

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

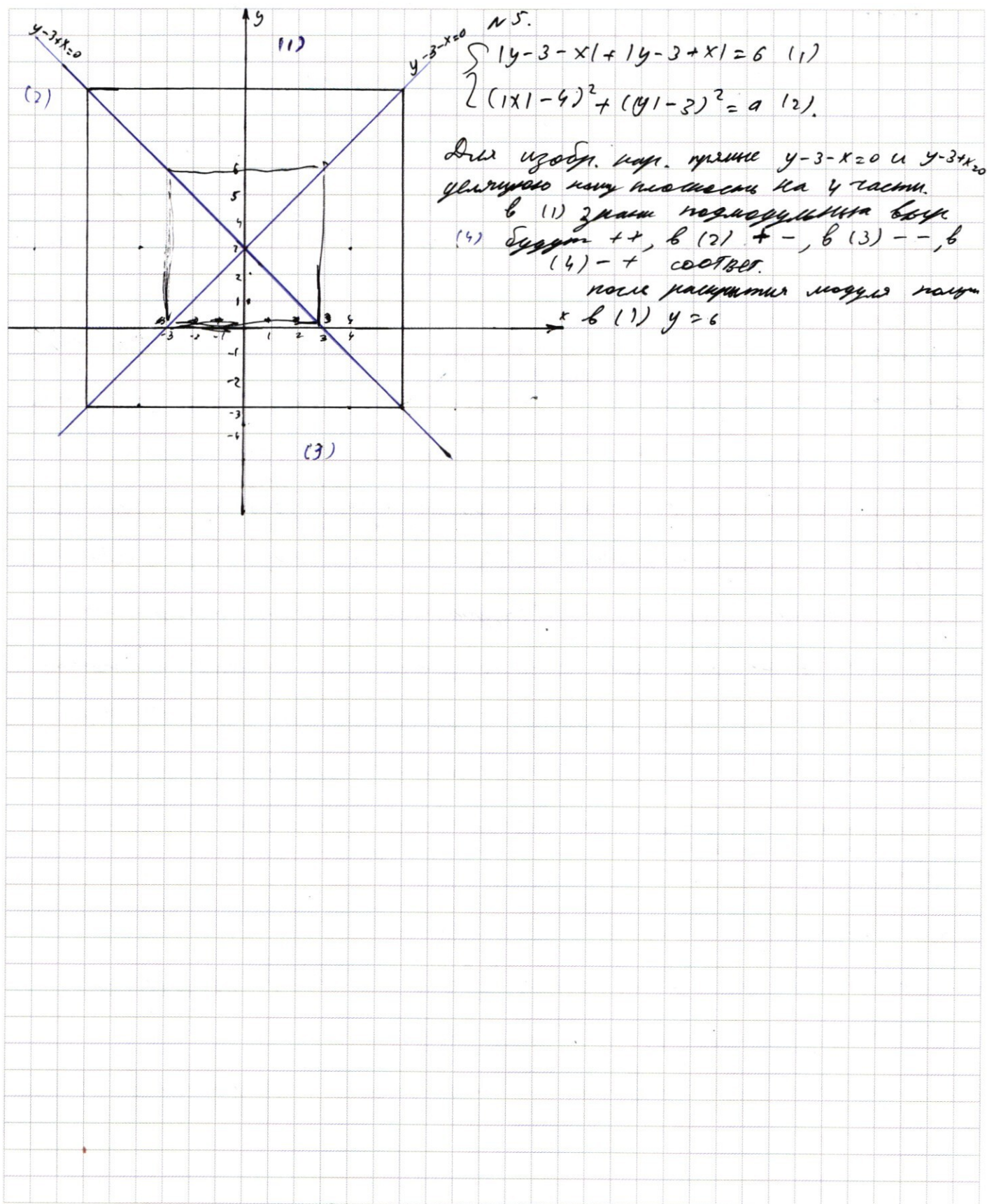
имеет ровно два решения.

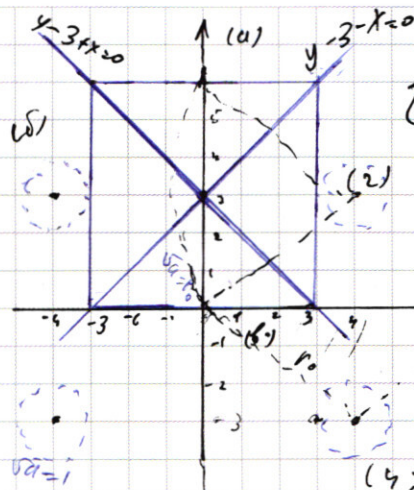
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





№5.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = 9 & (2) \end{cases}$$

параметры уравнения $y-3-x=0$ и $y-3+x=0$ должны иметь противоположные знаки (1), (2), (3) в кот. знак равен. модуль будет $++$, $+-$, $-+$, $--$ а получим координаты $y=6, x=-3, y=0$ и $x=3$ соответственно.

при $\sqrt{a} < 3$ и при $a=9$ точек $x=3$ и $x=-3$ (2) при $\sqrt{a} < 3$ окружность с центром в (0,3) при $\sqrt{a} > 3$ - часть окружности при $x=3$ и $x=-3$ (без точек $(4,3)$ и $(-4,3)$)

$(4,3), (-4,3), (4,-3), (-4,-3)$ Заметим, что когда $\sqrt{a} > 3$ окружность не касается осей.

для оба случая ур. 1 симметричны отн. $x=0 \Rightarrow$ если есть реш. для $x > 0$, то есть реш. только $x > 0$ или только $x < 0$.

на $x > 0$, то всего реш. 2. Будет. $\sqrt{a} < 1$ (Заметим, что $\sqrt{a} < 1$ при $a < 1$)

Заметим, что решение нет. При $a=1$ имеет одно реш. отн. с учетом $\Rightarrow$ на другой стороне тоже самое и решение 2.

$(4,3)$ касаются прямой $x=3$. Заметим, что при $\sqrt{a} < \sqrt{4^2+3^2} = 5$ решение $x=3$ существует в $(4,3)$

Будет ≥ 2 т.е. окружности и квадраты симметричны отн. $y=3$ и $x=3$ не касаются $y=3$. Заметим, что при $\sqrt{a} = 6$ окр. $(-)$ перес. (2) и касаются окр. будут касаться $x=0 \Rightarrow$ точки перес. окр. с осью $(-4,3)$ и $(4,3)$ (Заметим, что $\sqrt{a} = 6$ при $a=36$)

совпадают, т.е. 2 решения, также окружности с центрами $(-4,-3)$ и $(4,-3)$

Будут касаться $x=0$ в $(0,0)$ (другая точка перес. не попадает на (1)).

а их часть вне $x > 0$ нет т.е. при раскрытии модуль или строит

на $x < 0$. $\Rightarrow$ все-то решение в данном случае 2. при дальнейшем увел.

а касаются окружности (без касания осей) с центрами $(4,3)$ и $(-4,3)$

не пересекают (1), также и окружности с центрами $(-4,-3)$ и $(4,-3)$.

Итого 2 решения, когда $\sqrt{a} = 5 \Rightarrow a = 25, \sqrt{a} = 1 \Rightarrow a = 1$

Ответ: $a \in \{1\} \cup \{25\}$.

№2.

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x \quad (2)$$

$$\Rightarrow 2 \sin \left(\frac{11+3}{2} x \right) \cdot \sin \left(\frac{11-3}{2} x \right) - 2 \sin \left(\frac{11-3}{2} x \right) \cdot \cos \left(\frac{11+3}{2} x \right) = \sqrt{2} \cos(14x)$$

$$2 \sin(4x) (\sin(2x) - \cos(2x)) = \sqrt{2} \cos(14x) \quad (2)$$

$$\Rightarrow 2 \sin 4x \cdot 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) = \sqrt{2} \cos(14x) \Rightarrow 2 \sin(4x) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) = \cos(14x)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Заметим, что $3375 = 3^3 \cdot 5^3$. Заметим, что если среди цифр числа есть 0, то произв. цифр равно 0. Заметим, что если среди цифр числа есть хотя бы одна цифра из $\{0, 2, 4, 6, 8\}$, то произведение цифр будет делиться на все (если есть 0), на 2 (если есть 2, 4, 6, 8) или на 7 (если есть 7), но $3375 = 3^3 \cdot 5^3$ не делится ни на 7, ни на 2 и не рав. 0 $\Rightarrow$ данные числа могут состоять только из $\{1, 3, 5, 9\}$. Т.к. степень входящих в 3375 равна 3, а единич. цифра из нашего множества, делящаяся на 5 это 5, то среди цифр нашего числа должно быть ровно три 5-ки. Т.к. $9 = 3^2$, то в среди цифр числа должны быть либо ровно три тройки, либо одна 3 и одна 9. ($9 \cdot 9 = 3^4 \cdot 3^4 \Rightarrow$ д.б. 2, $3^4 \cdot 3^3 \Rightarrow$ д.б. 3). Тогда всего таких чисел $C_8^3 \cdot (C_5^3 + A_5^2)$, т.к. можем выбрать места для 5-ок, 5-ки не отв. друг от друга $\Rightarrow$ как-то способом их выбрать это C_8^3 . Теперь рассмотрим вновь число где три тройки как-то способ. выбрать места для этих трех троек равно $C_{8-3}^3 = C_5^3$ (тройки не разл., осталось 5 мест), остальные цифры одинаковы (единицы). Теперь нужно у последнего как-то число с 3 и 9. т.е. 3х т.к. порядок важен то как-то способов равно $A_{8-3}^2 = A_5^2$ (3 места заняты 5-ками, остальные цифры одн. друг (единицы)).

$$C_8^3 \cdot (C_5^3 + A_5^2) = \frac{8!}{5!3!} \left(\frac{5!}{3!2!} + \frac{5!}{3!} \right) = \frac{8!}{5!3!} \cdot \frac{3 \cdot 5!}{3! \cdot 2!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$$

 Ответ: 1680 чис.

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)'g' = y^{2/9}(xy) \quad (1) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$Q3: x > 0 \quad xy > 0 \Leftrightarrow x > 0, y > 0$$

Эта преобразует (2) и раскл. сло как квадратное ур. отн. x :

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x(y+2) - 3y^2 + 12y = 0$$

$$\frac{D}{4} = (y+2)^2 + 3y^2 - 12y = y^2 + 4y + 4 + 3y^2 - 12y = 4y^2 - 8y + 4 = 4(y-1)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = y+2 \pm 2|y-1| \quad (1) \Leftrightarrow (1,)$$

Преобразует (1): $\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2/\lg(xy)} \Leftrightarrow 10^{\lg(\frac{y^5}{x}) \cdot \lg(x)} = 10^{2/\lg(xy) \cdot \lg(y)}$

$$\Leftrightarrow \lg\left(\frac{y^5}{x}\right) \cdot \lg(x) = 2/\lg(xy) \cdot \lg(y) \Leftrightarrow (5/\lg(y) - 1/\lg(x)) \cdot \lg(x) = 2(\lg(x) + \lg(y))$$

$$\cdot \lg(y) \Leftrightarrow 2/\lg^2(y) - 3/\lg(x) \cdot \lg(y) + 1/\lg^2(x) = 0. \text{ Заметим, что при } \lg(x) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lg(y) = 0 \Rightarrow x = y = 1 \Rightarrow x = y+2 \pm 2|y-1| \text{ не было явл. рещ. т.к.}$$

$$1 \neq 1 \pm 2|1-1| + 2 \Rightarrow \lg(x) = 0 \text{ не явл. рещ. раскл. } x: \lg(x) \neq 0 \text{ Тогда}$$

$$2/\lg^2(y) - 3/\lg(x) \cdot \lg(y) + 1/\lg^2(x) = 0 \Rightarrow 2\left(\frac{\lg(y)}{\lg(x)}\right)^2 - 3\frac{\lg(x) \cdot \lg(y)}{\lg^2(x)} + \frac{\lg^2(x)}{\lg^2(x)} = 0$$

$$\text{Пусть } t = \frac{\lg(y)}{\lg(x)} \Rightarrow 2t^2 - 3t + 1 = 2(t-1)(t-\frac{1}{2}) \Rightarrow t = \begin{bmatrix} 1(a_1) \\ \frac{1}{2}(a_2) \end{bmatrix} \quad (a_1): \frac{\lg(y)}{\lg(x)} = 1 \Rightarrow$$

$$a) \lg(y) = \lg(x) \Rightarrow y = x \Rightarrow (1,): x = x+2 \pm 2|x-1| \Rightarrow |x-1| = \pm 1, -1 \text{ не подг.}$$

$$\text{т.к. } |x-1| \geq 0 \Rightarrow |x-1| = 1 \Rightarrow x-1 = \pm 1 \Rightarrow x = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad x \geq 0 \text{ не удовл. ОДЗ}$$

$$(x > 0) \Rightarrow x = 2 \text{ явл. рещ.}$$

$$(a_2): \frac{\lg(y)}{\lg(x)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2/\lg(y) = 1/\lg(x) \Rightarrow x = y^2 \Rightarrow (1,): y^2 = y+2 \pm 2|y-1|$$

$$\text{Пусть } y \geq 1 \Rightarrow y^2 = y+2 \pm 2(y-1) \Rightarrow y^2 - y(1 \pm 2) - (2 \pm 2) = 0 \Rightarrow D_1 = (1 \pm 2)^2 + 4(2 \pm 2) =$$

$$= 5 \pm 4 + 8 \pm 8 = 13 \pm 12 \Rightarrow D_1 = \begin{bmatrix} 5^2 \\ 1^2 \end{bmatrix} \Rightarrow y = \begin{bmatrix} \frac{1+2 \pm 5}{2} = 4 \Rightarrow x = 4^2 = 16. \\ \frac{1-2 \pm 1}{2} = 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{1-е удовл. ОДЗ} \\ \text{2-е не удовл. ОДЗ} \end{matrix}$$

$$\text{Пусть } y < 1 \Rightarrow y^2 = y+2 \pm 2(1-y) \text{ Заметим, что мы получим те же 2 уравн.}$$

$$\text{корнями } \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ среди них ни одна не подг. т.к. } y < 1.$$

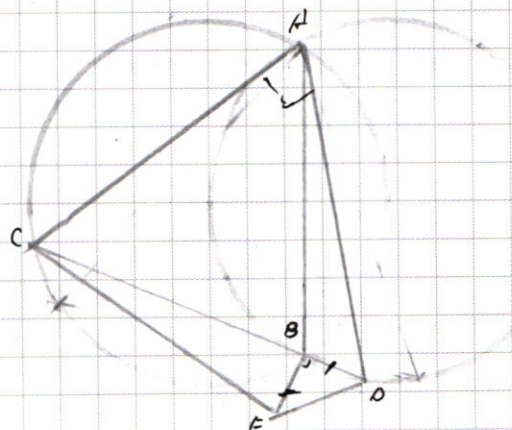
$$\text{Ответ: } (2; 2) \cup (4; 16).$$

NB

Заметим, что $\angle ACD = \angle APC$ (по общей теореме синусов для $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$) т.к.

$$\frac{AB}{\sin(\angle APC)} = 2R = \frac{AB}{\sin(90 - \angle ACD)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin(\angle ACD) = \cos(\angle ACD) \Rightarrow \angle ACD = 45^\circ$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 25} \\ \underline{87} \\ 125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 125} \\ \underline{250} \\ 375 \\ \underline{375} \\ 0 \end{array}$$

$$A \quad \Pi a_i =$$

$$5^3 \cdot 23 \quad ?$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 125} \\ \underline{250} \\ 375 \\ \underline{375} \\ 0 \end{array}$$

$$N1: 3375 = 3^3 \cdot 5^3$$

раскл. 3, 6, 9, 5, как с 60 и т.д.

$$N2: \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)$$

$$2 \cdot \sin \left(\frac{11+3}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{11-3}{2} \right) - 2 \sin \left(\frac{11-3}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{11+3}{2} \right) = \sqrt{2} \cos(14x)$$

$$2 \sin(4x) \{ \sin(7x) - \cos(7x) \} = \sqrt{2} \cdot 2 \sin(7x) \cdot \cos(7x)$$

$$\sin \alpha - \cos \beta = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\beta - \alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha + \beta}{2} \right)$$

$$\sin 7x - \cos 7x = 2 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right)$$

$$2 \sin(4x) \cdot 2 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) = \sqrt{2} \cdot 5$$

$$2 \sin(4x) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) = \cos(14x)$$

$$\cos(14x) = \cos(14x)$$

$$\frac{1}{y} \cdot \frac{1}{y} \left(\frac{y^5}{x} \right) = 2 \frac{1}{y} x y \quad \frac{1}{y} x \cdot \frac{1}{y} \left(\frac{y^5}{x} \right) = 2 \frac{1}{y} (x y) \cdot \frac{1}{y} (y)$$

$$\frac{1}{y} x \cdot (5b - a) = 2b(a + b) \quad 5ab - a^2 = 2ab + 2b^2$$

$$\frac{a}{b} \cdot (5b - a) = 2(a + b)$$

$$\frac{a}{b} \cdot (5b - a) = 2(a + b)$$

$$5ab - a^2 = 2ab + 2b^2$$

$$2b^2 + a^2 - 3ab = 0$$

$$2 \frac{b^2}{a^2} - 3 \frac{ab}{a^2} + 1 = 0$$

$$2l^2 - 3l + 1 = 0$$

$$2(l-1)(l-\frac{1}{2}) = 0$$

$$l = \frac{b}{a} = \frac{1}{y(x)}$$

$$10 \lg(x) \cdot \lg(y) = 10 \lg(y) \cdot \lg(x)$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{1/yx} = y^{2/9xy} \quad (1)$$

$$(2): \quad (1): x = y^{\log_y x}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \quad (2)$$

0.93...

$x > 0$
 $y > 0$
 $y \neq 1$

$$\lg a b = \frac{\lg a}{\lg b}$$

$$(1): y^{1/\lg(x) \cdot (5 - \log_y x)} = y^{2/\lg(xy)}$$

$$1/\lg(x) \cdot (5 - \log_y x) = 2/\lg(xy)$$

$$1/\lg(x) \cdot \log_y \left(\frac{y^5}{x}\right) = 2/\lg(xy)$$

$$1/\lg(x) \cdot \frac{\lg(\frac{y^5}{x})}{\lg(y)} = 2/\lg(xy)$$

$$\cos 11x - \cos 3x -$$

$$x^2 - 2x(y+2) - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$\frac{D}{4} = (y^2 + 2)^2 + 3y^2 + 12y = y^2 + 4y + 4 + 3y^2 - 12y = 4y^2 - 8y + 4 =$$

$$= 4(y-1)^2 \Rightarrow x = (y+2) \pm 2|y-1|$$

$$(2) \Leftrightarrow x = y + 2 \pm 2|y-1|$$

$$x > 0 \Rightarrow y+2-2|y-1| > 0 \Rightarrow y+2 > 2|y-1| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{y+2}{2} > |y-1| \Rightarrow \frac{y+2}{2} > y-1 \Rightarrow \frac{y+2}{2} > y-1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{y}{2} + 1 > y - 1 \Rightarrow \frac{y}{2} > -2 \Rightarrow y > -4$$

$$y > -\frac{y}{2}, \text{ т.к. } y > 0$$

$$\frac{y}{2} + 1 > y \Rightarrow y+2 > 2y \Rightarrow y < 2$$

$$\cos(11x) - \cos(3x) - \sin(11x) + \sin(3x)$$

$$3. \quad (1) \Leftrightarrow \frac{\lg(x)}{\lg(y)} \cdot \lg\left(\frac{y^5}{x}\right) = 2/\lg(xy)$$

$$n3. \quad (1): \left(\frac{y^5}{x}\right)^{1/yx} = y^{2/\lg(xy)} \quad \text{ООЗ: } y > 0, x > 0.$$

$$\lg x \cdot \log_y \left(\frac{y^5}{x}\right) = y^{2/\lg(xy)} \quad \text{поп. усл. } y \neq 1$$

$$\lg x \cdot \frac{\lg(\frac{y^5}{x})}{\lg(y)} = 2/\lg(xy) \Leftrightarrow \lg x \cdot \lg\left(\frac{y^5}{x}\right) = 2/\lg(xy) \cdot \lg(y)$$

$$\Leftrightarrow \lg(x) \cdot (5/\lg(y) - \lg(x)) = 2(\lg(x) + \lg(y)) \cdot \lg(y)$$

$$5/\lg(x) \cdot \lg(y) - \lg^2(x) = 2/\lg(x) \cdot \lg(y) + 2/\lg^2(y) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2/\lg^2(y) + \lg^2(x) - 3/\lg(x) \cdot \lg(y) \Leftrightarrow \lg^2(x^2) \left(2 \frac{\lg(y)}{\lg^2(x)} - 3 \frac{\lg(y)}{\lg(x)} + 1\right) = 0$$

$$2 \frac{\lg(x)}{\lg^2(y)}$$

$$\frac{\lg(x)}{\lg(y)} = \left[\frac{1}{2}\right] \Rightarrow \left[\frac{\lg(x)}{\lg(y)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = y^2 \quad (a_1)\right]$$

$$\Rightarrow \left[\frac{\lg(y)}{\lg(x)} = 2 \Leftrightarrow y = x^2 \quad (b_1)\right]$$

$$(a_1): x = x^2 + 2 \pm 2|x-1| \Rightarrow x-1 = \pm 1 \Rightarrow x-1 = \pm 1 \Rightarrow x = \begin{cases} 2 \\ 0 \end{cases}$$

$$(b_1): x = x^2 + 2 \pm 2(x^2-1) \Rightarrow x^2 - x \pm 2(x^2-1) + 2 = 0$$

$$1) \text{ или } x^2 - x \pm 2(x^2-1) + 2 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 13 \int \left(\frac{y^5}{x}\right)^{1/2} = y^2 / g(xy) & (1) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 & (2) \end{cases} \quad \text{Одз (1): } x > 0, y > 0, xy > 0$$

$$(2) \Rightarrow x^2 - 2x(y+2) - 3y^2 + 12y = 0 \Rightarrow \text{реш. как квадрат отн. } x. \\ \frac{D}{4} = (y+2)^2 - 3y^2 + 12y = 4y^2 - 8y + 4 = 4(y-1)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = y + 2 \pm 2|y - 1|$$

$$(1) \Rightarrow 10^{1/g(y)} \cdot 1/g(x) = 10^{2/g(xy)} \cdot 1/g(y) \Leftrightarrow 1/g\left(\frac{y^5}{x}\right) \cdot 1/g(x) = 2/g(xy) \cdot 1/g(y)$$

$$\Leftrightarrow 1/g(y) - 1/g(x) = 2(1/g(x) + 1/g(y)) \cdot 1/g(y) \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2/g^2(y) - 3/g(x) \cdot 1/g(y) + 1/g^2(x) = 0 \quad [1/g(x) \neq 0, \text{ т.е. } x \neq 1 \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1/g^2(x) \left(2\left(\frac{1/g(y)}{1/g(x)}\right)^2 - \frac{3/g(x) \cdot 1/g(y)}{1/g^2(x)} + \frac{1/g^2(x)}{1/g^2(x)} \right) = 1/g^2(x) \cdot (2t^2 - 3t + 1), \text{ где } t = 1/g(x).$$

$$\cdot 2(t-1)(t-\frac{1}{2}), \text{ т.к. } 1/g^2(x) \neq 0, \text{ то } t = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1/g(y)}{1/g(x)} = \left[\frac{1}{2}\right] \Leftrightarrow 1/g(y) = \left[\frac{1}{2}\right] 1/g(x) = \left[\frac{1/g(x)}{2}\right]$$

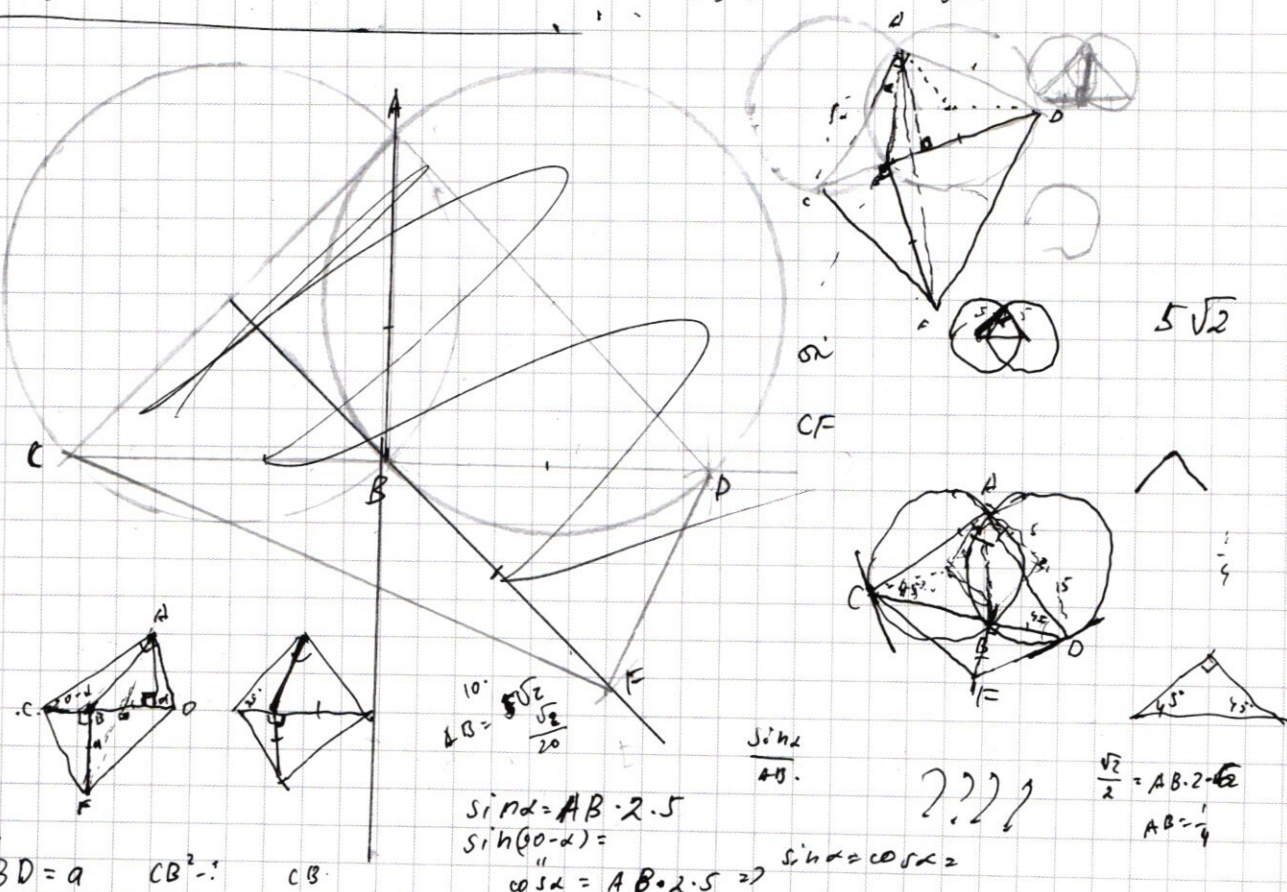
$$\Leftrightarrow y = x(a) \quad (a) \text{ б(1): } x = x + 2 \pm 2|x - 1| \Rightarrow \pm 1 = |x - 1| \Rightarrow |x - 1| = \pm 1 \Rightarrow \text{т.к. } x > 0, \text{ то } x = 2$$

$$\text{б) } y^2 = x + 2 \pm 2|y - 1|$$

$$x=1 \quad 1 = y^2 / g(y)$$

$$2/g(y) = 0 \quad 1/g(y) = 0 \quad y=1$$

$$y=1+2 \pm 0$$



$$3375 = 3^3 \cdot 5^3$$

н1

1) остав цифра 0: $9 \cdot 10^8$

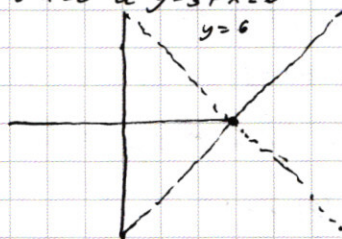
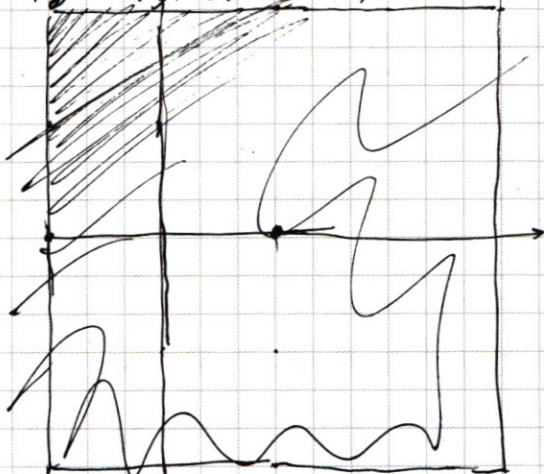
$$9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

найдём всевозм. без 0 и отнимем от них нульч. всего получится 98
2) если 2)

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6 \quad (1)$$

(1): строим $y-3-x=0$ и $y-3+x=0$

$$(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \quad (2)$$



$a < 0$ реш. нет

$a = 0$ два реш.

$0 < a < 2$ четыре реш.

$a = 2$ 6 реш.

$2 < a < \sqrt{2^2+3^2}$ 8 реш.

$a = \sqrt{13}$ 6 реш.

$\sqrt{13} < a < 4$ 8 реш.

$a = 4$ 6 реш.

$4 < a < 6$ 8 реш.

$a = 6$ 12 реш.

$6 < a < \sqrt{2^2+6^2}$ 12+4=16 реш.

$a = \sqrt{40}$ 12 реш.

$\sqrt{40} < a < 10$ 8 реш.

$a = 10$ 10 реш.

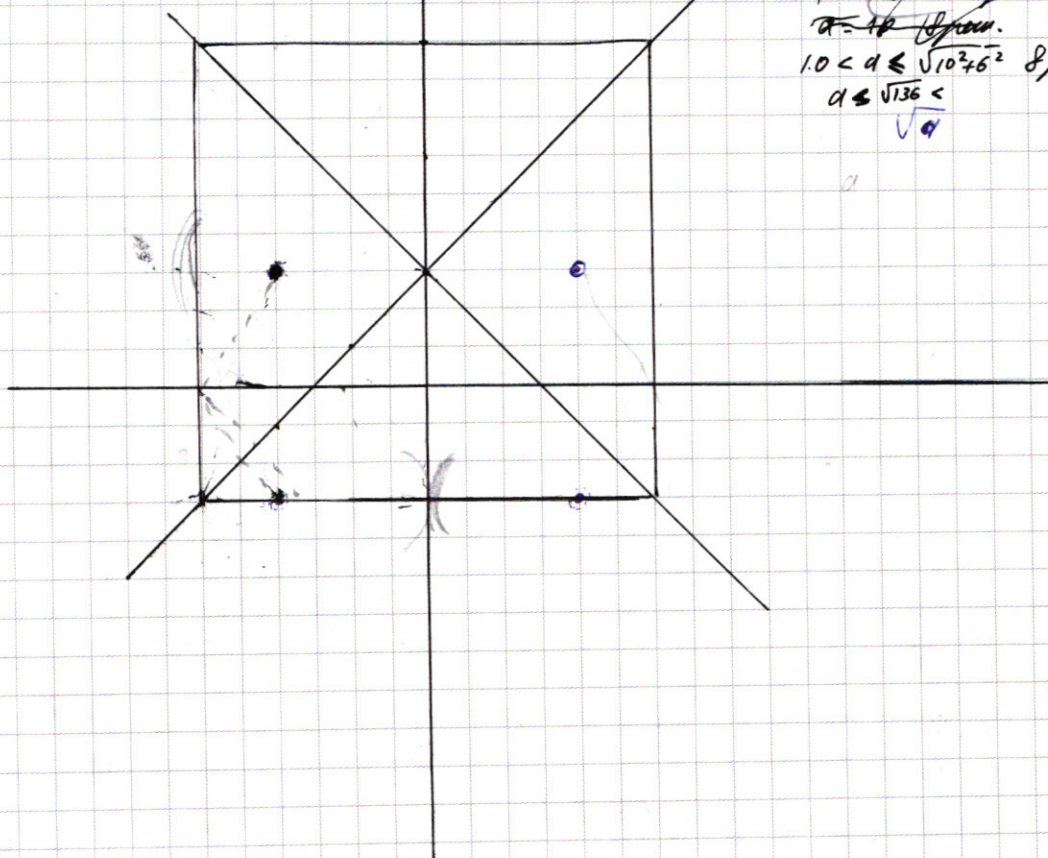
$10 < a < \sqrt{10^2+6^2}$ 8 реш.

$a \leq \sqrt{136}$

Заметим, что если в п. (1) есть

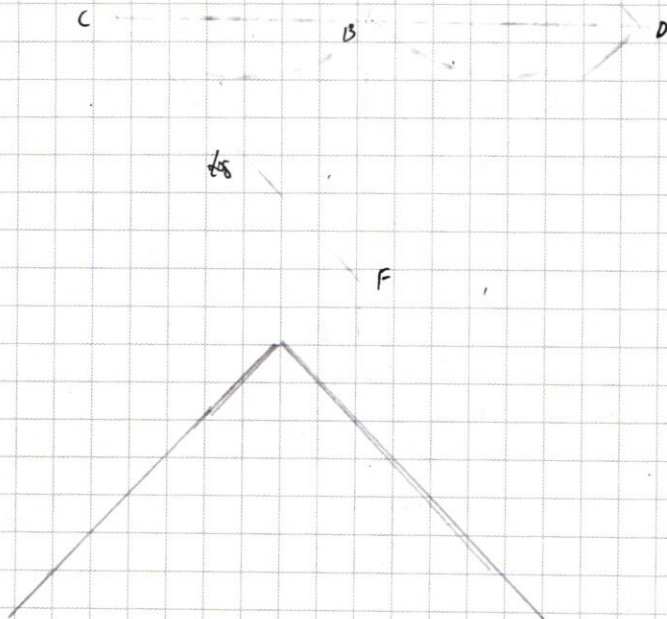
74 реш. отн. от реш. 2, то реш. 1) 34 реш.

(2)



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

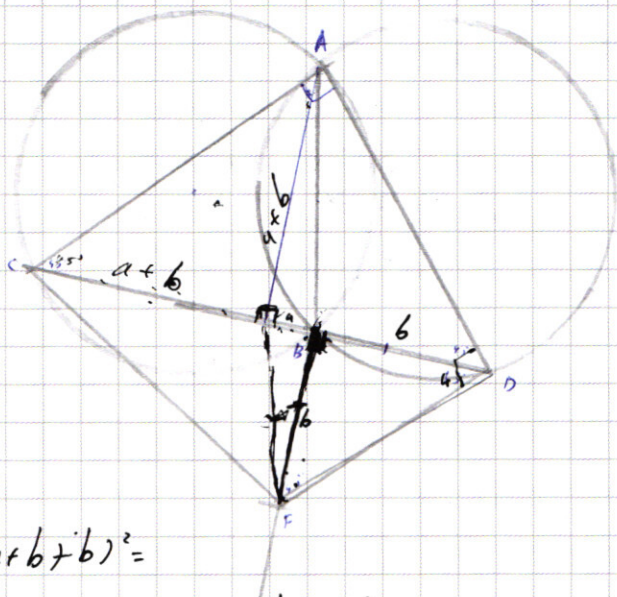

№ 17:
ч. так. см. другое расп.



$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

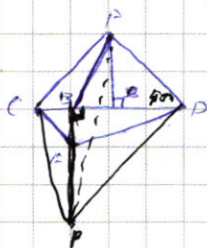
$$x > 2^{\log_2 y} + 2^{65 + \log_2 3} (2)$$

$$y \in 70 + (2^{64} - 1)x$$



$$(a+b+b)^2 =$$

$$(2a+b)^2 + b^2 = 4a$$



1 2 3 4 5 6 7 8 9

$$C_8^3 \cdot (C_5^3 + A_5^2)$$

$$\left(\frac{1}{x^2} \right)^x$$

$$\begin{aligned} & 3^2 + 4 \cdot 4 + 5^2 \\ & (1+2)^2 + 4(2+2) \\ & 5+4+8+8 \\ & 13+8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9+6 &= 25 \\ 5+4 & \end{aligned}$$

$$\frac{5!}{3!2!} + \frac{5!}{3!2!} = \frac{3 \cdot 5!}{3!2} = \frac{5!}{2}$$

$$\frac{8!}{5!3!} = \frac{8!}{2} = \frac{8!}{3!2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3! \cdot 2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2}{6} = 8 \cdot 7 \cdot 5 = 280$$

$$\frac{210}{1680}$$

$$D =$$

$$\frac{42}{358} = 21$$