

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИС

Бланк задания должен быть вложен в
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

②. (Дано) Решите Уравнение:

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x + 2 \cos 7x (-\sin 4x) = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x + \sin 7x) (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) \cdot (\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x) = 0.$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) \cdot \left(2 \left(\frac{\cos 7x}{\sqrt{2}} - \frac{\sin 7x}{\sqrt{2}} \right) + 2 \sin 4x \right) = 0.$$

$$2 (\sin 7x + \cos 7x) \cdot \left((\sin 45^\circ \cos 7x - \sin 7x \cos 45^\circ) + \sin 4x \right) = 0.$$

$$2 (\sin 7x + \cos 7x) \cdot \left(\sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) + \sin 4x \right) = 0.$$

$$4 (\sin 7x + \cos 7x) \cdot \left(\sin \left(\frac{\pi - 7x + 4x}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi - 7x - 4x}{2} \right) \right) = 0.$$

$$\sin 7x + \cos 7x = 0 \quad \vee \quad \sin \left(\frac{\pi - 3x}{2} \right) = 0 \quad \vee \quad \cos \left(\frac{\pi - 11x}{2} \right) = 0.$$

$$\tan 7x = -1. \quad \vee \quad \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3x}{2} \right) = 0 \quad \vee \quad \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{11x}{2} \right) = 0.$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k.$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{3x}{2} = \pi k.$$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{11x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k.$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}$$

$$\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{2} - \pi k.$$

$$-\frac{3\pi}{8} - \pi k = \frac{11x}{2}.$$

$$x_2 = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3}$$

$$x_3 = -\frac{3\pi}{44} - \frac{2\pi k}{11}$$

Ответ: $x_1 = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}, \quad x_2 = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3}, \quad x_3 = -\frac{3\pi}{44} - \frac{2\pi k}{11}$

①. Дано восьмизначных чисел абсолютно и произведений цифр равно 3337.

Надо найти (сумму) количество восьмизначных чисел

Решение!

$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 5^3 \cdot 3^3.$$

произведения чисел равно $5^3 \cdot 3^3$. еще можно написать

эту цифру как восьмизначное число
55533311 ($5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$) это восьмизначное число

мы тоже можно написать ($1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$) много
таких чисел. и мы узнаем ^{здесь} это порядок

равно $\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!}$ потому что три 5, три 3,

и два 1. Это будет комбинаторика.

$$N = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2} = 10 \cdot 56 = 560.$$

Второе можно есть как ($5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$) 9555311 это
можно восьмизначное число. (мы можем) и произведение их равно
3375. Такие числа много и на формулу

будет $\frac{8!}{3! \cdot 3!}$

$$M = \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 20 \cdot 56 = 1120.$$

$$Z = M + N = 1120 + 560 = 560 \cdot 3 = 1680$$

Ответ! количество восьмизначных чисел равно 1680

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

③
$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases} \Rightarrow \frac{y^{5\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2\lg xy}$$

$$\begin{aligned} (y^{5\lg x}) \cdot y^{5\lg x} &= y^{2\lg xy} \cdot x^{\lg x} \\ \lg y^{5\lg x} &= \lg(y^{2\lg xy} \cdot x^{\lg x}) \\ 5\lg x \cdot \lg y &= 2\lg xy \cdot \lg y + \lg x \cdot \lg x \\ 5\lg & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{y^{5\lg x}}{x^{\lg x}} &= y^{2\lg xy} \\ y^{5\lg x} &= x^{\lg x} \cdot y^{2\lg xy} \\ y^{5\lg x} &= x^{\lg x} \cdot y^{2\lg x} \cdot y^{2\lg y} \\ y^{3\lg x} &= x^{\lg x} \cdot y^{2\lg y} \quad / : \lg \\ \lg y \cdot 3\lg x &= \lg x \cdot \lg x + \lg y \cdot 2\lg y \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \lg x = a \\ \lg y = b \end{cases} \quad \begin{aligned} \lg y \cdot 3\lg x &= \lg x^2 + 2\lg y^2 \\ 3ab &= a^2 + 2b^2 \\ (ab(ab^2 - 3) &= 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - 3ab + 2b^2 &= 0 \\ (a-b)(a-2b) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= b \\ a_2 &= 2b \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} \lg x &= \lg y &\Rightarrow x &= y \\ \lg x &= \lg y^2 &\Rightarrow x &= y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y \\ x=y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x &= 0 \\ 8x - 4x^2 &= 0 \\ x=0 \quad x=2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 2 \\ y_1 &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= y^2 \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y &= 0 \Rightarrow \\ x^2 - 2x + 12x - 2x^2 &= 0 \\ x(x-2)(x+6) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 4 \\ y &= 16 \end{aligned} \quad \begin{aligned} x^3 &= 36 \\ x &= \sqrt[3]{36} \quad y = \sqrt[3]{1296} \end{aligned}$$

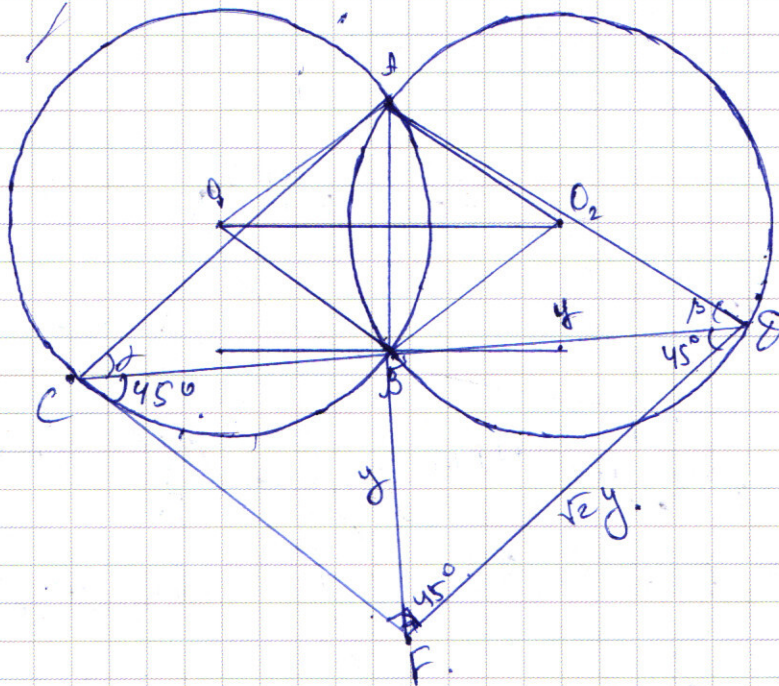
$$\begin{aligned} y &= \sqrt{51} - 1 \\ x &= 32 - 2\sqrt{51} \end{aligned}$$

$x \neq 0$ не можем быть.

Ответ: $(2; 2)$; $(2; 4)$; $((\sqrt{36}; \sqrt{1296}))$; $((\sqrt{31}-1); (\sqrt{32-2\sqrt{31}}))$.

б.

Дано.



$$\begin{cases} BF = FD \\ \angle ACB = \alpha \\ \angle ADB = \beta \end{cases}$$

то из условия
 $\alpha + \beta = 90^\circ$

$$\begin{aligned} BD &= FB \\ FB &= \sqrt{2} BD \end{aligned}$$

$$O_1A = O_2A = 5$$

$$\begin{cases} \angle A O_1 B = 2\angle ACB = 2\alpha \\ \angle A O_2 B = 2\angle ADB = 2\beta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} O_1A = O_1B = 5 &\Rightarrow \triangle O_1AB \\ O_2A = O_2B = 5 &\Rightarrow \triangle O_2AB \end{aligned} \Rightarrow \text{равнобедренный}$$

$$\angle A O_1 B = \angle B O_1 A = \angle \frac{A O_1 B}{2} = \alpha \Rightarrow O_1A = O_1B$$

$$\angle B O_2 A = \angle A O_2 B = \angle \frac{A O_2 B}{2} = \beta$$

$\triangle A O_1 B$ - равнобедренный

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \boxed{\alpha = \beta = 45^\circ}$$

Из этого следует $\triangle ACD$ - равнобедренный

$$AC = AD \Rightarrow \angle CAD = 90^\circ \Leftrightarrow CD = AC\sqrt{2}$$

Поскольку $AC = AD = y$.

$$\begin{cases} CD = y\sqrt{2} \\ AD = y\sqrt{2} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

в $\triangle CDF \rightarrow$ теорема косинусов

$$2x^2 + 2y^2 - 2\sqrt{2}xy\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = CF^2$$

$$2x^2 + 2y^2 - 2\sqrt{2}xy = CF^2 = 2(x^2 + y^2 - xy\sqrt{2})$$

в $\triangle ABD \Rightarrow$ теорема косинусов.

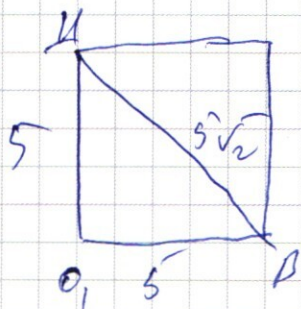
$$x^2 + y^2 - 2xy \cos 45^\circ = AB^2 = 2(x^2 + y^2 - xy\sqrt{2})$$

$$CF^2 = 2AB^2$$

AO_1, BO_2 - квадрат

$$\angle AOB = 2 \times 45^\circ$$

$$\angle AOB = 2\beta = 90^\circ \text{ и}$$



теорема Пифагора $\Rightarrow$

$$AB^2 = 2 \cdot 5^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CF^2 = 2 \cdot 2 \cdot 5^2 = (10)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CF = 10.$$

5

в $\triangle BCF$ (теорема Пифагора) $\Rightarrow CF^2 - BC^2 = BF^2$

$$BF^2 = 10^2 - 6^2 = 8^2 \Rightarrow BF = 8$$

$AK \perp CD$ ($K \in CD$) $\Rightarrow$ из $\triangle ACD$ равнобедренный

прямоугольный треугольник $\Rightarrow AK = \frac{CD}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

$$8 = BF = BD = y \Rightarrow CD = KD + KC = 14$$

$$BD - \frac{CD}{2} = BD - DK = 8 - 3\sqrt{2} = 2 = KC$$

$$AC = AD = x = 6\sqrt{2} \quad DF = 8\sqrt{2}$$

в $\triangle ADF$ [Получили треугольник]

$$AF^2 = AD^2 + DF^2 = 3^2 \cdot 2 + 8^2 \cdot 2 = 2 \cdot 4(9 + 16) = 8 \cdot 25$$

$$\cos \angle ACF = \frac{AC^2 + CF^2 - AF^2}{2 \cdot AC \cdot CF} = \frac{12^2 + 10^2 - 8 \cdot 25}{2 \cdot 6\sqrt{2} \cdot 10} = -\frac{24}{12\sqrt{2}} = -\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \angle ACF = \sqrt{1 - \frac{49}{72}} = \frac{\sqrt{23}}{6\sqrt{2}}$$

$$S_{\triangle ACF} = \frac{6\sqrt{2} \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{23}}{2}}{2} = \frac{10\sqrt{23}}{2} = 5\sqrt{23}$$

Ответ: $CF = 10$, $S_{\triangle ACF} = 5\sqrt{23}$

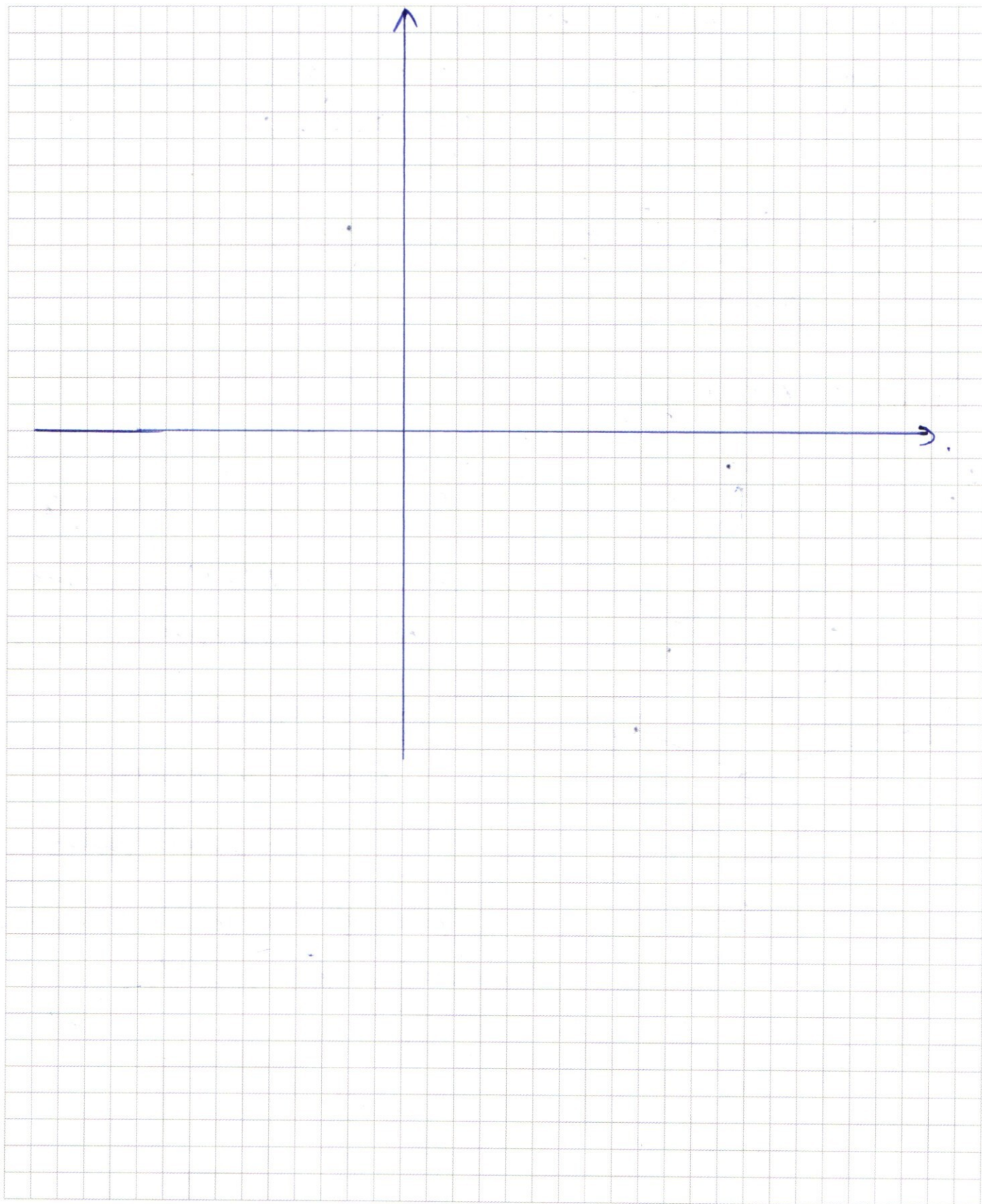
4.
$$\begin{cases} y > 2^x + 5 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 7
(Нумеровать только чистовики)

5.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = a \end{cases}$$

Чтобы система имела решение

тогда $(|y-3|) = 0$ нужно.

тогда $y = \pm 3$ и $x = -3$ $y = 3$.

или

$$|y| + |y-6| = 6 \\ 3 + 3 = 6$$

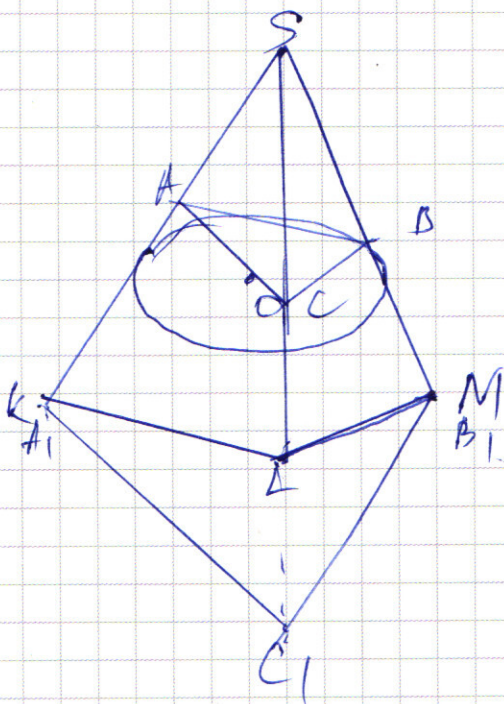
$$(3-4)^2 + (3-3)^2 = 0$$

$$x = 3 \quad y = 3$$

$$a = \pm 1$$

Ответ: $a = \pm 1$.

4.



S_{ABC} и $S_{A'B'C'}$ пирамиды

и ABC и $A'B'C'$ плоскости
которые касаются в центре.

SO. Перпендикуляр

в ABC и $A'B'C'$

из условия задачи.

Следит $\emptyset$ может мы выиски
Пирамиду $AB B_1 C_1 A_1$

$$S_{\Delta KLM} = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$$

Ответ: $S_{\Delta KLM} = \sqrt{17}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ge,

$$y = 6$$
$$|3-x| + |3+x|$$
$$3-x + 3+x = 6$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 4y^2 + 12y, y = -6$$

$$(x-3y)(x+3y) - 4(x-3y) - 2xy = 0$$

$$(x-3y)(x+3y-4) = 2xy = 0$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\log x} = 2^{\log(x)^2}$$

$$(y^5 \cdot x^{-1})^{\log x} = 2^{\log(x)^2}$$

$$\lg x (\lg y^5 - \lg x) = \lg x y \cdot \lg y.$$

log₁₀ 10⁵ - log₁₀ 10⁴ = log₁₀ 10¹ = 1

$$(x-y)^2 - (y-6)^2 - 3y^2 - 4x - 36 = 0$$

abcdefgh

555 333.14

25.5.33.3.1.1.1

$$V_2 = 3$$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$
$$y \leq 70 + (2^{64} - 1) \cdot x$$

$$y = 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 70 + (2^{64} - 4) \times$$

$$z = \frac{265}{2} - 1$$

$$(2+1) \cdot 2^5$$

$$y > 2^x + 2^{66} + 2^{68}$$

$$y \leq 70 + 2^{64} \cdot x - \frac{9}{x} - 9 -$$

375.9.9
15.25.9
27.1.25

7	W	W
5	+	+
0	7	5
W	W	5

$9 + 9 = 18$
 $11 + 11 = 22$
 $12 + 12 = 24$
 $13 + 13 = 26$
 $14 + 14 = 28$
 $15 + 15 = 30$
 $16 + 16 = 32$
 $17 + 17 = 34$
 $18 + 18 = 36$
 $19 + 19 = 38$
 $20 + 20 = 40$
 $21 + 21 = 42$
 $22 + 22 = 44$
 $23 + 23 = 46$
 $24 + 24 = 48$
 $25 + 25 = 50$
 $26 + 26 = 52$
 $27 + 27 = 54$
 $28 + 28 = 56$
 $29 + 29 = 58$
 $30 + 30 = 60$
 $31 + 31 = 62$
 $32 + 32 = 64$
 $33 + 33 = 66$
 $34 + 34 = 68$
 $35 + 35 = 70$
 $36 + 36 = 72$
 $37 + 37 = 74$
 $38 + 38 = 76$
 $39 + 39 = 78$
 $40 + 40 = 80$
 $41 + 41 = 82$
 $42 + 42 = 84$
 $43 + 43 = 86$
 $44 + 44 = 88$
 $45 + 45 = 90$
 $46 + 46 = 92$
 $47 + 47 = 94$
 $48 + 48 = 96$
 $49 + 49 = 98$
 $50 + 50 = 100$

$$\sqrt{x=3}$$

$$x+6+x-6=6$$

$$-x + (-6 + 4) = 2$$

$$= 6 \sqrt{-6 + 4} + (-6 - 4)$$

JB 3

$x+6$

751

$$x^2 + 9 - x^2$$

$$x^2 - 2xy + y^2 + x^2 - 4x + 4 - 4y^2 + 12y - 4 - x^2 = 0$$

$$(x-y)^2 + (x-2)^2 - 4(y^2 - 3y) - (x^2 + 4) = 0$$

$$x^2 - 2x$$

$$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$8x - 4x^2 = 0$$

$$4x(2-x) = 0$$

$$\boxed{x=2}$$

$$\boxed{y=2}$$

$$2^4 \lg 2 = 2^2 \lg 4$$

$$4 - 8 - 8 - 12 + 24$$

$$y^5 \lg x = x^5 \lg x \cdot y^2 \lg xy$$

$$\lg x \lg y$$

$$\lg y^5 \cdot \lg x^2 = \lg x \cdot 5 \lg x + \lg y \cdot 2 \lg xy$$

$$\lg y^5 \cdot \lg x^2 = \lg x^8 \cdot \lg y + \lg x^6 \cdot \lg y^3$$

$$\lg y \cdot \lg x (\lg y^4 - \lg y^2 \cdot \lg x^5 - \lg x^7) = 0$$

$$\lg y \cdot \lg x = 0$$

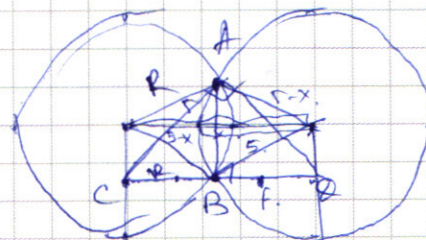
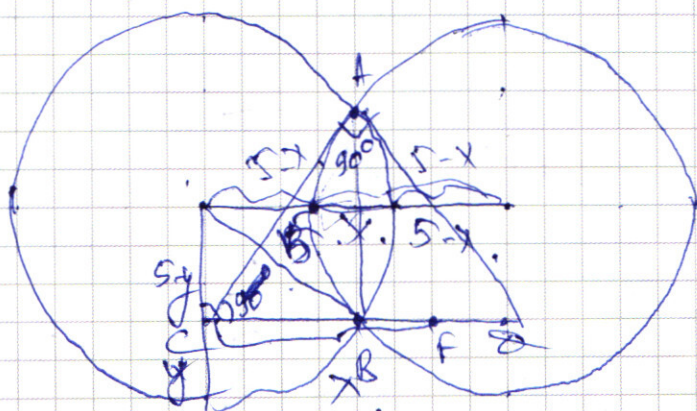
$$\boxed{x=y}$$

$$\lg y^4 - \lg y^2 \cdot \lg x^5 - \lg x^7 = 0$$

$$\lg \frac{y^4}{y^{14}} = \lg \frac{1}{y^{10}} = 0$$

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = 9 \end{cases}$$

$$\boxed{y-3 \geq x}$$



$$5-x+x+5-x = 10-x$$

$$10-2x = x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y^5 \lg x = y^2 \lg xy \cdot x \lg x.$$

$$5 \lg x \cdot \lg y = \lg y \cdot (\lg x^2 + \lg y^2) \cdot \lg x \cdot \lg x.$$

$$5ab = b(a^2 + b^2) \cdot a^2.$$

$$5ab = a^4 b + a^2 b^3.$$

$$a^4 b + 5ab - a^2 b^3 = 0.$$

$$ab(a^3 + 5 - ab^2) = 0.$$

$$y^5 \lg x = y^2 (\lg x + \lg y) \cdot x \lg x.$$

$$\lg y \cdot 5 \lg x = \lg y \cdot 2(\lg x + \lg y) \cdot \lg x^2.$$

$$5a - 5a = 2b(a+b) \cdot a^2.$$

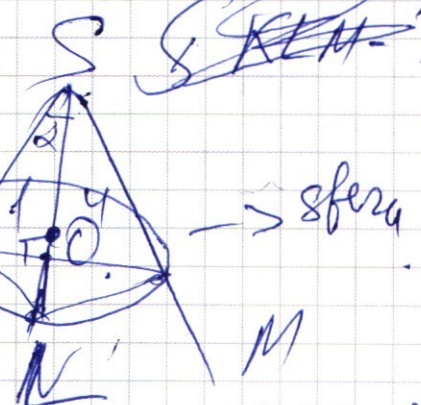
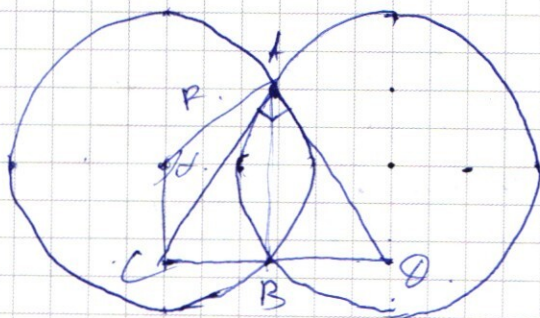
$$5ab = 2a^3 b + 2a^2 b^2.$$

$$2a^2 b^2 + 2a^2 b + 5ab = 0.$$

$$ab(2ab + 2a^2 + 5) = 0.$$

$$2a^2 + 2ab + 5b = 0.$$

$$2a$$



$\angle KSO = ?$
 $\angle KLM = ?$

$\alpha = ?$

$$\frac{2x^2 + 2x - 5}{4x}$$

$$y \log x = x \log x \cdot y^{z(\log x + \log y)} \quad !. f.$$

$$5 \lg x \cdot \lg y = \lg x^2 \cdot \lg y \cdot 2(\lg x \lg y)$$

$$\text{Sub} = a^2 \cdot b \cdot 2(a+b)$$

$$2a^3b + 2a^2b^2 - 5ab^3 = 0$$

$$ab(2a^2 + 2ab - 5b^2) = 0$$

$$ab(2a^2 + 2ab - 5) = 0$$

$$u^2 \cdot 6(a^2 + b^2) = 5ab$$

$$4^5b + a^2b^3 - 5ab = 0$$

461

$$y^{\log x} = y^{\log x} \cdot y^{\log x} \cdot y^{\log x} \cdot y^{\log x}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 11x - \cos 3x + \sin 3x - \sin 11x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$= 2 \sin 7x \cos 4x + 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$- 4 \sin 7x \sin 4x$$

$$- 2 (\sin 7x \sin 4x + \sin 4x \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$- 2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$+ 2 \sin x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$- \sqrt{2} (\sin 7x + \cos 7x) (\sqrt{2} \sin x + \cos 7x - \sin 7x) = 0$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} \right)$$

$$a b c d e f g h = 5^3 \cdot 3^3$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{45678}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 560$$

$$25 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{45678}{3!} =$$

$$\left(\frac{y^5}{x} \right)^{\log x} = y^2 \log x y$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 5y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 4y^2 - 4x + 12y = 0$$

$$(x-y)^2 - 4y^2 - 4x + 12y = 0$$

$$\left(y^5 x^{-1} \right)^{\log x} = y^2 \log x y$$

$$y^2 \log x y = 1$$

$$y = 1$$

$$2 \log x y = 1$$

$$2 \log x = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \sqrt{10}$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x^5 \lg x} = y^2 \lg xy$$

$$y^5 \lg x = y^2 \lg xy \cdot x^5 \lg x$$

$$y^5 \lg x = y^2 \lg x^2 \cdot y \lg y^2 \cdot x^5 \lg x$$

~~$$y^5 \lg x = y^2 \lg x$$~~

$$(x-y)^2 + (y+6)^2$$

$$x^2 - 2xy + y^2 + y^2 + 12y + 36 - (y-x-2)^2$$

$$-y^2 + 2xy - x^2 + 4 + 4(y-x)$$

$$x^2 - 2xy + 2y^2 + 12y + 36 - y^2 + 2xy - x^2 - 4 + 4y - 4x$$

$$x^2 - 2xy + y^2 + y^2 + 12y + 36 - x^2 - x^2 - 4x + 4 = 40 - y^2$$

$$(x-y)^2 + (y+6)^2 + (x-2)^2 = x^2 - y^2 + 40$$

~~$$(x-y)(x-y) = 2y^2 - 2xy$$~~

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = 9$$

$$|m-x| + |m+x| = 6$$

$$(|x|-4)^2 + m^2 = 9$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^2 \lg xy$$

$$y^5 \lg x \cdot x^5 \lg x = y^2 \lg xy$$

$$y^5 \lg x \cdot x^5 \lg x - y^2 \lg xy \cdot y^2 \lg y = 0$$

$$y^2 \lg x (y^3 \lg x \cdot x^5 \lg x - y^2 \lg y) = 0$$

$$\lg x \cdot \lg\left(\frac{y^5}{x}\right) = \lg(xy)^2 \cdot \lg y$$

$$\lg x (\lg y^5 - \lg x) = (\lg x^2 + \lg y^2) \cdot \lg y$$

$$\lg x \cdot \lg y^5 - \lg x^2 = \lg x^2 \cdot \lg y + \lg y^3$$

$$\lg x \cdot \lg y (\lg y^5 - \lg x) = \lg y^3 + \lg x^2$$

$$\lg x \cdot \lg y^5 - \lg y^3 = \lg x^2 \cdot \lg y + \lg x^2$$

$$\lg y^3 (\lg x \cdot \lg y^2 - 1) = \lg x^2 (\lg y + 1)$$

$$y-3 \geq x, \quad \frac{x-3}{y-3}$$

$$y-3-x + y-3+x = 6$$

$$2y = 12$$

$$y = 6$$

$$x = 3$$



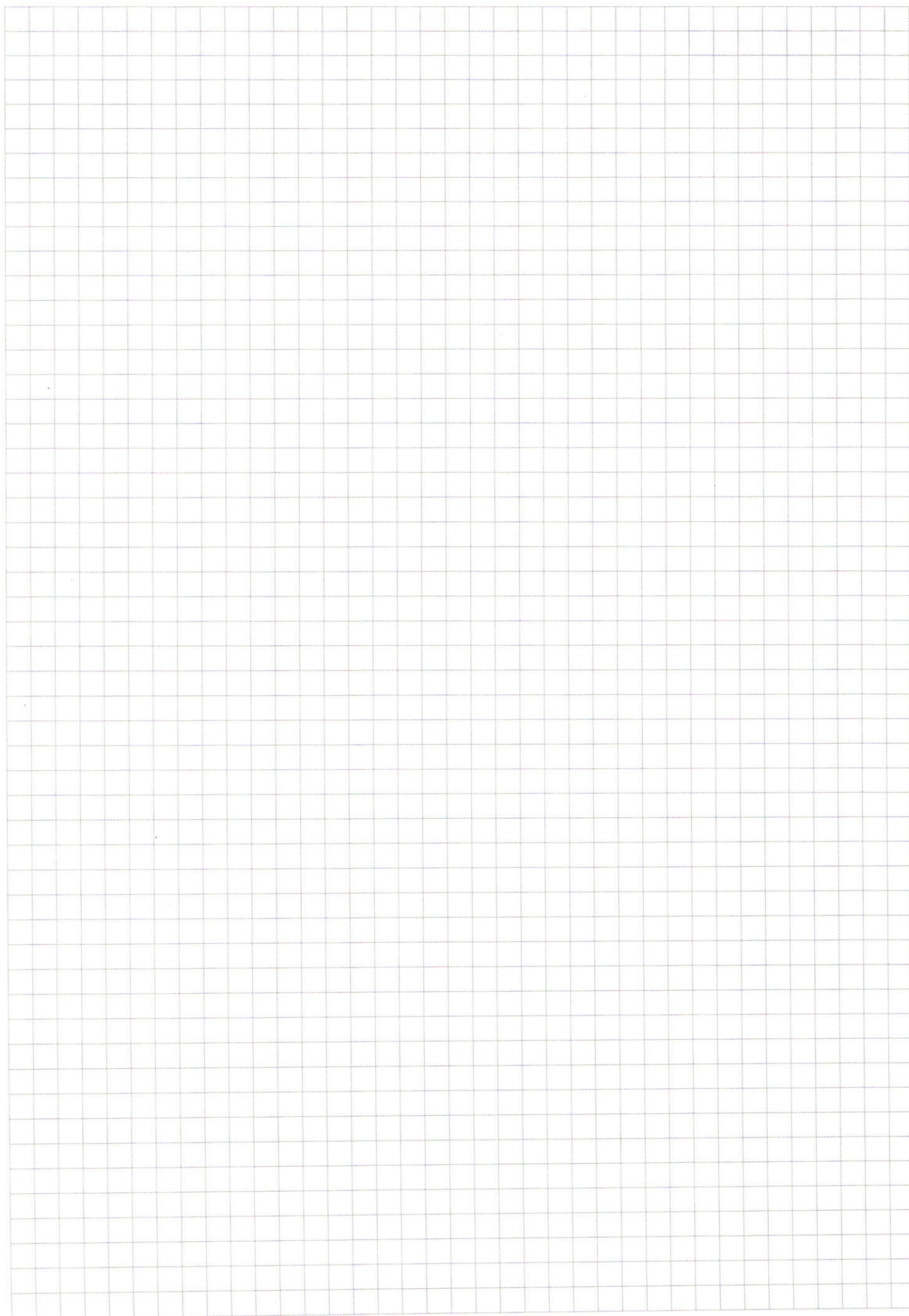
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)