

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$12. \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos 11x - \cos 3x = -2 \sin 4x \sin 4x \cos(4x+4x) - \cos(4x-4x) \Leftrightarrow$$

$$\sin 3x - \sin 11x = -2 \sin 4x \sin 4x \Leftrightarrow -2 \sin 4x \sin 4x$$

$$\sin 3x - \sin 11x = \sin(4x-4x) - \sin(4x+4x) = -2 \cos 4x \sin 4x$$

$$\sqrt{2} \cos 4x = \sqrt{2} (\cos^2 4x - \sin^2 4x) = \sqrt{2} (\cos 4x - \sin 4x) (\cos 4x + \sin 4x)$$

После указанных преобразований получаем:

$$-2 \sin 4x \sin 4x - 2 \cos 4x \sin 4x = \sqrt{2} (\cos 4x - \sin 4x) (\cos 4x + \sin 4x)$$

$$-2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) - \sqrt{2} (\cos 4x - \sin 4x) (\cos 4x + \sin 4x) = 0$$

$$-\sqrt{2} (\sqrt{2} \sin 4x + \cos 4x - \sin 4x) (\sin 4x + \cos 4x) = 0$$

$$1) \sin 4x + \cos 4x = 0$$

$$\sin 4x + \cos 4x = -\cos 4x \quad | : \cos 4x \neq 0$$

$$\tan 4x = -1$$

$$4x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{4}$$

$$2) \sqrt{2} \sin 4x + \cos 4x - \sin 4x = 0$$

Введем гон. аргумент $\varphi = \frac{\pi}{4}$

$$\sqrt{2} (\sin 4x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \cos 4x \cdot \sin \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \sin 4x$$

$$\sqrt{2} (\sin(4x - \frac{\pi}{4})) = \sqrt{2} \sin 4x$$

$$\sin(4x - \frac{\pi}{4}) = \sin 4x$$

$$\begin{cases} 4x - \frac{\pi}{4} = 4x + 2\pi k & k \in \mathbb{Z} \\ 4x - \frac{\pi}{4} = \pi - 4x + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 8x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 8x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi m}{11} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{4}, \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi m}{11}, n, k, m \in \mathbb{Z}$$

$$15. \begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ ((|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

2 решения

Распишем модули:

1) Если $y-3-x \geq 0$ Тогда $|y-3-x| + |y-3+x| = 6$
 $\begin{cases} y-3+x \geq 0 \\ y-3+x \geq 0 \end{cases} \rightarrow y-3-x + y-3+x = 6$
 $\begin{cases} y \geq x+3 \\ y \geq 3-x \end{cases} \rightarrow y = 6$

2) Если $y-3-x \geq 0$ ~~невозможно~~
 $\begin{cases} y-3+x \leq 0 \\ y \geq x+3 \\ y \leq 3-x \end{cases} \rightarrow y-3-x - y+3-x = 6 \rightarrow x = -3$

3) Если $y-3-x \leq 0$
 $\begin{cases} y-3+x \leq 0 \\ y \leq x+3 \\ y \leq 3-x \end{cases} \rightarrow -y+3+x - y+3-x = 6$
 $y = 0$

4) Если $y-3-x \leq 0$
 $\begin{cases} y-3+x \geq 0 \\ y \leq x+3 \\ y \geq 3-x \end{cases} \rightarrow -y+3+x + y-3+x = 6 \rightarrow x = 3$

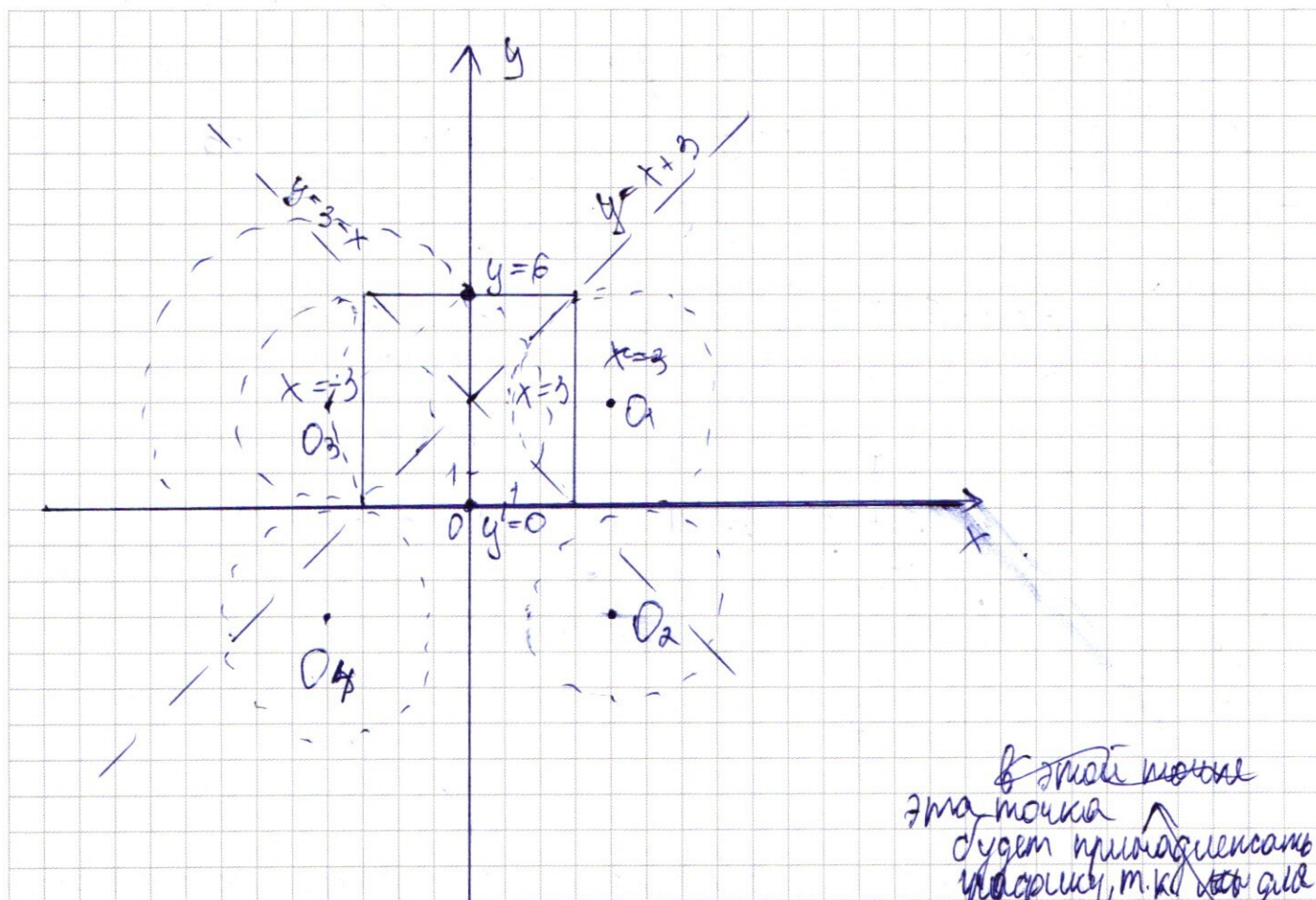
5) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow (x-4)^2 + (y-3)^2 = a \quad O_1(4; 3), R = \sqrt{a}$

6) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases} \rightarrow (x-4)^2 + (-y+3)^2 = a \quad O_2(4; -3), R = \sqrt{a}$

7) $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow (x+4)^2 + (y-3)^2 = a \quad O_3(-4; 3), R = \sqrt{a}$

8) $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases} \rightarrow (x+4)^2 + (y+3)^2 = a \quad O_4(-4; -3), R = \sqrt{a}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



В этой точке
эта точка
будет принадлежать
границе, т.к. для
покрытия площади
нам понадобится
непрерывная
функция.

При $y < 0$ решения не будет. Значит, окр-ти O_4 и O_2 не подходят. Рассмотрим окр-ти O_3 и O_1 . Они расположены симметрично и все картинка симметрична относительно оси Ox . Значит, можно рассмотреть только одну из них. Крайний ^(наибольший) случай будет при точке $P = \sqrt{a}$, что окружность будет пересекать ось Ox в точках $(0, 6)$ и $(0, 0)$. При этом R_{Ox} радиус будет равен расстоянию от центра окр-ти до этих точек. ~~$R = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$~~ Возьмем окр-ть $O_1(4, 3)$
 $R = \sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

при этом $a \geq$ Второй край

Наименьший радиус должен быть больше радиуса, при котором окр-ть касается стороны квадрата

Рт. Он равен расстоянию от центра окр-ти до этой стороны или же расстоянию от точки

$(4; 3)$ до прямой $x=3$. Ур-е прямой: $x-3=0$
 $R = \frac{|4-3|}{\sqrt{1}} = 1$

Значит, $R_{\max} \leq 5$, $R_{\min}$ при этом $R > 1$

$$a = R^2 \rightarrow a > 1 \text{ и } a \leq 25$$

Ответ: $a \in (1; 25]$.

п1. Разложим 3345 на простые множители:

$$\begin{array}{r} 3345 : 3 = 1115 \\ 1115 : 5 = 223 \\ 223 : 223 = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3345 : 3 = 1115 \\ 1115 : 5 = 223 \\ 223 : 5 = 44.6 \\ 44.6 : 5 = 8.92 \\ 8.92 : 5 = 1.784 \end{array}$$

$$\rightarrow 3345 = 3^3 \cdot 5^3$$

Значит, исходные 8-значные числа будут состоять:

1) Из трех 3, трех 5 и двух 1.

Всего: $8!$, но при этом каждая комбинация с 5, будет учитываться 3 раза, с 3 тоже 3 раза, а с 1 - 2 раза. Значит, общее число комбинаций:

$$\frac{8!}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{20 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 3} = 280 \cdot 8 = 2240$$

2) Из одной тройки, девятки, трех пятерок и ^{трех} ~~четырех~~ единиц.

Всего: $8!$, но каждая комбинация с 5 будет учитываться 3 раза и с 1 - 3 раза

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Значит, искомое число вариантов: $\frac{8!}{3 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 8}{8 \cdot 8} =$
 $= 2^8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8 = 4480$

Общее число вариантов: $4480 + 2240 = 6720$

Ответ: 6720

$\sim 3 \cdot \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^2 \lg xy$

ОДЗ: $\begin{cases} x \neq 0 \\ x > 0 \\ xy > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^2 \lg xy \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^2 \lg x^2 \cdot y \lg y^2 \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^2 \lg x \cdot y \lg y^2 \quad (1) \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \quad (2) \end{cases}$

Преобразуем (1): $\frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^2 \lg x \cdot y \lg y^2$

$\frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^2 \lg x \cdot y \lg y^2$

$\rightarrow \frac{y^5 \lg x}{x \lg x \cdot y^2 \lg y^2} = 1 \rightarrow \frac{10^{\lg y \cdot 3 \lg x}}{10^{\lg x \cdot \lg x \cdot y \lg y \cdot 2 \lg y}} = 1$

$10^{\lg y \cdot 3 \lg x - \lg x^2 - 2 \lg^2 y} = 1$

Значит, $\lg y \cdot 3 \lg x - \lg x^2 - 2 \lg^2 y = 0$

$2 \lg x \lg y - 2 \lg^2 y + \lg x \lg y - \lg^2 x = 0$

$2 \lg y (\lg x \lg y - \lg^2 y) - \lg x (\lg x - \lg y) = 0$

$(2 \lg y - \lg x) (\lg x - \lg y) = 0$

1) $\lg x = \lg y$

$x = y$

2) $2 \lg y = \lg x$

$\lg y^2 = \lg x \rightarrow y^2 = x \rightarrow y = \sqrt{x}$
 $y = -\sqrt{x}$

Из ОДЗ мы знаем, что $x > 0$ и $y > 0$
 значит, $y = -\sqrt{x}$ быть не может
 Подставим $y = x$ и $y = \sqrt{x}$ в (2):

1) $y = x$

$$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$-4x^2 - 4x + 8x = 0 \quad | :(-4)$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

$$x = 0, \text{ но из ОДЗ } x > 0$$

$$x = 2 \rightarrow y = 2$$

2) $x^2 - 2x\sqrt{x} - 4x - 3x + 12\sqrt{x}$

$$y = \sqrt{x} \quad y^2 = x \quad x^2 - 2x\sqrt{x} - 4x - 3x + 12\sqrt{x} = 0$$

$$(\sqrt{x})^4 - 2(\sqrt{x})^3 - 4(\sqrt{x})^2 - 3(\sqrt{x}) + 12 = 0$$

Пусть $\sqrt{x} = t, t > 0$

$$t^4 - 2t^3 - 4t^2 + 12t = 0$$

$$t(t^3 - 2t^2 - 4t + 12) = 0$$

1) $t = 0$, но $t > 0$

2) $t^3 - 2t^2 - 4t + 12 = 0$. Подберем один корень.

$$t = 3, 27 - 18 - 12 + 12 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} t^3 - 2t^2 - 4t + 12 & t - 3 \\ \underline{t^3 - 3t^2} & \\ \underline{-t^2 - 4t + 12} & \\ \underline{-t^2 - 3t} & \\ \underline{-4t + 12} & \\ \underline{-4t + 12} & \\ 0 & \end{array}$$

уравнение примет вид:

$$(t-3)(t^2+t-4) = 0$$

$$t_3 = 3 \quad \text{и} \quad t^2 + t - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$t_1 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}, \text{ но } t > 0$$

$$t_2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Значит, $t_2 = -\frac{1+\sqrt{14}}{2}$

Значит, $\sqrt{x} = -\frac{1+\sqrt{14}}{2} \Rightarrow y = \frac{-1+\sqrt{14}}{2}$

$x = y^2 = \left(\frac{-1+\sqrt{14}}{2}\right)^2 = \frac{(\sqrt{14}-1)^2}{4} = \frac{14-2\sqrt{14}+1}{4} = \frac{15-2\sqrt{14}}{4} = \frac{9-\sqrt{14}}{2}$

$4 < \sqrt{14} < 5$, значит, решение удовлетворяет ООЗ.

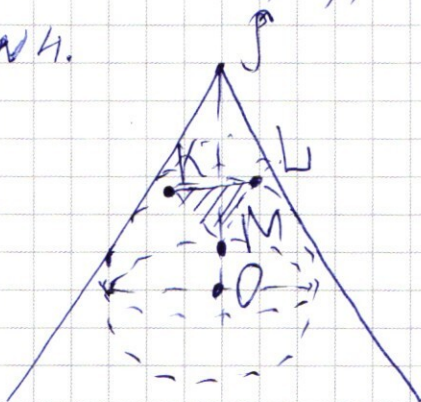
Ответ: $(2; 2), \left(\frac{9-\sqrt{14}}{2}, \frac{-1+\sqrt{14}}{2}\right)$.

Также мы нашли $t_3 = 3$.

Значит, $y = \sqrt{x} = t = 3$, $x = y^2 = 9$

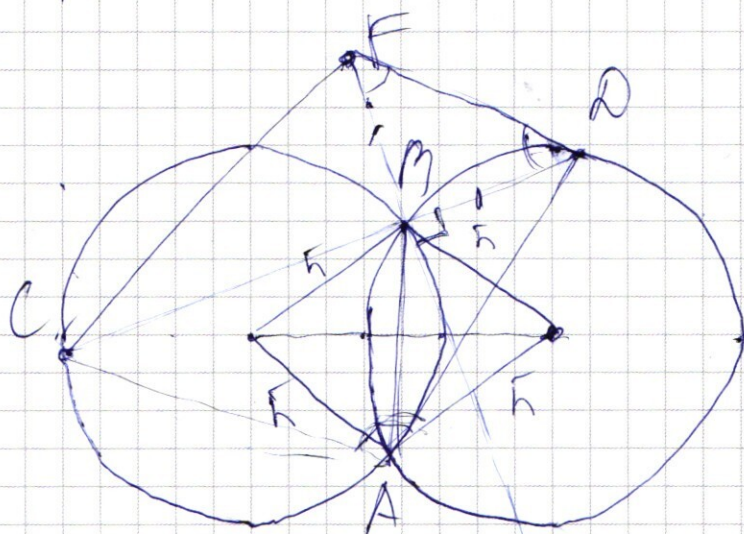
Ответ: $(2; 2), (9; 3), \left(\frac{9-\sqrt{14}}{2}, \frac{-1+\sqrt{14}}{2}\right)$.

н.ч.



Сечение плоскостью $\perp SO$ представит собой подобный треугольничек с $k^2 = 4 \rightarrow k = 2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$x^2 - 2xy - 4x$$

$$\frac{y^5 \lg x^5}{x \lg x}$$

$$16 \cdot 16 = 256$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{10}$$

$$\lg$$

$$(x-1) \cdot x^2$$

$$\frac{1}{x} \lg x^{10} = x - 10$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^2 \lg xy$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x^2 = y^2 \lg xy$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x}$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x} = y^2 \lg$$

$$\frac{10^{\lg^2 x}}{100 \lg x}$$

$$x^2 - 2x\sqrt{x} - 4x - 3x + 12\sqrt{x} = 0$$

$$\frac{y^3 \lg x}{x \lg x \cdot y^2 \lg y}$$

$$= \frac{1000 \cdot 10^{3 \lg x \lg y}}{10 \lg^2 x \cdot 10^{2 \lg^2 y}} = 1$$

$$x^2 - 4x - \sqrt{x}(2x - 12) = 0$$

$$10^{3 \lg x \lg y - \lg^2 x - 2 \lg^2 y} = 1$$

$$3 \lg x \lg y - \lg^2 x - 2 \lg^2 y = 0$$

$$2 \lg x \lg y - 2 \lg^2 y + \lg x \lg y - \lg^2 x = 0$$

$$2 \lg y = \lg x \quad \lg x = \lg y \quad y^2 = x \quad x = y$$

$$-2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x \sin 4x - 2 \cos 4x \sin 4x = \sqrt{2} \cos^2 4x - \sqrt{2} \sin^2 4x$$

$$\sqrt{2} \sin^2 4x - 2 \sin 4x \cdot \sin 4x - \sqrt{2} \cos^2 4x - 2 \cos 4x \sin 4x = 0$$

$$\sin 4x (\sqrt{2} \sin 4x - 2 \sin 4x) - \cos 4x (\sqrt{2} \cos 4x - 2 \sin 4x) = 0$$

$$\sin(d+b) = \sin d \cos b + \cos d \sin b$$

$$\sin(d+b) + \cos(d+b) =$$

$$\cos(d+b) = \cos d \cos b - \sin d \sin b$$

$$\sin(b-d)$$

$$\sin d \sin b = \cos d \cos b - \cos(d+b)$$

$$\cos(d+b) - \cos(d-b) = -2 \sin d \sin b$$

$$\sin(d+b) - \sin(d-b) = 2 \cos d \sin b$$

$$\cos 11x - \cos 9x + \sin 9x - \sin 11x = -2 \sin 4x \sin 4x + 2 \cos 4x \sin 4x$$

$$= -2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) = -2 \sin 4x \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 4x = \sqrt{2} \cos^2 4x - \sqrt{2} \sin^2 4x$$

$$-\sqrt{2} \sin 4x \sin 4x - \sqrt{2} \sin 4x \cos 4x = \cos^2 4x - \sin^2 4x$$

$$-\sqrt{2} \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) = (\cos 4x - \sin 4x) (\cos 4x + \sin 4x)$$

$$(\cos 4x + \sin 4x) (-\sqrt{2} \sin 4x - \cos 4x + \sin 4x) = 0$$

$$\cos 4x + \sin 4x = 0$$

$$\sin 4x = -\cos 4x$$

$$\tan 4x = -1$$

$$4x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{4}$$

$$\sin 4x - \cos 4x = \sqrt{2} \sin 4x$$

$$\sqrt{2} \sin(4x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \sin 4x$$

$$4x - \frac{\pi}{4} = \sin(4x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sqrt{2} (\sin(4x - \frac{\pi}{4})) = \sqrt{2} \sin 4x$$

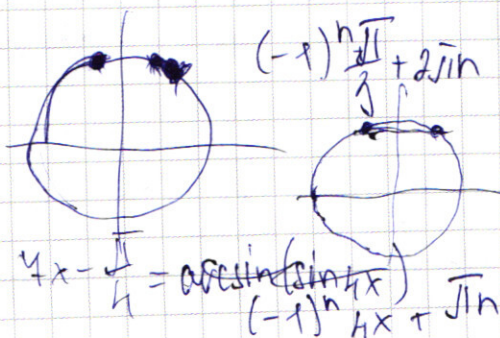
$$\sin(4x - \frac{\pi}{4}) = \sin 4x$$

$$\sin(4x + \frac{\pi}{4}) = \sin 4x$$

$$4x - \frac{\pi}{4} = 4x + \frac{\pi}{4}$$

$$4x - \frac{\pi}{4} = 4x + \frac{\pi}{2} + 2\pi$$

$$4x - \frac{\pi}{4} = \pi - 4x + 2\pi$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3345 \mid 5$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 34 \\ 35 \\ 25 \end{array} \mid \begin{array}{r} 645 \\ 5 \\ 135 \\ 14 \\ 10 \\ 35 \end{array} \mid \begin{array}{r} 5 \\ 24 \\ 3 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 34 \\ 35 \\ 25 \end{array} \mid \begin{array}{r} 645 \\ 5 \\ 135 \\ 14 \\ 10 \\ 35 \end{array} \mid \begin{array}{r} 5 \\ 24 \\ 3 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \end{array}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} (1 - 0) = \frac{1}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{5} \cdot \sin \frac{\pi}{4} =$$

~~Нужно запоминать:~~ $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$

$$12233 \quad 12323 \quad 12332 \quad 13232 \quad 13322 \quad 13223$$

$$2283 \quad 2332 \quad 3322 \quad 3232 \quad 2323 \quad 3223$$

$$\frac{8!}{3 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{\cos \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{3}}{(\sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{6})} = \frac{1}{2} \left(\cos(0) - \cos \left(\frac{\pi}{4} \right) \right) =$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos 11x - \sin 11x + \sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \frac{(\cos 11x + \cos 3x)}{2} + 2 \frac{(\sin 3x - \sin 11x)}{2} = \sqrt{2} \cos 4x$$

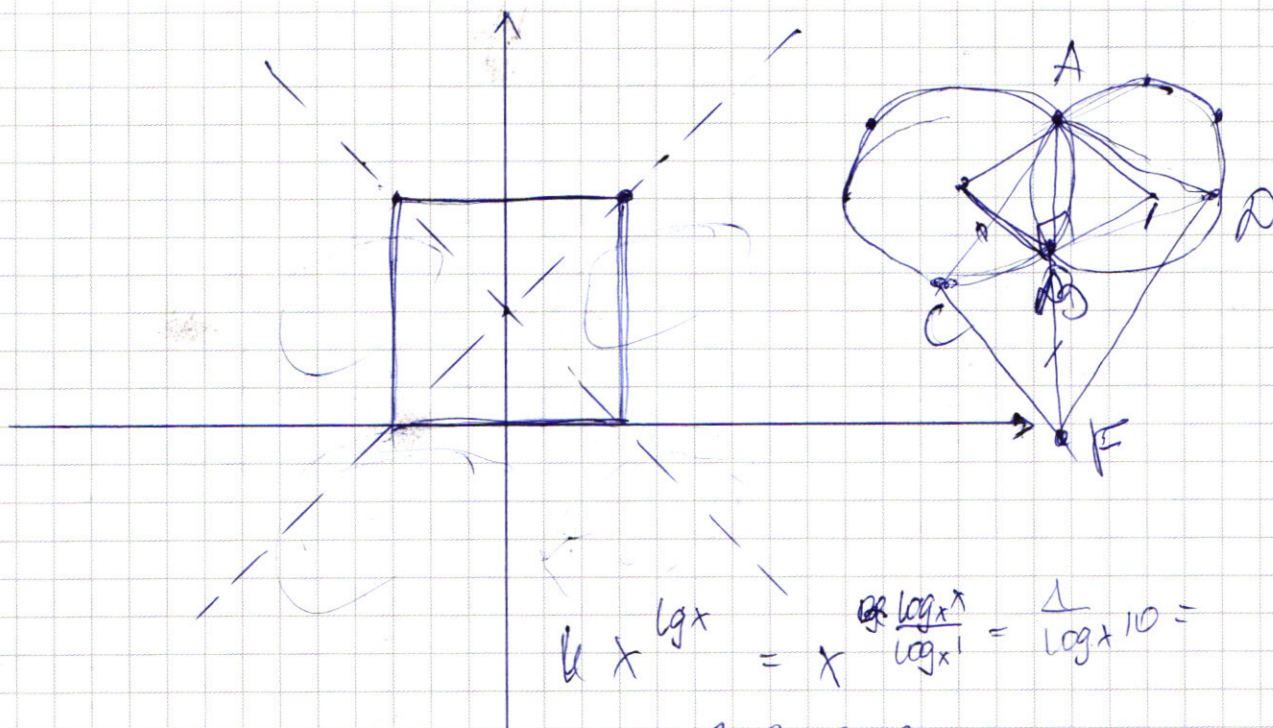
$$-2 \sin 4x \cdot \sin 4x - 2 \sin 4x \cdot \sin 4x + 2 \cos 4x \sin 4x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x \cdot \sqrt{2} \left(\sin 4x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x \left(\sin 4x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x \left(\sin 4x + \frac{\pi}{4} \right) = 1 - 2 \sin 24x$$



$$k \cdot x^{\lg x} = x^{\frac{\lg x}{\lg x}} = \frac{1}{\lg x} 10 =$$

н 1. 1, 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5

1, 1, 1, 9, 3, 5, 5, 5

Итого:

~~3+3+3+2+2+2~~

$$\lg^3 \frac{x}{y} \cdot \lg y = \lg^2 x$$

д 9 3 5 5 1 1 1

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = \frac{y^{5 \lg x} \cdot y^{\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg x} = y^{4 \lg x}$$

$$\begin{array}{r} 560 \\ \times 8 \\ \hline 4480 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4480 \\ + 2240 \\ \hline 6720 \end{array}$$

ОДЗ: $x > 0$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg x} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$(x-y)^2 - 4x - 4y^2 + 12y = 0$$

$$\frac{y^{\lg x}}{x^{\lg x}} = 1 \Rightarrow y = x$$

$$\frac{y^{3 \lg x}}{y^{2 \lg x} \cdot x^{\lg x}} = 1 \Rightarrow \frac{10^{\lg x^3}}{10^{\lg x^2}} = 1$$

$$\frac{y^{3 \lg x - 2 \lg x}}{x^{\lg x}} = 0 \Rightarrow \frac{y^{\lg x}}{x^{\lg x}} = 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = a \end{cases}$$



реш.

1) если $y-3-x > 0$ $y-3+x > 0$
 $y > x+3$
 $y > x-3$

2) если $y < 3+x$
 $y < x-3$
 $y > x+3$
 $y < x-3$

3) если $y < x+3$
 $y > x-3$

1) $y-3-x + y-3+x = 6$
 $y = 6$

2) $-y+3+x - y+3-x = 6$

3) $-y+3+x + y-3+x = 6$
 $x = 3$

1) если $x > 0$
 $y > 0$

2) $x > 0$
 $y < 0$

3) $x < 0$
 $y > 0$

4) $x < 0$
 $y < 0$

