

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в рабс
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$64827 = 2^4 \cdot 3^3 \Rightarrow$ число может содержать
только цифры $\{1; 3; 7; 9\}$,
иначе 64827 имело бы
другие простые множители

Есть два случая:

1) число содержит 4 семерки, 3 тройки
и 1 единицу. Таких чисел

$$C_7^4 \cdot C_3^3 \cdot 1 = \frac{7!}{4!1!} \cdot \frac{3!}{3!0!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 40 \cdot 7 = 280$$

4
3

семерки
на оставшиеся

7
(3 из 4)

семерки 3

2) 4 семерки, 1 тройка, 1 тройка, 2 единицы

$$C_7^4 \cdot C_3^2 \cdot 2 = \frac{7!}{4!1!1!} \cdot \frac{3!}{2!1!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 20 \cdot 42 = 840$$

4
2
3 и 9

семерки
единицы

Значит таких чисел всего

$$840 + 280 = 1120$$

Ответ: 1120

№2

$$\cos 7x + \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad / : \sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 7x + \sin 7x) + \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 3x - \sin 3x) + \cos 4x = 0$$

$$\sin \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 3x \cdot \cos 4x - \sin 4x \cdot \sin 3x) + \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin 4x \cdot \cos 3x + \sin 3x \cdot \cos 4x) + \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 3x - \sin 3x) + \cos 4x = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x (\cos 3x + \sin 3x) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 4x (\cos 3x - \sin 4x) + \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 3x - \sin 3x) + \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 4x (\cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos(3x - \frac{\pi}{4})) + \cos 4x = 0$$

$$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) + 2 \cos\left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot \sin \cos(x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2 \cos \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} (\sin \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} + \cos(x - \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0$$

$$\sin(3.5x + \frac{\pi}{8}) + \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\begin{cases} 7x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{4.5x + \frac{3\pi}{8}}{2} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{2.5x - \frac{\pi}{8}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\frac{3\pi}{4} + 2\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{-\frac{3\pi}{4} + 4\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\frac{2\pi}{4} + 4\pi m}{5}, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\frac{3\pi}{4} + 2\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{-\frac{3\pi}{4} + 4\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\frac{3\pi}{4} + 4\pi m}{5}, m \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

1) ~~Предположим, что $x=1$~~

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} -y > 0 \\ xy^2 > 0 \end{cases} ; \begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow -\frac{x^7}{y} > 0 \text{ и } x > 0$$

Предположим, что $x=1$, тогда $(-\frac{1}{y})^{\ln(y)} = 1$, тогда $y=-1$, подставим во второе равенство на $x=1, y=-1$

$$1 - 2 - 3 + 12 - 4 = 4 \Rightarrow 4 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1, \text{ тогда}$$

$$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\frac{\ln(y)}{\ln(x)}} = x^{\frac{\ln(x^2 y^4)}{\ln(x)}} \Leftrightarrow \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln_x(-y)} = x^{\ln_x x^2 y^4}$$

$$-y^5 \cdot \left(\frac{x}{-y}\right)^{2 \ln_x(-y)} = x^2 y^4$$

$$\left(\frac{x}{-y}\right)^{2 \ln_x(-y)} = \frac{x}{-y}$$

$$\text{индекс: } \frac{x}{-y} = 1$$

$$x^2 = -y$$

$$x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 12x - 4x^2 = 0$$

$$x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 12x = 0, x \neq 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 7x + 12 = 0, \text{ заметим } x=3$$

$$\begin{cases} x=3 \\ x^2 + x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \text{ не подходит} \end{cases}$$

$$x=3; y=-9$$

$$x = \frac{\sqrt{17}-1}{2}; y = \sqrt{17}-9$$

2 случая: $|x - y| = 1$

$x = -y$; $y = -x$

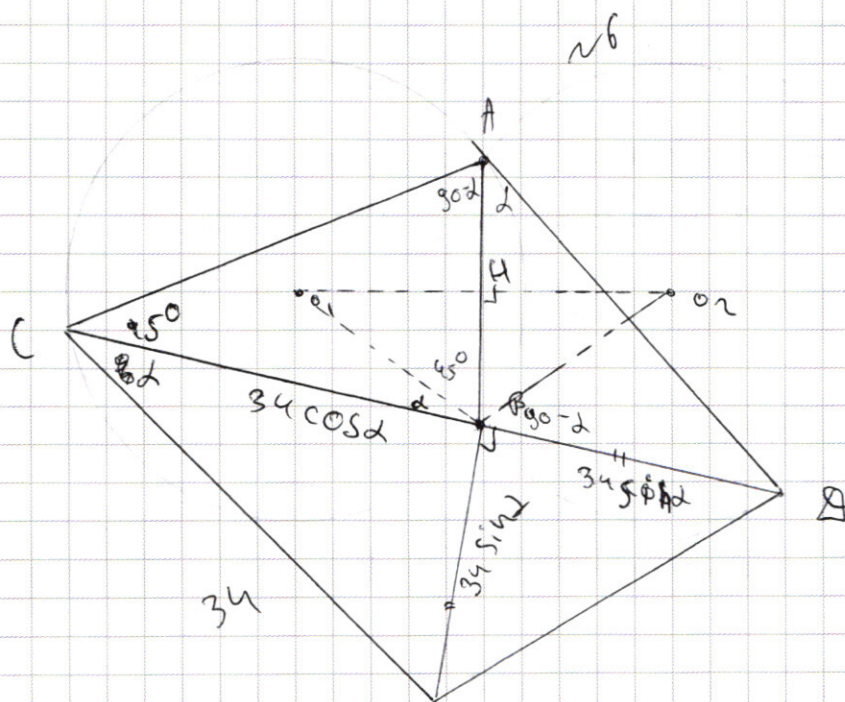
$x^2 - 2x^2 - 3x^2 + 12x - 4x = 0$

$-4x^2 + 8x = 0$

$x^2 - 2x = 0$ $x \neq 0$

$x = 2$; $y = -2$

Ответ: $(2; -2)$; $(3; -9)$; $\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \sqrt{17}-9\right)$



1) Пусть O_1, O_2 центры первой и второй окружностей

2) Пусть $\angle B A D = \alpha$; $\angle C A B = 90 - \alpha$; тогда $\angle C O_1 B = 180 - 2\alpha$
 $\angle B O_2 D = 2\alpha \Rightarrow \angle O_1 B C = \alpha$ и $\angle O_2 B D = 90 - \alpha$, тогда
 Т.к. $\triangle C O_1 B \sim \triangle O_2 B D$ - подоб. $CB = 34 \cdot \cos \alpha$; $BD = 34 \sin \alpha$.

3) $\triangle F B D$ - подоб. $\Rightarrow BF = 34 \sin \alpha$; По Т. Пиф. $\triangle C B F$:
 $CF^2 = CB^2 + BF^2$ и $CF^2 = 34^2 \cos^2 \alpha + 34^2 \sin^2 \alpha$; $CF = 34$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

д) $\angle O_1BO_2 = 180 - \alpha - 90 + \alpha = 90^\circ$; $\angle BO_1 = \angle BO_2 \Rightarrow \triangle BO_1O_2$ - равнобедренный
 $\Rightarrow \angle BO_1O_2 = 45^\circ$

е) Пусть: $BA \perp O_1O_2 = H$, тогда $O_1H \perp AB$ т.к.

AB - радикальная ось для двух окружностей (попарно взаимно перпендикулярно)

$\Rightarrow \angle O_1AH = \angle BO_1H = \angle BO_1O_2 = 45^\circ$ (как попарно взаимно перпендикулярно)

5) $34 \cos \alpha = 16$

$\cos \alpha = \frac{8}{17} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{15}{17}$

~~Из треугольника CFB $\Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha}$~~

из того, что $\frac{BF}{CF} = \sin \alpha$, следует, что

$\angle FCB = \alpha$

6) $\triangle O_1BH$ - равнобедренный $\angle O_1HB = 90^\circ$
($\angle O_1BH = 90 - 45 = 45^\circ$) $\Rightarrow BH = \frac{17\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AB = 17\sqrt{2}$

7) $\angle CBA = 45^\circ + \alpha$ (по т. кос. $\triangle CBA$):

$CA^2 = BC^2 + AB^2 - 2 \cos(45^\circ + \alpha) BC \cdot AB$

$CA^2 = 16^2 + 2 \cdot 34^2 - 2 \cdot 16 \cdot \sqrt{2} \cdot 17 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{7}{17} \right)$

$CA^2 = 16^2 + 2 \cdot 34^2 + 2 \cdot 16 \cdot 7$

$CA^2 = 2792 = (2\sqrt{2} \sqrt{349})^2$

$CA = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{349}$

$S_{\triangle CAF} = \frac{1}{2} CA \cdot CF \cdot \sin(45^\circ + \alpha) = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{349} \cdot 34 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{23}{17}$

$$\angle KSO = \alpha, \sin \alpha = \frac{1}{3}; ST = x, TO = R$$

$$SH = SK \cdot \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot SK$$

$$SK = \frac{(x+R) \cdot 2\sqrt{2}}{3}$$

$$SH = \frac{8}{9}(x+R), \text{ т.к. } SO = 3R, \text{ то } x = 2R$$

$$SH = \frac{8}{3}R$$

$$ST = 2R$$

$$\frac{S_{\text{сеч}}(KLM)}{S_{\text{сеч}} \Delta} = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^2 \cdot R^2}{4R^2}$$

~~$$S_{\text{сеч}}(KLM) = \frac{8^2 \cdot 9}{9 \cdot 4} = \frac{4 \cdot 16}{4} = 16$$~~

~~Ответ: а) $\arcsin \frac{1}{3}$~~

~~б) $S_{\text{сеч}} = 16$~~

$$\frac{S_{\text{сеч}}^2}{S_{\text{сеч}}^2} = \frac{\frac{8^2}{3} R^2}{16R^2} = \frac{64}{9}$$

~~Ответ: а) $\arcsin \frac{1}{3}$~~

~~б) $S_{\text{сеч}} = \frac{64}{9}$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

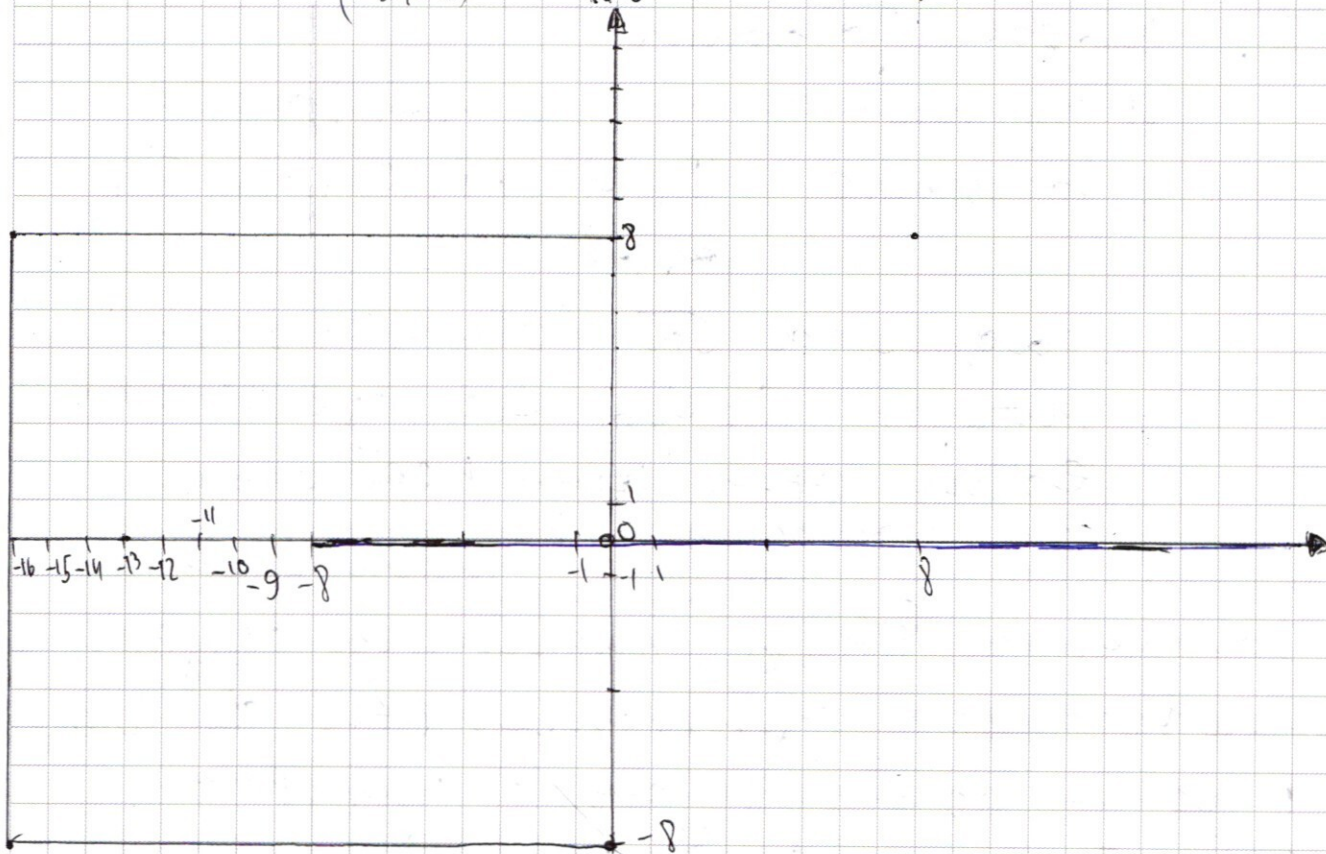
$$S_{\Delta CAF} = 46\sqrt{349}$$

Ответ: а) $34 = CF$

$$б) S_{\Delta CAF} = 46\sqrt{349}$$

а) $(-8; 15)$

а) 6



1) Рассмотрим, что задано на координатной плоскости кансод из равенств

2) Раскрывая поочерёдно модули в первом, получаем, что он задан

- 1) часть прямой $x=0$, при $x=0$ $y \in [-8; 8]$
- 2) часть прямой $y=8$ при $x \in [-16; 0]$
- 3) часть прямой $y=-8$ при $x \in [-16; 0]$
- 4) часть прямой $x=-16$ при $y \in [-8; 8]$

то есть прямоугольник
с вершинами в точках $(0; -8); (0; 8);$
 $(-16; 8); (-16; -8)$

II. Второе задание

и окружности с центром
в точке $(8; 15); (-8; 15); (-8; -15);$
 $(8; -15)$

и радиуса $5a$ (окружности
могут быть не центральными
если они не пересекаются

с осью координат) но в нашем случае
т.е. для $(8; 15)$ имеет смысл только при $x \geq 0$ и $y \geq 0$

замечая, что картина будет
симметрична относительно осей координат

$\Rightarrow$ если окружность с центром
в $(-8; 15)$ - пересечёт прямоугольник

и $(8; 15)$ - пересечёт прямоугольник

то и другие окружности.

нам нужно найти, когда
окружности пересекают
прямоугольник в двух точках
в силу симметрии можно рассмотреть

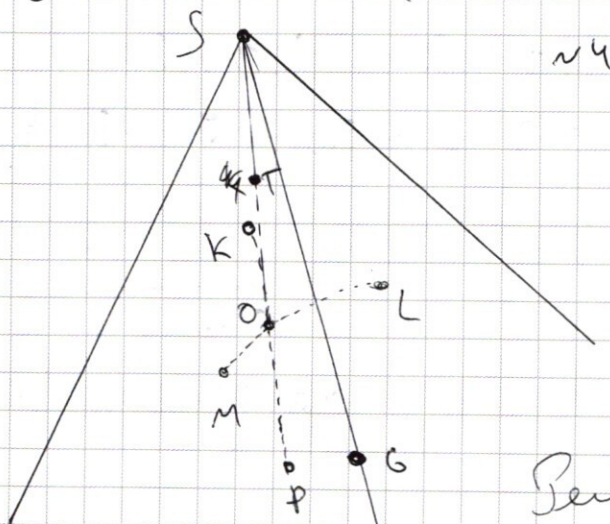
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Только при $y \geq 0$ и искать касан
окружности с центрами $(-8; 15)$
и $(8; 15)$ только 1 точку пере-
сечения

Заметим что расстояние от точки
 $(-8; 15)$ до ^{симметричной точки} $(8; 15)$ равно
 7 ; а от $(8; 15)$ равно $\sqrt{49+64} > 7$
значит если ~~первая~~ ^(-8; 15) пересечёт прямую,
окр с центром $(8; 15)$.

То и окр с центром $(-8; 15)$, тоже пересечёт
Значит окр с центром $(-8; 15)$ - каса-
ется прямоугольника
и $\sqrt{a} = 7$
 $a = 49$

Ответ: 49



Решение

1) Пусть: Мощность множества кар.
~~она~~ сфер $n + 50$, чья мощность
сеп равна g , g g g , а g g g

2) Пусть L пересекает SO в Γ .
 AB пересекает SO в Γ . P

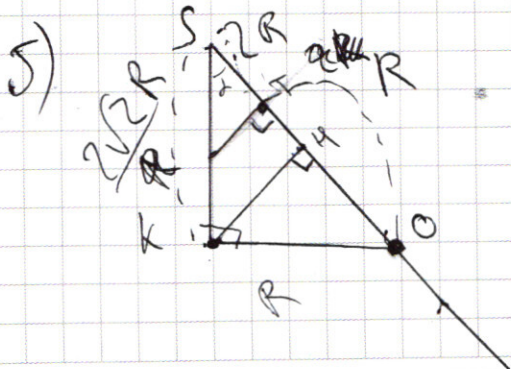
$$3) \quad (2) \parallel (8) \Rightarrow \frac{V_{\text{air}} \text{ of element of } S_1(2)}{V_{\text{air}} \text{ of e. of sp. y. } S_1(8)} =$$

$= k^3$; где $k = \frac{S_0}{J_P}$ т.к. один шаг перемещения груза равен высоте ступеньки

$$\frac{\frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 50}{\frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 50} = K^3 \quad ; \quad K = \frac{3}{4}$$

4) Тыңдау парағына сәйкес парағын R
 Соңғы $\frac{SO}{SO+R} = \frac{3}{4}$; $4SO = 3SO + 3R$
 $SO = 3R$

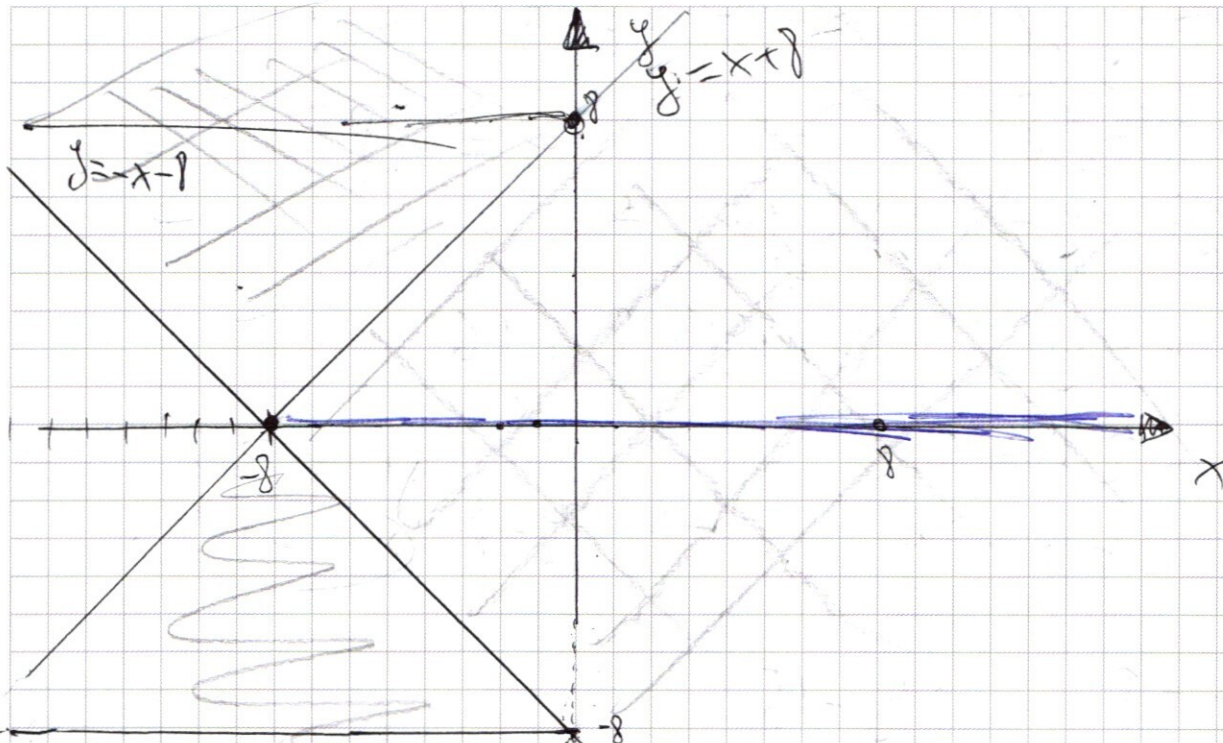
Рассм. $\triangle KSO$; $KO = R$ $\angle OSK = 90^\circ$
 $\Rightarrow \sin \angle KSO = \frac{R}{SO} = \frac{1}{3} \Rightarrow \angle KSO = \arcsin \frac{1}{3}$



$$(KLM) \parallel \lambda \parallel \beta \Rightarrow \frac{S_{\text{cen}}(KLM)}{S_{\text{cen } \lambda}} = \frac{SK^2}{S^2}$$

2022 K.H. 12.12.2022

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{aligned} 1) \quad & x + y + 8 \geq 0 & x + y + 8 = 0 & y = -x - 8 \\ & x - y + 8 \geq 0 & x - y + 8 \geq 0 & y = x + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & y = -x - 8 \quad \text{и} \quad y \geq -x - 8 \\ & y = x + 8 \quad \text{и} \quad x + y \geq y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x + y + 8 + x - y + 8 = 16 & x - y + 8 \leq 0 \\ & x = 0 & y \geq x + 8 \end{aligned}$$

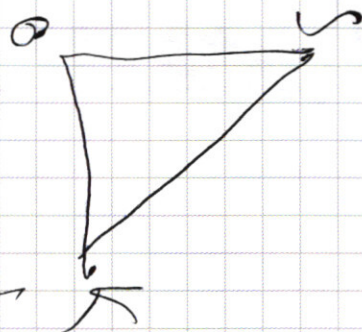
$$\begin{aligned} 2) \quad & y \geq -x - 8 & y \geq x + 8 \\ & 2 \leq 0 & x + 8 \leq y & y = -x - 8 \\ & x + y + 8 - x + y - 8 & y = 8 \\ & 2y = 16 & y = 8 \end{aligned}$$

$$1 \leq 0$$

$$22, 0$$

$$y \leq -x - 8$$

$$x + 8 \leq 2y$$



~~$$x + y + 8 = 16$$~~
~~$$x - y - 8 = 16$$~~

$$y = -8$$

$$S_1 = 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 8$$

~~$$-x - y - 8 + x - y + 8 = 16$$~~

~~$$-x - y - 8 - x + y - 8 = 16$$~~

$$-2x = 32$$

$$x = -16$$

$$-x - y - 8 - 2x = 32$$

$$-x + y - 8 = 32$$

$$x = -16$$

$$x - 8$$

$$y - 15$$

$$-8 - x$$

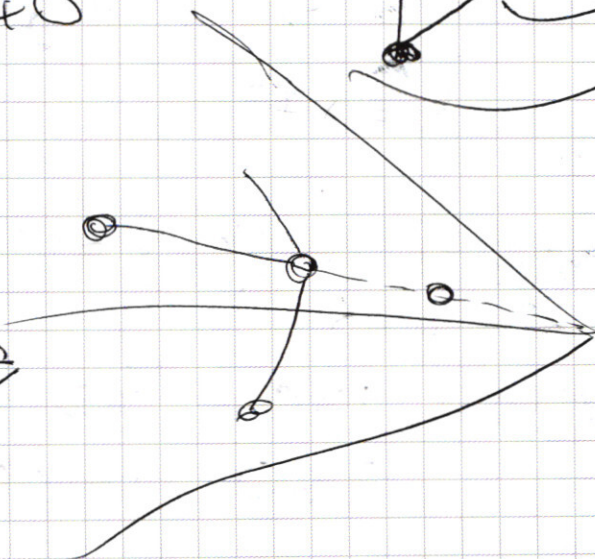
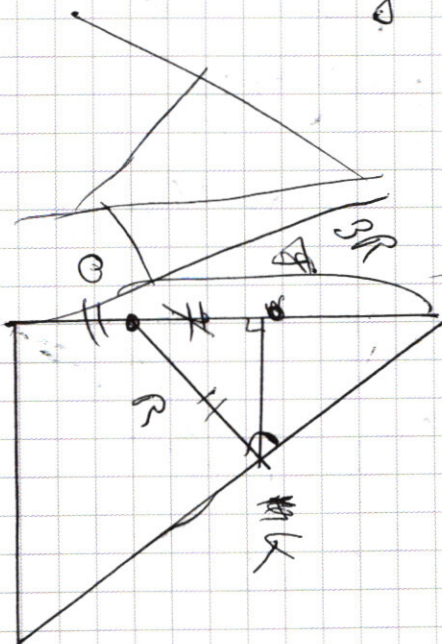
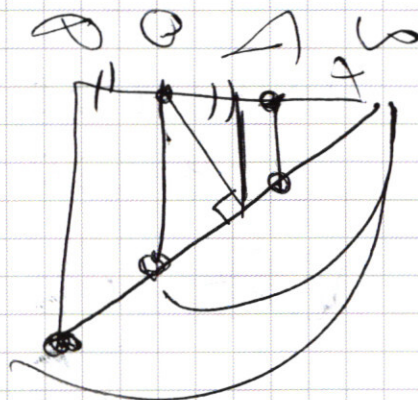
$$y - 15$$

$$-8 - x$$

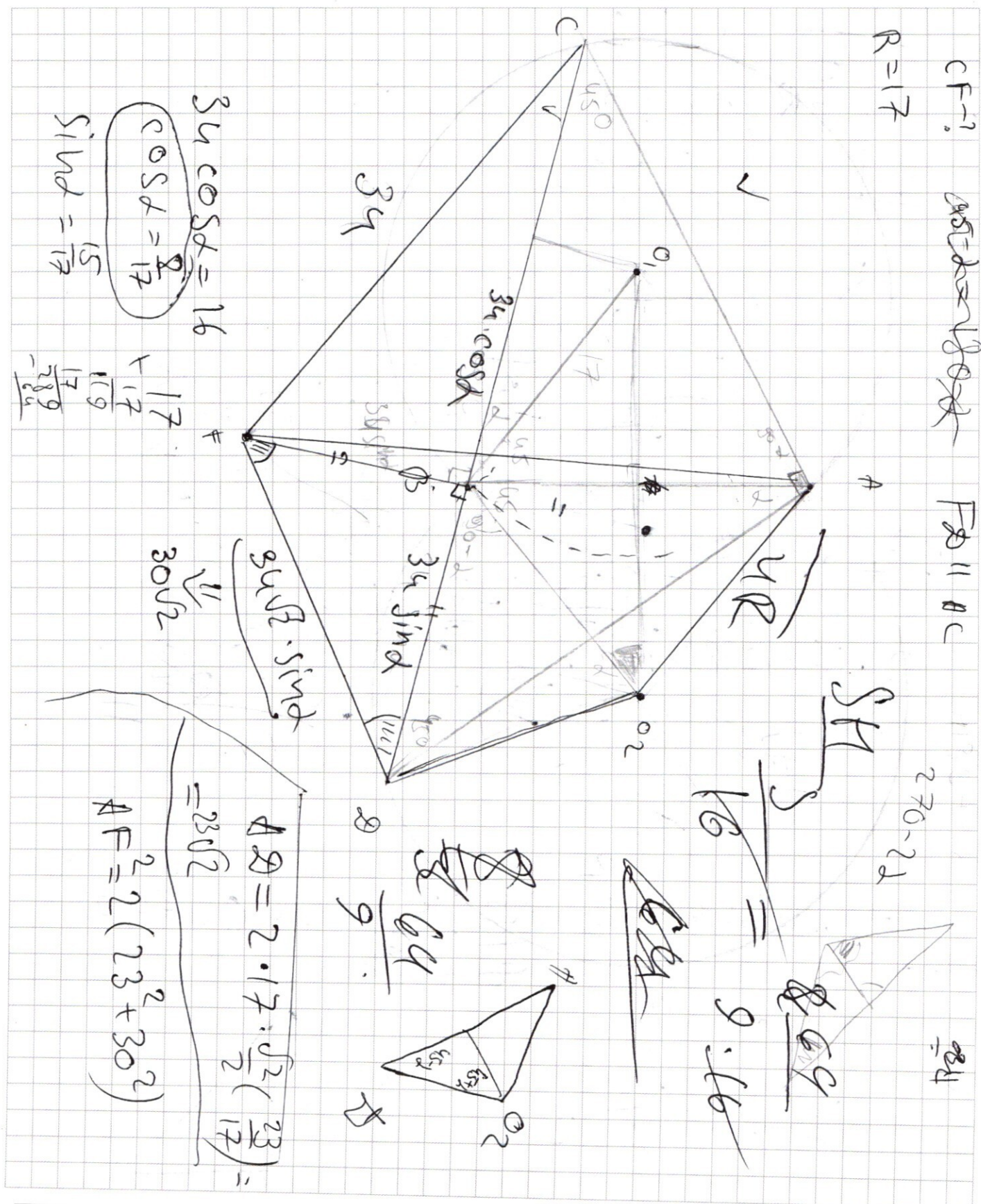
$$-y - 15$$

$$x + 8$$

$$y + 15$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{array}{r}
 256 \\
 \times 34 \\
 \hline
 136 \\
 1020 \\
 \hline
 1156 \\
 \times 2 \\
 \hline
 2312 \\
 + 256 \\
 \hline
 2568 \\
 + 224 \\
 \hline
 2792 \\
 - 24 \\
 \hline
 39 \\
 - 36 \\
 \hline
 32 \\
 18
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 256 \\
 \times 7 \\
 \hline
 224
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 256 \\
 \times 23 \\
 \hline
 1568 \\
 5120 \\
 \hline
 11904
 \end{array}$$

$$16^2 + 2 \cdot 34^2 - 2 \cdot 16 \cdot 17 \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 256 + 2 \cdot 1156 - 2 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 2 = 256 + 2312 - 1088 = 1480$$

$$\frac{25}{14} + \frac{8}{14} = \frac{33}{14}$$

$$\sqrt{349} \cdot 84 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{23}{4} = 46 \sqrt{349}$$

$$\frac{16}{16} = \frac{2R^2}{4R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin 8x + \sin\left(11x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = 0$$

$$\sin\left(11x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = 2 \sin 4x \cdot \cos(7x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x$$

$$2 \sin 2x \cdot \cos 5x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \sin 2x \cos\left(x - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) = \sin 2x \cos$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x = \cos(3x + 4x) = \cos 3x \cos 4x - \sin 3x \sin 4x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$$

$$\sin 3x \cdot \cos 4x + \sin 4x \cdot \cos 3x$$

$$I) \cos 4x (\sin 3x + \cos 3x) + \sin 4x (\cos 3x - \sin 3x)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x \left(\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin 4x \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) \right) =$$

$$= \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x$$

$$\frac{\cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)}{2} \cdot \sin\left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin 3.5x + \frac{\pi}{8} + \cos$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$= \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{2} + \sin$$

$$\sin \frac{4.5x + \frac{3\pi}{2}}{2} = 0$$

$$\frac{\pi}{n} + \frac{\pi}{8} = \frac{3\pi}{8}$$

Второй.

$$9x + \frac{3\pi}{4} = 2\pi n$$

$$5x - \frac{\pi}{4} = 2\pi + \pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{4} - \pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{4} - \pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{4} - \pi n$$

$$\sin \frac{4.5x + \frac{3\pi}{2}}{2}$$

$$\cos \frac{2.5x - \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$2\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{9\pi}{4}$$

$$5x - \frac{\pi}{4} = 2\pi + \pi n$$

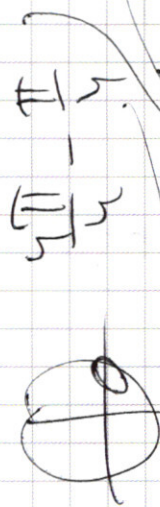
$$x = \frac{3\pi}{4} - \pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{4} - \pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{4} - \pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{4} - \pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{4} - \pi n$$

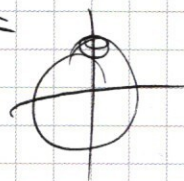


$$x = \frac{3\pi}{4} - \pi n$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) =$$

$$= 2 \sin(2x + \frac{\pi}{2}) \cdot \cos 4.5x$$



$$\sin(2x + \frac{\pi}{2}) = \sin 2x \cdot \cos \frac{\pi}{2} + \cos 2x \cdot \sin \frac{\pi}{2}$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos 4.5x + \cos 4x = 0$$

$$2t^2 - 1 + 2t \cdot \cos 4.5x = 0$$

$$2t^2 - 1 + 2t \cdot \cos 4.5x = 0$$

$$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x - \sin 4x$$

$$\sqrt{2} \sin 4x \cdot \cos 7x = \frac{\sqrt{2} \sin 11x + \sin(3x)}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (\sin 11x - \sin 3x + \sin 7x + \sin x + \cos 3x - \cos 11x - \cos x + \cos 7x)$$

$$\sin 4x \cdot \cos 3x$$

$$\sin 7x \cdot \sin 4x = \frac{(\cos 3x - \cos 11x)}{2} - \frac{(\cos 11x - \cos 3x)}{2}$$

$$\sin 3x \cdot \sin 4x = \frac{\cos x - \cos 7x}{2}$$

$$-y^7 \cdot (-y)^{-\log_x y} = x^2 y^7 \cdot \left(\frac{1}{-2} \right) \left(\frac{-7}{-4} \right) \left(\frac{12}{0} \right)$$

$$-y^3 \cdot (-y)^{\log_x y} = x^2 y^3 \cdot \left(\frac{1}{-1} \right) \left(\frac{-4}{-4} \right) \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$\left(-\frac{x}{y} \right)^{\log_x (-y)} = x^2 y^4$$

$$x^7 \cdot \log_x (-y) \cdot \left(\frac{1}{y} \right)^{\log_x (-y)} = x^2 y^4$$

$$x^3 \cdot \log_x (-y) \cdot \left(\frac{1}{y} \right)^{\log_x (-y)} = x^2 y^4$$

$$\left(\frac{x}{y} \right)^{\log_x (-y)} = x^2 y^4$$

$$\left(\frac{x}{y} \right)^{\log_x (-y)} = \frac{x^2}{-y}$$

$$1) \frac{x^2}{-y} = 1$$

$$2) \log_x y =$$

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & -4 \\ \hline & 1 & 0 \end{array}$$

$$\frac{27 - 18 - 21 + 12}{-9}$$

$$\left(-\frac{1}{y} \right)^{\log_x y} = 1$$

$$\left(-\frac{1}{y} \right)^{\log_x y} = 1$$

$$x^2 \cdot (-3 + 12 - 4) + 16 = 17$$

$$\left(\frac{x}{y} \right)^{\log_x y} = \frac{\sqrt{17-1}}{2}$$

$$(-y)^5 = y^5 \cdot x^2 y^4$$

$$\frac{17 + 12\sqrt{17}}{2}$$

$$= 9 - \sqrt{17}$$

$$27 - 18 - 21 + 12$$

$$1 + 16 = (\sqrt{17})^2$$

$$\frac{17 - 2\sqrt{17} + 1}{2} = 9 - \sqrt{17}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

[illegible]

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 2x \cdot \overset{\cos}{\sin 5x} + 2 \sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos \frac{7+3}{2} = 5x$$

$$\frac{7-3}{2} = 2$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

~~$$\cos 5x + \cos 2x$$~~

кур

$$\begin{matrix} s_3 = a & s_4 = c \\ c_3 = b & c_4 = d \end{matrix}$$

$$\cos 7x = \cos(x+3x) = \cos 4x \cdot \cos 3x - \sin 3x \cdot \sin 4x$$

$$\sin 7x = \sin 3x \cdot \cos 4x + \sin 4x \cdot \cos 3x$$

$$bd - ac + ad + cb + b - a + \sqrt{2}d = 0$$

$$c(b-a) + (b-a) + (b+a)d + \sqrt{2}d = 0$$

$$(c+1)(b-a) + d(b+a+\sqrt{2}) = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 7x + \cos 7x) + \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 3x - \sin 3x) + \cos 4x = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

~~$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) + 2 \cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$$~~

~~$$\sin \cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)$$~~

~~$$\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$~~

~~sin~~

~~$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) + \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$$~~

$$\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

