

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

- ✓ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- ✓ 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
- ✓ 3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

✓

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
- ✓ 7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$3345 = 3^3 \cdot 5^3$. Т.е. есть 2 набора цифр, из кот. можно составлять такие 8-знач. числа.

1). 1 1 3 3 3 5 5 5

2). 1 1 1 3 5 5 5 9.

Если мы перемножим какие то ещё 2 числа ($3 \cdot 5, 5 \cdot 5, 3 \cdot 9, 5 \cdot 9$), мы получим не цифру, а число.

Посчитаем кол-во уникальных перестановок:

$$\begin{aligned} 1). 8! : 3! : 3! : 2! &= \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 560 \\ 2). 8! : 3! : 1! : 3! : 1! &= \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 1120 \end{aligned} \quad \Rightarrow 1680$$

Ответ: 1680 чисел.

Задача 3.

1). $x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$

$$(x - 3y)(x + y) - 4(x - 3y) = 0$$

$$(x - 3y)(x + y - 4) = 0$$

$$\begin{cases} x = 3y \\ x = 4 - y \end{cases}$$

2). $\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = \cancel{y^{5 \lg x}} y^{2 \lg x y}$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = (xy)^{2 \lg y} = x^{2 \lg y} \cdot y^{2 \lg y} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y} \quad | : (y^2)^{\lg x y}$$

$$\left(\frac{y^3}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg y}$$

1). $x = 3y$

$$\left(\frac{y^3}{3y}\right)^{\lg 3y} = (y^2)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{y^3}{3y}\right)^{\lg 3} \cdot \left(\frac{y^3}{3y}\right)^{\lg y} = (y^2)^{\lg y} \quad | : (y^2)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{y^3}{3y}\right)^{\lg 3} \cdot \frac{1}{3} = 1$$

$$\left(\frac{y^3}{3y}\right)^{\lg 3} = y^{\lg 3}$$

$$y^3 = 3y^2$$

$$y = 3 \Rightarrow x = 9$$

2). $x = 4 - y$

$$\left(\frac{y^3}{4-y}\right)^{\lg(4-y)} = y^{2 \lg y}$$

$$\frac{(4-y)^3 \lg y}{(4-y)^{\lg(4-y)}} = y^{2 \lg y}$$

$$\left(\frac{(4-y)^3}{y^2}\right)^{\lg y} = (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$y = 2 \Rightarrow x = 2$$

Ответ: $\begin{cases} x=2, y=2 \\ x=9, y=3 \end{cases}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-y)^2 + (|y-3|)^2 = a \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} y-x \geq 3 \\ y+x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=6 \\ x^2-8|x|+25-a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{a-9} \end{cases}$$

П.о. ~~однажды~~ 2 корня при $0 \leq a \leq 25$
1 корень при $a=25$

$$2) \begin{cases} y-x \leq 3 \\ y+x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ x^2-8|x|+25-a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ x_{1,2} = \pm 4 \pm \sqrt{a-9} \end{cases}$$

П.о. ещё 2 корня при $10 \leq a \leq 58$
Получается, что на отрезке $a \in [10, 58]$ есть
хотя бы 4 решения. ~~Вывод: на отрезке~~
При $a=25$ решения 2.

$$\begin{cases} y-x=3 \\ y+x=3 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y-x \geq 3 \\ y+x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y^2-6|y|+10-a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq y \leq 6, \Rightarrow y \text{ всегда } \geq 0 \\ y_{1,2} = 3 \pm \sqrt{a-1} \end{cases}$$

П.о. на отрезке $a \in [1, 10]$ есть по 2 корня.
при $a=1$ корень 1.

$$4) \begin{cases} y-x \leq 3 \\ y+x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y^2-6|y|+10-a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq y \leq 6 \Rightarrow y \text{ всегда } \geq 0 \\ y_{1,2} = 3 \pm \sqrt{a-1} \end{cases}$$

П.о. на отрезке $(1, 10]$ есть по 4 корня, при $a=1$
корня 2.

Ответ: $a \in \{1; 25\}$

Задача 8.

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 40 + (2^{64} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < 40 + (2^{64} - 1)x$$

$$2^x + (6 - x) \cdot 2^{64} + x < 40.$$

При $x < 6$ ~~2^x~~ 2^x ~~крайне~~ > 0 , x крайне мало по сравнению с $x(6-x) \cdot 2^{64}$, неравенство не выполняется.

При $x = 6$ $2^6 + 6 = 40$, нер-во не выполняется.

При $x = 40$ $2^{64} \cdot 64 - 2^{64} \cdot 64 + 40 = 40$, нер-во не выполняется.

При $x > 40$ $2^x > (x-6) \cdot 2^{64}$, т.о. левая часть только увеличивается и нер-во не выполняется.

При $7 \leq x \leq 69$ нер-во выполняется, $(6-x) \cdot 2^{64}$ велико по сравнению с $2^x + x$, левая часть < 0 .

Т.о. для каждого x от 7 до 69 нам нужно найти все y между $2^x + 3 \cdot 2^{65}$ и $40 + (2^{64} - 1)x$. Их кол-во равно $40 + (2^{64} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{65}$.

$$\sum_{x=7}^{69} 40 - 3 \cdot 2^{65} + x(2^{64} - 1) - 2^x = (40 - 3 \cdot 2^{65})(69 - 7 + 1) + \sum_{x=7}^{69} x(2^{64} - 1) - 2^x$$

$$63(40 - 3 \cdot 2^{65}) + \sum_{x=7}^{69} x(2^{64} - 1) - 2^x$$

$$\text{Ответ: } 63(40 - 3 \cdot 2^{65}) + \sum_{x=7}^{69} x(2^{64} - 1) - 2^x$$

число

число. Т.о. это алгебраическая сумма 2-х слагаемых



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

Задача 2.

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 4x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cancel{\sin 4x + \cos 4x}$$

$$\sqrt{2} \cos 14x + 2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) = 0$$

$$\sqrt{2} (\cos 4x - \sin 4x) (\cos 4x + \sin 4x) + 2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) = 0$$

$$(\cos 4x + \sin 4x) (\sqrt{2} \cos 4x - \sqrt{2} \sin 4x + 2 \sin 4x) = 0$$

$$1) \cos 4x + \sin 4x = -\sin 4x$$

$$\tan 4x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \cos 4x - \sin 4x + \sqrt{2} \sin 4x = 0$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $x = 3y$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^2 \lg 3y^2$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{\lg 3y^2} \cdot y^{\lg 3y^2} = (3y^2)^{\lg y} \cdot (3y^2)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3} \cdot \left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg y} = (3y^2)^{\lg y} \cdot (3y^2)^{\lg y} = (9y^4)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3} = \left(9y^4 \cdot \frac{3}{y^4}\right)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3} = 27 \lg y$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3} = (y^3)^{\lg 3}$$

$$\left(\frac{y}{3}\right)^{\lg 3} = 1$$

$$y = 3 \Rightarrow x = 9$$

2) $x = 4 \cdot y \Rightarrow y = 2, x = 2$

$$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg 4-y} = y^2 \lg(4-y) \cdot y \Rightarrow ((4-y)^2 \cdot y^2)^{\lg y} = (y^2)^{\lg(4-y)} \cdot (y^2)^{\lg y}$$

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$$

$$\begin{cases} y-x \geq 3 \\ y+x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow y=6$$

$$(|x|-4)^2 + 3^2 = a$$

$$a=10$$

$$\begin{aligned} y &= 6 \\ x &= 3 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 6 \\ x &= -3 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$a=58$$

$$y=6$$

$$\begin{aligned} a &= 18 \\ y &= 6 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$3 \geq x$$

$$x \geq -3$$

$$3 \geq x \geq -3$$

$$x^2 - 8|x| + 16 + 9 - a = 0$$

$$x^2 - 8|x| + 25 - a = 0$$

$$7 \pm \sqrt{16 - (25 - a)}$$

$$4 \pm \sqrt{a-9}$$

$$\begin{cases} y-x \leq 3 \\ y+x \geq 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x+3-y+y-3+x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$a \leq y \leq 6$$

$$6 > y \geq 0$$

$$\begin{aligned} y^2 - 6|y| + 9 + 1 - a &= 0 \\ y^2 - 6|y| + 10 - a &= 0 \end{aligned}$$

$$3 \pm \sqrt{9 - (10 - a)}$$

$$3 \pm \sqrt{a-1}$$

$$1 < a \leq 10$$

$$\begin{aligned} y &= 3 \\ x &= \pm 3 \end{aligned}$$

$$a=1$$

$$\begin{cases} y-x \leq 3 \\ y+x \leq 3 \end{cases} \quad -3 \leq x \leq 3$$

$$3+x-y+3-x-y=6$$

$$6-2y=6$$

$$y=0$$

$$4 \pm \sqrt{a-9}$$

OK.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3345 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 3345 \\ - 35 \\ \hline 3310 \\ - 875 \\ \hline 2435 \\ - 875 \\ \hline 1560 \\ - 875 \\ \hline 685 \\ - 875 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3345 \mid 125 \\ - 250 \mid 24 \\ \hline 875 \\ - 875 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{1}{2} \quad 01$$

$$30^\circ \quad 30^\circ$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$30^\circ \quad 30^\circ \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{1}{2}$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos 1 - \cos 3 = ?$$

$$\sin 1 - \sin 3 = ?$$

$$\left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = y^2 \lg xy$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$4(x-3y)$$

$$(x-3y)(x+y)$$

$$x \mid 125$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 27 \\ \hline 98 \\ - 90 \\ \hline 8 \\ - 5 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 30 \\ \hline 95 \\ - 675 \\ \hline 35 \\ - 25 \\ \hline 10 \\ - 10 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 37 \\ \hline 88 \\ - 35 \\ \hline 53 \\ - 25 \\ \hline 28 \\ - 25 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 17 \\ \hline 73 \\ - 10 \\ \hline 63 \\ - 35 \\ \hline 28 \\ - 25 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 35 \\ \hline 90 \\ - 10 \\ \hline 80 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$3^3 \cdot 5^3$$

$$11333555$$

$$11139555$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2! \cdot 3! \cdot 3!}$$

$$\frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 8 = 560$$



$$\lg = \log_{10}$$

$$(x-3y)(x+y) - 4(x-3y) = 0$$

$$(x-3y)(x+y-4) = 0$$

$$\begin{cases} x=3y \\ x=4-y \end{cases}$$

$$(y^5) \log x \rightarrow x \log x$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right) \log x = (xy)^2 \log y$$

$$\left(\frac{y^3}{4-y}\right) \log y = (y^2) \log y$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right) \log x = y^5 \log x \cdot y^2 \log y$$

$$y \log (4-y)^3 \log y = (4-y) \log(4-y) \cdot y^2 \log y$$

$$\left(\frac{y^3}{x}\right) \log x = (y^2) \log y$$

$$\left(\frac{y^3}{x}\right) \log y^x = (y^2) \log y^x$$

$$\left(\frac{(4-y)^3}{y^2}\right) \log y = (4-y) \log(4-y) = \frac{1}{10}$$

$$\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$\frac{y^{1/10}}{y^{1/10}}$$

$$\left(\frac{y^2}{(4-y)^3}\right) \log y = \frac{1}{10} 10$$

$$(y^2) \log y = 2$$

$$\frac{\log_{4-y}(4-y)}{\log_{4-y} 10}$$

$$\frac{1}{\log_{4-y} 10} = \frac{1}{\log_{4-y} 10}$$

$$\frac{1}{(4-y) \log_{4-y} 10} = \frac{1}{10 \log_{4-y} y} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{4-y \log_{4-y} 10}$$

$$\frac{(x^3) \log y y}{x \log y x}$$

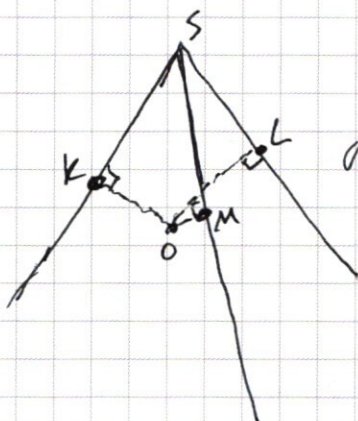
$$\frac{x^3}{x \log y x} = y^2 \frac{(4-y)^3}{(4-y) \log y y} = y^2$$

$$x \log y x = x \frac{\log y x}{\log y y} = x \frac{1}{\log y y}$$

$$\log y y$$

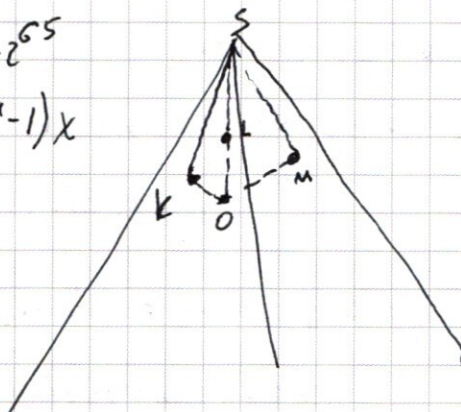
$$\frac{y^5}{x} = \frac{(x^3) \log y y}{x} = (y^2) \log y y$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 40 + (2^{64} - 1)x$$



$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < 40 + (2^{64} - 1)x$$

$$2^x + (6 - x) \cdot 2^{64} < 40 - x$$

$$2^x + (6 - x) \cdot 2^{64} + x < 40$$

$$x \geq 6$$

$$x = 64$$

$$2^{64}$$

$$x = 40$$

$$2^{64} \cdot 64 - 2^{64} \cdot 64 + 40 < 40$$

$$2^{64} + 40 < 40$$

$$x \geq 69$$

$$2^{64} \cdot 32 - 2^{64} \cdot 62$$

$$x \in [4; 69]$$

$$2^x - 2^{64} + 4 < 40$$

$$x = 63$$

$$x = 4$$

$$40 + 2^{64}(6 - x) \neq -2^x - x$$

$$40 + 2^{64} \cdot 6 - 2^{64} \cdot x - 2^x - x$$

$$40 + 2^{64} \cdot 6 - x(2^{64} + 1) - 2^x$$

$$40 + 2^{64}x - x - 2^x - 3 \cdot 2^{65}$$

$$40 + x(2^{64} - 1)$$

$$40 - 3 \cdot 2^{65} + x(2^{64} - 1) - 2^x$$

$$(40 - 3 \cdot 2^{65}) \cdot (69 - 4 + 1)$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x \sin 4x + \sin 11x - \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\overset{11}{2 \sin 4x} - 4x \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 4x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x + \sqrt{2} \cos 4x) = 0$$

$$\overset{11}{\cos^2 4x - \sin^2 4x}$$

$$\cos 4x (\cos 4x + 1) - \sin 4x (\sin 4x - 1)$$

$$\cos 4x (\cos 4x + 1) \leq \sin 4x (\sin 4x - 1)$$

$$\sqrt{1 - \cos^2 4x} + \cos 4x + \sqrt{2} (2 \cos^2 4x - 1) = 0$$

$$1 - \cos^2 4x = (1 - 2 \cos^2 4x) \sqrt{2} - \cos 4x$$

$$\sqrt{2} - 2 \sqrt{2} \cos^2 4x - \cos 4x$$

$$1 - \cos^2 4x = (1 - 2 \cos^2 4x) \cdot 2 \left(\sqrt{2} \cos^2 4x \right) (1 + \cos^2 4x) + \cos^2 4x - 2 \sqrt{2} (1 - 2 \cos^2 4x) \cos 4x$$

$$1 - 2 \cos^2 4x = (1 - 2 \cos^2 4x) (1 - 2 \cos^2 4x - \sqrt{2} \cos 4x)$$

$$\frac{1}{2} = 1 - 2 \cos^2 4x - \sqrt{2} \cos 4x$$

$$4 \cos^2 4x + 4 \cos 4x - 1 = 0$$

$$2 \cos^2 4x + \sqrt{2} \cos 4x - \frac{1}{2} = 0 \quad | \cdot 2$$

$$4 \cos^2 4x + 2 \sqrt{2} \cos 4x - 1 = 0$$

$$2 \sin \frac{\pi}{4} \sin 4x$$

$$-(\cos$$

$$\alpha + \beta = 8x$$

$$\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$2\alpha = 8x + \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha = 4x + \frac{\pi}{4}$$

$$\beta = 4x - \frac{\pi}{4}$$

$$-\frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{2+4}}{4} = \frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{6}}{4}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$\cos 4x - \sin 4x = \cos(4x + \frac{\pi}{4}) - \cos(4x - \frac{\pi}{4})$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)

