

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3375 = 5^3 \cdot 3^3$$

№1

Тогда в числе 3-цифры (т.к. никакое
другое число $\neq 5$) и либо одна ^{девятка} -9 и одна -3 , либо
три тройки, т.к. входят только числа $:3$ и $:5 \Rightarrow$
числа $:3$ подходят только 3 и $9 \Rightarrow$ либо 3-тройки, либо
одна девятка, одна тройка (>1 девятки не может быть,
иначе 3 входит >3 раз в разложение произведения цифр
числа. Остальные числа это единицы т.к. никакие
другие множители не входят в число).

I случай три тройки, 3-тройки,

Тогда вариантов выбора места для пятерки $C_8^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} =$
 $= 56$ (т.к. 8-мест, и порядок не важен т.к. цифры одинаковы).

Вариантов выбора места для тройки $C_5^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$
(т.к. после выбора пятерки осталось 5 мест, и порядок
не важен) Остальные цифры определяются однозначно
(это единицы) тогда ~~все~~ различные числа в данном
случае $C_8^3 \cdot C_5^3 = 56 \cdot 10 = 560$

II случай три пятерки, одна девятка, одна тройка

Вариантов выбора места для пятерки аналогично
случаю 1 — $C_8^3 = 56$

После выбора пятерки (мест) для девятки осталось 5

мест, не вариант выбрать место для десяти - 5 (так
после выбора места для десяти у цифры оста- цифра одна)
лось соответственно 4 варианта

Тогда кол-во различных чисел в этом шифре

$$C_2^3 \cdot 5 \cdot 4 = 56 \cdot 20 = 1120$$

Тогда всего различных чисел:

$$1120 + 560 = 1680$$

Ответ: 1680.

№3

$$\text{I} \quad \left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0, y > 0$$

$$\text{II} \quad x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

III Прологарифмируем оба выражения по основанию e

$$\lg \left(\left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} \right) = \lg (y^{2 \lg xy})$$

$$\lg \left(\frac{y^5}{x} \right) \cdot \lg x = 2 \lg xy \cdot \lg (y^2) \quad (\text{свойства логарифмов})$$

$$(5 \lg y - \lg x) \cdot \lg x = 2 (\lg x + \lg y) \cdot \lg y$$

$$(5 \lg y - \lg x) \cdot \lg x = 2 (\lg x + \lg y) \cdot \lg y$$

$$\lg y = t$$

$$\lg x = k$$

$$(5t - k) \cdot k = 2(k + t) \cdot t$$

$$k^2 - 3kt + 2t^2 = 0$$

Решим уравнение относительно k

$$k_{1,2} = \frac{3t \pm \sqrt{9t^2 - 8t^2}}{2} = 2t; t$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Получа

$$1) \lg(x) = \lg(y) \quad 2) \lg(x) = 2\lg(y)$$

$$x = y \quad x = y^2$$

II $x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$

$$x^2 - x(2y+4) - 3y^2 + 12y = 0$$

Решим уравнение относительно x

$$x_{1,2} = \frac{2y+4 \pm \sqrt{(2y+4)^2 + 12y^2 - 48y}}{2}$$

$$\frac{2y+4 \pm \sqrt{16y^2 - 32y + 16}}{2} = \frac{2y+4 \pm \sqrt{16(y-1)^2}}{2}$$

$$y+2 \pm 2\sqrt{y-1} = 3y, -y+4$$

$$(x-3y)(x+y-4) = 0$$

Получаем систему

$$\begin{cases} x = y \\ x = y^2 \\ (x-3y)(x+y-4) = 0 \end{cases}$$

1) $x = y$

Подставим во II

$$(y-3y)(y+y-4) = 0$$

$$(-2y)(2y-4) = 0$$

не упрощать

$$y \leq 0 \quad y \leq 2$$

$$x = 0 \quad x = 2 - y$$

2) $x = y^2$ Подставим в II

$$(y^2 - 3y)(y^2 + y - 4) = 0$$

1) $y^2 - 3y = 0$

$$y = 3 \quad y = 0$$

$$x = y^2 = 9$$

2) $y^2 + y - 4 = 0$

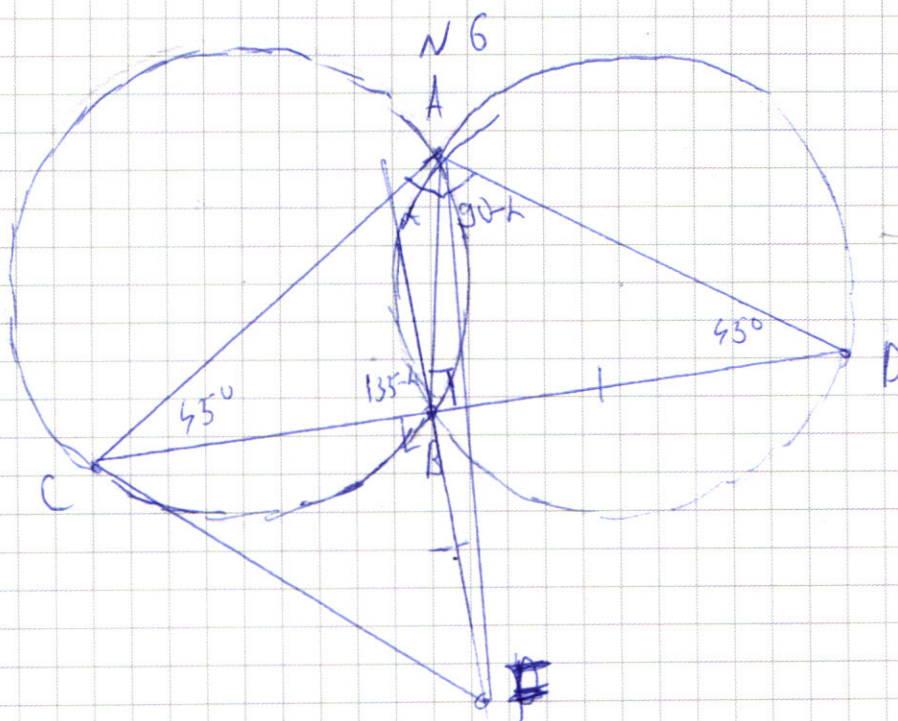
$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} \quad y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad \text{не ygl}$$

$$x^2 = y^2$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad \text{ygl}$$

$$x = \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \right)^2 = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

Ответ: $(2; 2); (9; 3); \left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \right)$



а) Пусть $\angle CAB = h$ тогда $\angle BAD = 90 - h$

По теореме синусов $\triangle CAB: \frac{CB}{\sin h} = 2R = 10$ (по условию $R = 5$)

По теореме синусов $\triangle BAD: \frac{BD}{\sin(90-h)} = 2R = 10$ (также $R = 5$)

Получим $\frac{CB}{\sin h} = \frac{BD}{\sin(90-h)} = \frac{BD}{\cos h}$ (формула приведения)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда $CB = \frac{BD \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha} = BD \cdot \operatorname{tg} \alpha$

$CF = \sqrt{CB^2 + BF^2}$ по теореме Пифагора ΔCBF

$CF = \sqrt{(BD \operatorname{tg} \alpha)^2 + BD^2}$ (так $BF = BD$ по условию)

$CF = \sqrt{BD^2(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)} = \sqrt{BD^2 \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)} = \frac{BD}{\cos \alpha} = 2R$ по теореме

синусов $\Delta BAD \Rightarrow CF = 10$

Ответ: 10

8) $CB = 6$ найти: S_{CAF}

$BF = \sqrt{CF^2 - CB^2} = \sqrt{100 - 36} = 8 = BD$

$\frac{S_{\Delta ACB}}{S_{\Delta BAD}} = \frac{CB}{BD}$ (так общая высота) $= \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

по теореме синусов ΔCAB $\frac{CB}{\sin \alpha} = 10$ $\frac{6}{\sin \alpha} = 10$

$\sin \alpha = \frac{3}{5}$ Тогда $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ (так $\alpha \leq 90^\circ$)

$\frac{S_{\Delta CAB}}{S_{\Delta BAD}} = \frac{AC \cdot AB \cdot \sin \alpha}{BA \cdot AD \cdot \cos \alpha} = \frac{3}{4}$ $\frac{AC \cdot \frac{3}{5}}{AD \cdot \frac{4}{5}} = \frac{3}{4} \Rightarrow$

$\frac{AC}{AD} = 1 \Rightarrow \angle ACB = \angle ADC = \frac{180^\circ - \angle CAD}{2} = 45^\circ$

Поэтому угол ΔCBA $\angle CBA = 135^\circ - \alpha$

$\sin(135^\circ - \alpha) = \sin 135^\circ \cdot \cos \alpha - \cos 135^\circ \cdot \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{5} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{5\sqrt{2}}$

по определению синуса в $\triangle CAB$ $\frac{CA}{\sin \angle CBA} = 10$

$$\frac{CA}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 10 \quad CA = \frac{10}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

$$CF = 10$$

$$\sin \angle BCF = \frac{BF}{CF} \text{ так } (\angle CBF = 90^\circ) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \angle BCF = \frac{3}{5} \text{ (так как } \angle < 90^\circ)$$

$$\angle FCA = \angle FCB + \angle BCF = 45^\circ + \angle BCF$$

$$\sin(45^\circ + \angle BCF) = \sin 45^\circ \cdot \cos \angle BCF + \cos 45^\circ \cdot \sin \angle BCF =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7}{5\sqrt{2}}$$

$$S_{ACF} = \frac{AC \cdot AF \cdot \sin \angle ACF}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot 10 \cdot \frac{7}{5\sqrt{2}}}{2} = \frac{2 \cdot 7}{2} = 7$$

Ответ: 7 а) 10; б) 7

N2

$$\begin{aligned} 1) \quad \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x &= \sqrt{2} \cos 14x \quad (\text{разность косинусов}) \\ \cos 11x - \cos 3x &= -2 \sin \frac{11x+3x}{2} \cdot \sin \frac{11x-3x}{2} = -2 \sin 7x \cdot \sin 4x \\ \sin 11x - \sin 3x &= 2 \cos \frac{11x+3x}{2} \cdot \sin \frac{11x-3x}{2} = 2 \cos 7x \cdot \sin 4x \end{aligned}$$

Подставим в 1)

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 4x - 2 \sin 4x \cdot \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 14x \quad /: -2$$

$$\sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 14x$$

$$\cos 14x = \cos^2 7x - \sin^2 7x = (\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x)$$

(косинус двойного угла)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin 4x \cdot (\sin 7x + \cos 7x) = -\frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 7x + \sin 7x) (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$1) \sin 7x + \cos 7x = 0$$

$$\operatorname{tg} 7x = -1$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}; k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \sin 4x = -\frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$\sin 4x = \sin 7x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \cos 7x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 4x = \sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sin 4x - \sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\sin 4x - \sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) = 2 \cdot \cos \left(\frac{4x + 7x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{4x - 7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right)$$

разность синусов

$$2 \cos \left(5,5x - \frac{\pi}{8} \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{8} - 1,5x \right) = 0$$

$$1) \cos \left(5,5x - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$5,5x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$5,5x = \frac{5\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z} / : 5,5$$

$$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \sin \left(\frac{\pi}{8} - 1,5x \right) = 0$$

$$\frac{\pi}{8} - 1,5x = \pi k$$

$$1,5x = \frac{\pi}{8} - \pi k / : 1,5$$

$$x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}; k \in \mathbb{Z}$

$$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}; k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg 3} = 2y^{2\lg 3y} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$2) (x-y)^2 - 4y^2 + 12y = 0$$

$$(x-y)^2 = 4y(3-y)$$

$$x^2 - x(2y+4) - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x_1 x_2 = D = 4y^2 + 16 + 8y + 12y^2 - 48y = 0$$

$$16y^2 - 40y + 16 = 0$$

$$= (4y-4)^2$$

$$x_1 x_2 = \frac{2y+4 \pm \sqrt{(4y-4)^2}}{2} = y+2 \pm \sqrt{(y-1)^2}$$

$$1) y \geq 1 \quad x = y+2 + (y-1) = 2y+1$$

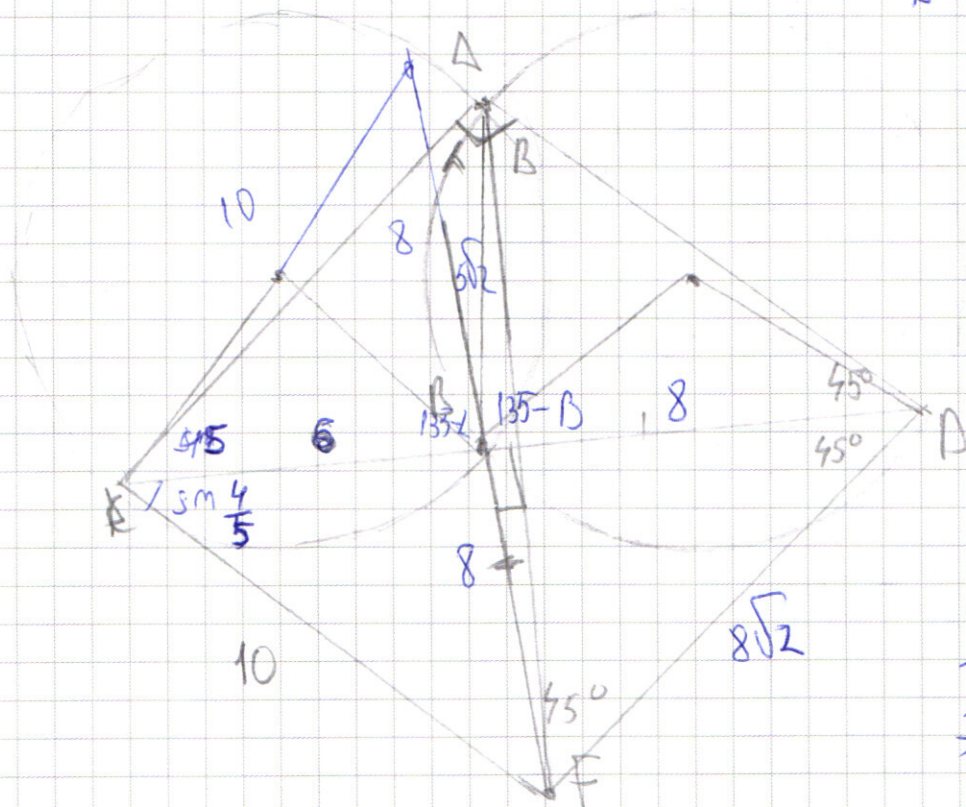
$$2) y < 1 \quad x = 3$$

$$2) \left(\frac{y^5}{3}\right)^{\lg 3} = y^{2\lg 3y}$$

$$\frac{y^{5\lg 3}}{3^{\lg 3}} = y^{2\lg 3y}$$

$$\frac{3}{4} \quad AC \cdot \frac{3}{5} \times \frac{4}{3} = AB \cdot \frac{4}{5}$$

$$AC = AB$$



$$\frac{CB}{\sin \angle CEB} = \frac{10}{\sin \angle CEB} = \frac{10}{\sin \angle CEB}$$

$$\frac{6}{\sin \angle CEB} = 10 \quad \sin \angle CEB = \frac{3}{5} \quad \cos \angle CEB = \frac{4}{5} = \sin \angle AEB$$

$$\sin(135^\circ - B) = \sin 135^\circ \cdot \sin B - \cos 135^\circ \cdot \cos B = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{5} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{5} =$$

$$\frac{7}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$BD = 8$$

$$\frac{AD}{\frac{7}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} = 10$$

$$AD = \frac{50 \cdot \sqrt{2}}{7}$$

$$AF = \frac{50^2 \cdot 2}{49} + 64 \cdot 2 = \frac{50^2 \cdot 2 + 64 \cdot 49 \cdot 2}{49} = 4 \left(\frac{50 \cdot 25 + 32 \cdot 49}{49} \right)$$

$$\begin{array}{r} \times 50 \\ 25 \\ \hline 250 \\ 100 \\ \hline 1250 \\ + 1568 \\ \hline 17248 \\ + 1250 \\ \hline 28184 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~1

8-знач

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 5} \\ 30 \\ \hline 57 \\ 35 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 5} \\ 5 \\ \hline 17 \\ 15 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 5} \\ 10 \\ \hline 35 \end{array}$$

5, 5, 5, 3, 3, 3

1) 555 333 11 2) 555 9 8 111

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 8 \cdot 7 \cdot 10 = 560$$

$$2) \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 5 \cdot 4 = 87 \cdot 20 = 1740$$

$$S = 1680$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin(135^\circ - 45^\circ) = \sin 135^\circ \cdot \sin 45^\circ - \cos 135^\circ \cdot \cos 45^\circ =$$

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{AC}{5} = 10 \quad AC = \frac{50\sqrt{2}}{4}$$

$$\sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ + \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$S_{ACF} = \frac{AC \cdot AF \cdot \sin 45^\circ}{2} = \frac{50\sqrt{2} \cdot 10 \cdot 5\sqrt{2}}{4} = \left(\frac{2500}{4} \right)$$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 70 + (2^{64} - 1) \cdot x$$

$$2^{64} (x - 6) + 70 - x - 2^x > 0$$

NZ

$$\cos 11x - \cos 3x = \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos\left(\frac{A+B}{2} + \frac{A-B}{2}\right) - \cos\left(\frac{A+B}{2} + \frac{B-A}{2}\right) =$$

$$\cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2} - \sin \frac{A+B}{2} \cdot \sin \frac{A-B}{2} = \cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2} -$$

$$\sin \frac{A+B}{2} \cdot \sin \frac{A-B}{2} = -\frac{\sin(A+B)}{2} \cdot \frac{A-B}{2} = -2 \cdot \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\cos 11x - \cos 3x = 2 \cos 7x \cdot \cos 4x$$

$$\sin\left(\frac{A+B}{2} + \frac{A-B}{2}\right) - \sin\left(\frac{A+B}{2} + \frac{B-A}{2}\right) =$$

$$\sin \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2} - \cos \frac{A+B}{2} \cdot \sin \frac{A-B}{2} = \frac{\sin(A+B)}{2} \cdot \frac{A-B}{2} = \frac{1}{2} \sin 7x$$

$$\sin 7x = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cdot \sin \frac{A-B}{2}$$

$$= -2 \cos 7x \cdot \sin 4x =$$

$$-2 \cos 7x \cdot \sin 4x = 2 \cos 7x \cdot \cos 4x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos 7x (\sin 4x + \cos 4x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 14x = \frac{1}{\sqrt{2}} (1 + \cos^2 7x)$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 4x + 2 \sin 4x \cdot \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$2 \sin 4x (\cos 7x - \sin 7x) = \sqrt{2} \cos 14x = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$2 \sin 4x (\cos 7x - \sin 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$1) \sin 4x = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \quad 2) 2 \sin 4x = \sqrt{2} (\cos 7x + \sin 7x)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

~~$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$y-3-x \geq 0 \quad y-3+x \geq 0$$~~

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) + \sin 4x = 0$$

$$\cos 7x = \cos(3x+4x) = \cos 3x \cdot \cos 4x - \sin 3x \cdot \sin 4x$$

$$\sin 7x = \cos(3x+4x) = \sin 3x \cos 4x + \cos 3x \sin 4x$$

$$\sqrt{2} \cos 4x (\cos 3x + \sin 3x) + \sqrt{2} \sin 4x (\cos 3x - \sin 3x)$$

$$\sqrt{2} \sin 4x (\sqrt{2} - \cos 3x + \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 4x (\cos 3x + \sin 3x)$$

№3

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$y^{2x+1} x = 2y+1 \quad y=3$$

$$\lg x \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = \lg y^{2 \lg xy}$$

$$\lg\left(\frac{y^5}{x}\right) \cdot \lg x = \lg y \cdot 2 \lg xy \quad \begin{cases} (\lg(x) + \lg(y))(\lg(x) - 2 \lg(y)) = 0 \\ (x+y-4)/(x-3y) = 0 \end{cases}$$

$$(5 \lg y + \lg \frac{1}{x}) \cdot \lg x = \lg y \cdot 2 \lg xy$$

$$\lg x (5 \lg y - \lg x) = \lg(y) \cdot 2(\lg(x) + \lg(y))$$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)