}=$$

$$3^4\cdot 16+3^4(3^{27}-1)\cdot 13-\frac{3^4\cdot 3^{27}}{2}+\frac{3^5}{2}=3^4\cdot 16+\frac{3^{31}}{2}-3^4\cdot 13+\frac{3^5}{2}=3^5+\frac{3^5}{2}+\frac{3^{31}}{2}=$$

$$\frac{3^5\cdot 3}{2}+\frac{3^{31}}{2}=\frac{3^6}{2}(1+3^{25})$$

Ответ: $\frac{3^6(1+3^{25})}{2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y > 3^x + 4\cdot 3^{28}$

$y \le 93 + 3(3^{27}-1)x$

$3^x + 4\cdot 3^{28} < 93 + 3^{28}x - 3x$

$3^x < 93 + 3^{28}(x-4) - 3x$

$3^x < 81 + 3^{28}(x-4) - 3x + 12$

$3^x - 81 < 3^{28}(x-4) - 3(x-4)$

$3^x - 81 < 3(x-4)(3^{27}-1)$

$\frac{3^x-81}{x-4} < 3(3^{27}-1)$

$\boxed{x \ne 4}$ $x \ge 5$ $x \ge 28$ 29 30 $\boxed{31}$

$\frac{3^{28}-81}{28-4} < 3(3^{27}-1)$

$\frac{3^{28}-3^4}{3\cdot 8} < 3^{27}-1$

$\frac{3^{26}-9}{8} < 3^{27}-1$

$93 + 3(3^{27}-1)x - 3^x - 4\cdot 3^{28} > 0$

$93 + 3^{28}x - 3x - 3^x - 4\cdot 3^{28} > 0$

$93 + 3^{28}(x-4) - 3x - 3^x > 0$

$93 + 3^{28}(x-4) - 3x - 3^x = k$

$81 + 3^{28}(x-4) - 3x + 12 - 3^x = k$

$3^4 + 3^{28}(x-4) - 3(x-4) - 3^x = k$

$3^4 + 3(x-4)(3^{27}-1) - 3^x = k$

$3(x-4)(3^{27}-1) - 3^x = k + 81$

$3(3^{27}-1) - 3^5 = k + 81$

$3^{28} - 3 - 3^5 = k + 81$

$3^5(3^{23}-1) = k + 84$

$\frac{3^{29}-81}{25} < 3(3^{27}-1)$

$\frac{3^{28}-27}{25} < 3^{27}-1$

$3^2$

$\frac{3^{29}-3^3}{26} < 3^{27}-1$

$\frac{3^{30}-3^3}{27} < 3^{27}-1$

$3^{27}-1 < 3^{27}-1$

$3^{31} + 4\cdot 3^{28} < 93 + 3(3^{27}-1)\cdot 31$

$3^{28}(4+27) < 93(3^{27})$

$31\cdot 3^{29} < 3^{29}\cdot 31$

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x$

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \cos(4x + \frac{\pi}{4}) + \sin$

$q = 3$

$S = \frac{q^n}{n-1}$

$1+2+4+8 = 2^4$

$\frac{q^n-1}{q-1} = \frac{15}{1}$

$3\cdot 26(3^{27}-1) - 3^{30} = k + 81$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

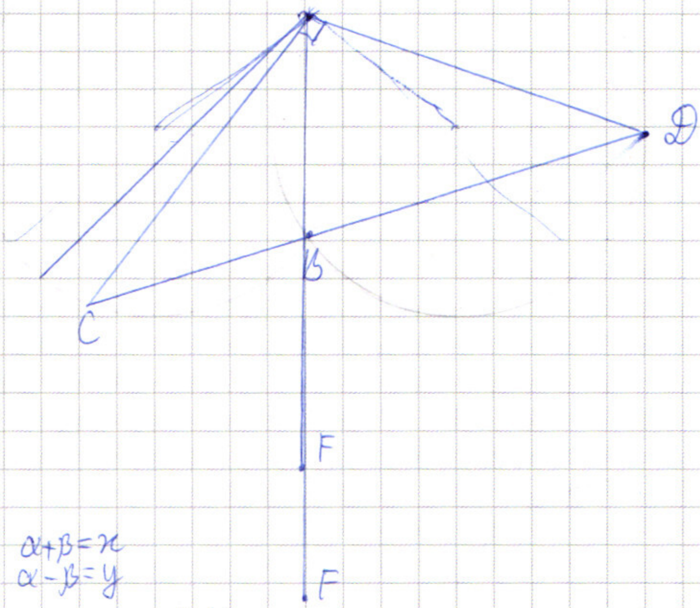
$\alpha+\beta=x$
$\alpha-\beta=y$
$\beta=\frac{x-y}{2}$

$$\begin{array}{r}\times\begin{array}{r}16\\16\end{array}\\ \hline +\begin{array}{r}96\\16\;\end{array}\\ \hline 256\end{array}$$

$\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha=\sin(\alpha+\beta)$
$\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha=\sin(\alpha-\beta)$

$2\sin\beta\cos\alpha=\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)$

$\boxed{2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}}=\sin x-\sin y$

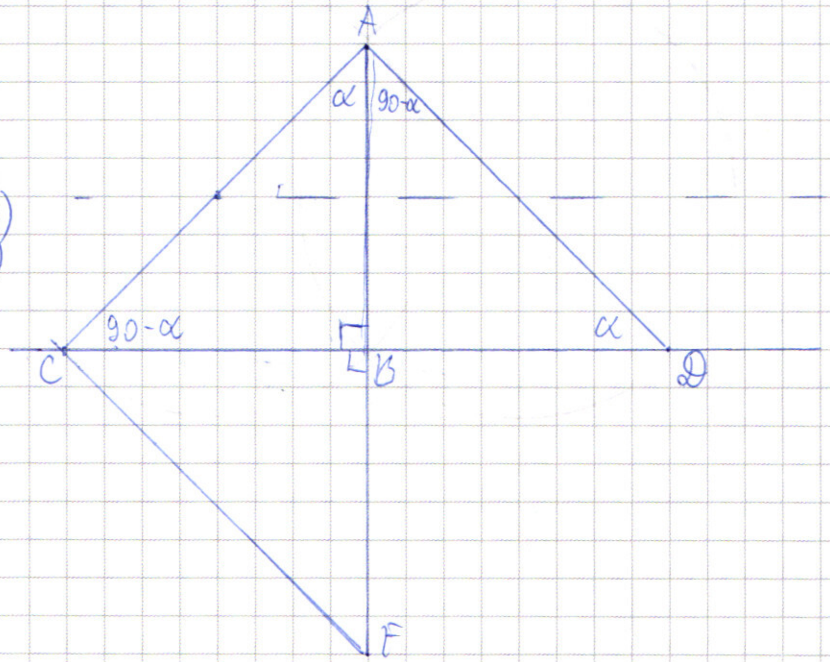


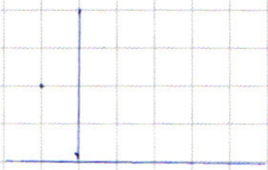

$\frac{BC}{AC}=\frac{AC}{AD}$

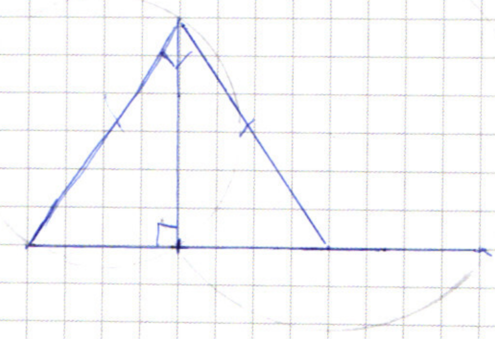
$\alpha+\beta=x$
$\alpha-\beta=y$
$\frac{x+y}{2}=\alpha \quad \frac{x-y}{2}=\beta$

$\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha+\beta)$
$\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha-\beta)$

$2\cos\alpha\cos\beta=\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)$
$\boxed{\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}}$





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$49 \cdot 7 = 343$

$\frac{64827}{9} = 9 \cdot$

$64827 : 9 = 7203$

$7203 \cdot 9 = 64827$

$7203 \cdot 9 = 2401 \cdot 27$

$343 \cdot 7 \cdot 27$

$7^4 \cdot 3^3$

$343 \cdot 7 = 2401$

$\frac{\sqrt3}{2} + \frac12 = \frac12(\sqrt3+1)$

$2401 : 7 = 343$

$343 : 7 = 49$

$4! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 2!$

$1\cdot2\cdot3\cdot4 = 24 \cdot 2 = 48$

11

1 1 3 7 7 7 7 9

1 1 3 7 7 7 9 7

$\cos\left(\frac{\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}}{2}\right)\cos\left(\frac{\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}}{2}\right) =$

$\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{12}$

$\cos\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{3} = \frac12$

7 7 7 7   3 9 / 9 3 / 3 3 3

7 7 7 7 3 9 1 1

7 7 7 7 3 3 3 1

$\frac{8!}{4!\cdot2!} + \frac{8!}{4!\cdot3!} = \frac{8!}{4!}\left(\frac12+\frac16\right) = \frac{2\cdot8!}{3\cdot4!}$

$\frac{7+\sqrt{13}}{2}$   $4 - \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$

$\frac{8+1-\sqrt{13}}{2}$

$\cos7x + \sin7x + \cos3x - \sin3x + \sqrt2\cos4x = 0$

$\sqrt2\cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt2\cos(3x+\frac{\pi}{4}) + \sqrt2\cos4x = 0$

$\cos7x + \cos3x = \frac12$

$81 - 54 - 27 + 36 - 36 = 0$

$D = 1 + 12 = 13$

$x_{1,2} = \frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

$\cos(\alpha+b) = \cos\alpha\cos b - \sin\alpha\sin\beta$

$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$

$x^2 + x - 4 = 0$

$(x-2)(x+2)$

$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$

$\left(-\frac{x^7}{(-3x)}\right)^{\ln(+3x)} = x^{2\ln(x\cdot9x^2)}$

$576 + 529 = 1105$

$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 12x = 0$

$y^2 + y(2x+4) - 3x(x-4)$

$y^2 - y(-2x-4) - 3x(x-4) = 0$

$y = x - 4$

$y = -3x$

$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)}$

$x^{6\ln(3x)} \cdot 3^{-\ln(3x)} = x^{2\ln9 + 2\ln x^3}$

$x^{6\ln3 + 6\ln x} \cdot 3^{-\ln3 - \ln x} = x^{4\ln3 + 6\ln x}$

$\left(-\frac{x^7}{x-4}\right)^{\ln(-(x-4))} = x^{2\ln(x(x-4)^2)}$

$x^{2\ln3} \cdot 3^{-\ln3 - \ln x} = 1$

$x^{2\ln3} = 3^{\ln3 + \ln x}$

$x^{\ln9} = 3^{\ln3} \cdot 3^{\ln x}$

$x^{\ln9} = 3^{\ln3} \cdot x^{\ln3}$

$x^{\ln3} = 3^{\ln3}$

$x = 3 \quad y = -9$

$\left(\frac{x^7}{t}\right)^{\ln t} = x^{2\ln(xt^2)}$

$x^{7\ln t} \cdot t^{-\ln t} = x^{2\ln x + 4\ln t}$

$x^{3\ln t} \cdot t^{-\ln t} = x^{2\ln x}$

$x^{3\ln t - 2\ln x} = t^{\ln t}$

$e^{(\ln x)(3\ln t - 2\ln x)} = e^{\ln^2 t}$

$3\ln x\ln t - 2\ln^2 x = \ln^2 t$

$x^{3\ln t - 2\ln x} = t^{\ln t}$

$\cancel{x^{-2\ln x} = t^{\ln t} : x^{3\ln t}}$

$\cancel{x^{2\ln x} = \left(\frac{x}{t}\right)^{3\ln t}}$

$\frac{t^{3\ln x}}{x^{2\ln x}} = t^{\ln t}$

$\left(\frac{t^3}{x^2}\right)^{\ln x} = t^{\ln t}$

$x^{3\ln t - 2\ln x} = t^{\ln t}$

$t^{3\ln x - 2\ln t} = x^{\ln x}$

$\frac{x^{3\ln t}}{t^{2\ln t}} = x^{\ln x}$

$\ln^2 t - 3\ln x\ln t + 2\ln^2 x = 0$

$1 - \frac{3\ln x}{\ln t} + 2\left(\frac{\ln x}{\ln t}\right)^2 = 0$

☑ черновик   ☐ чистовик   Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле)   (Нумеровать только чистовики)

$$\left(\frac{x^7}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x(4-x)^2)}$$

$$x^{7\ln(4-x)}(4-x)^{-\ln(4-x)} = x^{2\ln x + 4\ln(4-x)}$$

$$x^{3\ln(4-x)}(4-x)^{-\ln(4-x)} = x^{2\ln x}$$

$$x^{3\ln(4-x)-2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$2^{3\ln 2 - 2\ln 2} = 2^{\ln 2}$$

$$-(x-4)$$

$$(4-x)^{\ln(4-x)} = e^{\ln^2(4-x)} \quad \left((4-x)^{\ln(4-x)}\right)' = \left(e^{\ln^2(4-x)}\right)' =$$

$$(4-x)^{\ln(4-x)} \cdot \cancel{e^{2\ln}} \left(\ln^2(4-x)\right)' = \ldots \; (-2\ln(4-x)\cdot)$$

$$(4-x)^{3\ln x - 2\ln x} \cdot x = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$(4-x)^{3\ln x - \ln(4-x)} = x^{2\ln x}$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$|x+8+y| + |x+8-y| = 16$$

$$t = x+8$$
$$x = t-8$$

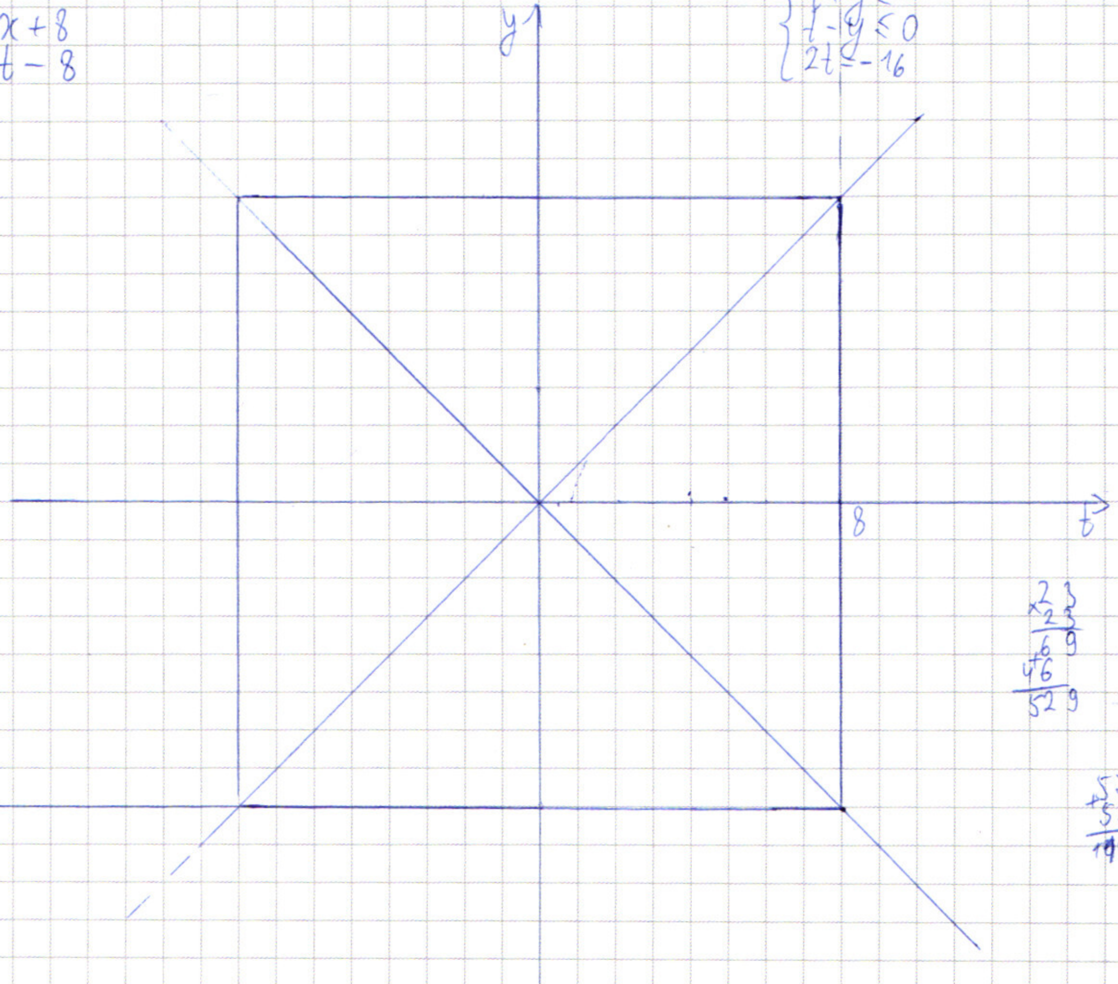
$$|t+y| + |t-y| = 16$$
$$\cancel{t}-y+\cancel{t}-y = 16$$
$$-t-y-t+y = 16$$

$$\begin{cases} t+y \geq 0 \\ t-y \geq 0 \\ 2t = 16 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} t+y \geq 0 \\ t-y \leq 0 \\ 2y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t+y \leq 0 \\ t-y \geq 0 \\ 2y = -16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t+y \leq 0 \\ t-y \leq 0 \\ 2t = -16 \end{cases}$$




$$\begin{array}{r} \times\; 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ +46\phantom{0} \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +\;576 \\ 529 \\ \hline 1105 \end{array}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА


$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$