МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12, \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

№1.

$16875 = 5^4 \cdot 3^3$ => восьмизначное число состоит либо из цифр

$5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1$ (1)

либо из цифр

$5, 5, 5, 5, 9, 3, 1, 1$ (2).

1) Число способов расставить "5" на 8 мест

C_8^4; далее ~~…~~ 4 способа разместить 1 итого $C_8^4 \cdot 4 = 70 \cdot 4$ ~~…~~ чисел.

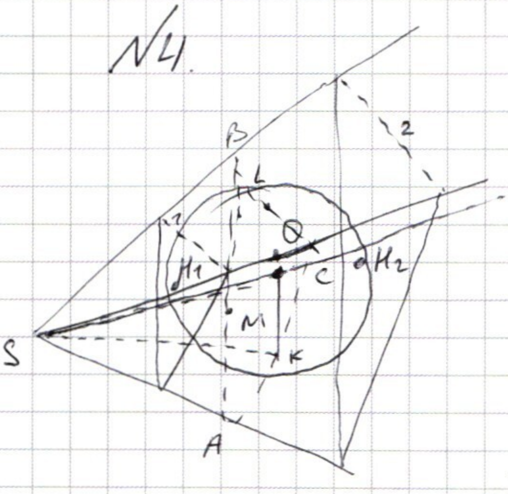
2) "5" на 8 мест: C_8^4; "1" на 4 места C_4^2; 9 и 3 – 2 способа.

Итого $C_8^4 \cdot C_4^2 \cdot 2 = 70 \cdot 6 \cdot 2 = 70 \cdot 12$.

Значит всего чисел $70 \cdot (12+4) = 70 \cdot 16 = 1120$

Ответ: 1120.

№4.



Из подобия граней следует, что

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{(SH_2)^2}{(SH_1)^2} \qquad SH_1 = h.$$

R – радиус сферы.

$SH_2 = SH_1 + 2R$ тк $SH_2 \perp$ сф. $\perp SH_1$

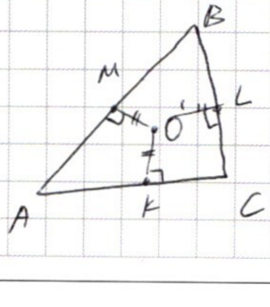
$$\frac{3}{2} = \frac{h+2R}{h};\ 3h = 2h + 4R.$$

$$4R = h.$$

$$\sin\angle KSO = \frac{OK}{SO} = \frac{R}{h+R} = \frac{R}{5R} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \boxed{\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{5}\right)}$$

Рассмотрим $\triangle ABC \in$ $\in$ плоскости, ~~…~~ содержащей точки K, L, M.



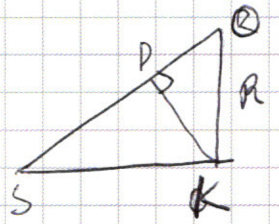
~~так как вписанной сферы~~

~~O'/- перпендикуляр из O на ABC. Треугольники OO'L, OO'K, OO'M равны по углу и 2-м прилежащим сторонам => O'K = O'L = O'M и они ⊥ соотв. сторонам по Th. о трёх перпендикулярах.~~

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Так как $\triangle SOK = \triangle SOM = \triangle SOL$, то перпендикуляры к SO лежат в одной плоскости ($\perp SO$) и содержат точки K, L, M => это плоскость, в которой содержится ABCD, и она $\parallel$ плоскостям из условия (с площадями 4 и 9)

По аналогии $\frac{h^2}{\tilde{h}^2} = \frac{S_1}{S_0}$ где $\tilde{h}$ – SD.



$$SD = h + \frac{h}{4} - \frac{h}{4}\sin(\angle KSO) =$$

$$= h + \frac{h}{4} - \frac{h}{20} = h\left(1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{20}\right) = \frac{6}{5}h.$$

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_0} = \left(\frac{5}{6}\right)^2 \quad S_0 = \frac{S_1 \cdot 36}{25} = \frac{4 \cdot 36}{25} = \boxed{5{,}76}$$

Ответ: 1) $\arcsin(\frac{7}{5})$

2) 5,76.

№5.

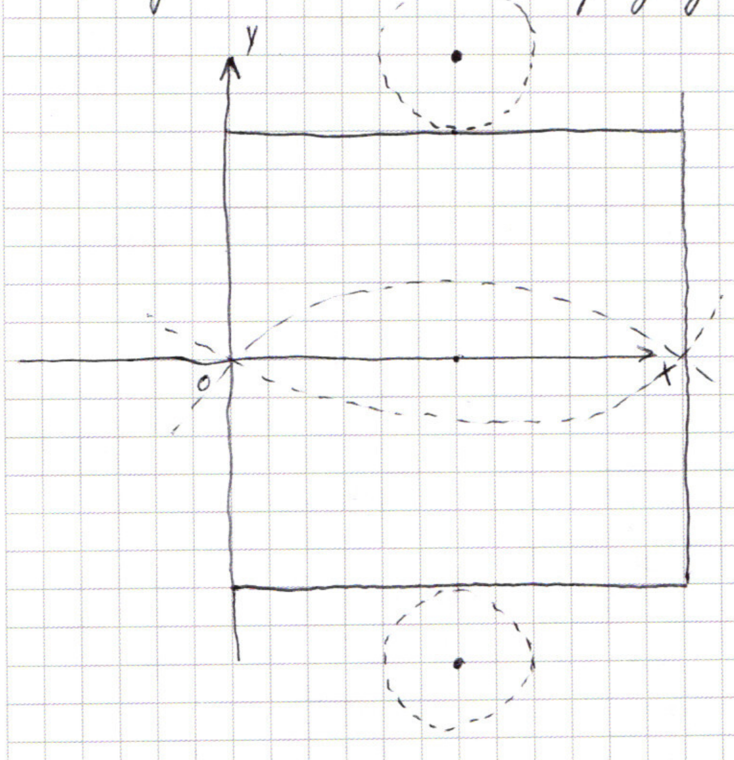
$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12. \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a. \end{cases}$$

Введём переобозначение $t = x-6$ тогда 1-е уравнение:

$|t-y| + |t+y| = 12.$

Это уравнение квадрата со стороной 12 и центром в $t=0$ ($x=6$).

второе – уравнение четырёх окружностей с центрами в $\{\pm 6; \pm 8\}$ и радиусами $\sqrt{a}$.



Есть смысл рассматривать только окружности в положительной по x полуплоскости.

$\exists$ ровно 2 точки пересечения графиков в 2х случаях:

1) обе окр. касаются квадрата $\sqrt{a} = 2$ $a = 4$.

2) окр. пересекают квадрат дважды в одних и тех же точках (на Ox)

Тогда $a = 8^2 + 6^2 = 100$.

Ответ: $a = 4$

$a = 100$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

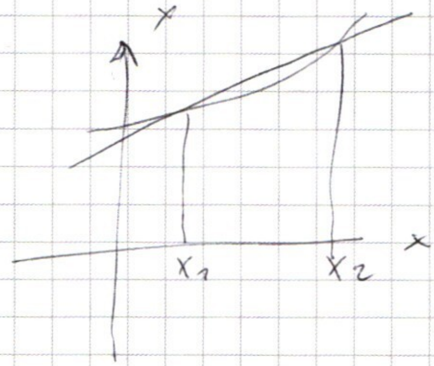
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.

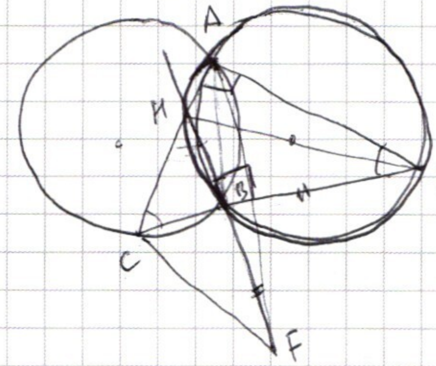
система имеет решения, пока $85+(3^{81}-1)x > 3^x + 4\cdot 3^{81}$

равенство достигаются при двух очевидных значениях $x_1 = 4$

$x_2 = 85$.



№6.



H - пересечение окружности с AC.

$\triangle BDH$ - прямоугольный

$\Rightarrow$ прямая CF проходит через H.

$\angle ADB = 90^\circ - \angle C$. но

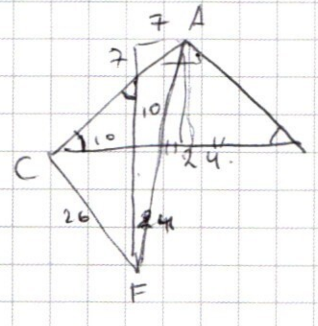
$\angle C$ и $\angle ADB$ лежат на равных дугах $\Rightarrow \angle C = 45^\circ$.

$\Rightarrow \angle H = 45^\circ$ из $\triangle CBH \Rightarrow HB = BC$

$\Rightarrow \triangle CBF = \triangle HBD \Rightarrow CF = 2R = 26$ Ответ: 26

2) ~~т.к.~~ $BC = 10$; $CF = 26 \Rightarrow FB = DF = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$.

$\Rightarrow CD = 34$. $\Rightarrow AH \ \frac{34-10}{\sqrt{2}} = \frac{24}{\sqrt{2}}$



$S_{AFC} = \frac{10\cdot(24+10)}{2} + \frac{7\cdot(34-7)}{2} = 264{,}5$

Ответ: 264,5

№2.

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$\cos 7x + \cos 3x = 2\cos 5x \cos 2x$

$\sin 7x + \sin 3x = 2\sin 5x \cos 2x.$

$\cos 5x \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 10x = \sin 5x \cos 2x.$

$\cos 10x = \cos^2 5x - \sin^2 5x$

$\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x).$

$\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 5x + \sin 5x).$

$\cos 2x = \cos\frac{\pi}{4}\cos 5x + \sin\frac{\pi}{4}\sin 5x$

$2\cos 2x = \cancel{\cos(5x+\frac{\pi}{4})} + \cos(5x-\frac{\pi}{4}) + \cos(5x-\frac{\pi}{4}) - \cancel{\cos(5x+\frac{\pi}{4})}$

$\cos 2x = \cos(5x - \frac{\pi}{4}).$

1) $2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k$ 2) $2x = \frac{\pi}{4} - 5x + 2\pi k$

$+2\pi k\ \frac{\pi}{4} = 3x$ $7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$

$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k$ $x = \frac{\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi k$

$k \in \mathbb{Z}$ $k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k \quad k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi k \quad k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$

№3.

$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$

$(-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg(y)} = (-x)^{\lg(-xy)}$

$(-x)^{\lg(-x)} = (-x)^{\frac{1}{\log_{(-x)} 10}}$

$\left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x) - \lg y}$

$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-\frac{x}{y})}.$

☐ черновик ☒ чистовик Страница № 4.

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

16875 | 25
-150 | 675 | 25
187 | -50 | 27
-175 | 175
125 | -175
-125 | 0
0

$16875 = 5^4 \cdot 3^3$

$\Rightarrow$ цифры 1, 3, 9, 5

точно должно быть 4 пятёрки. Осталось 4 места. Там либо 9 и 3 и 1 и 1 либо либо 3 и 3 и 3

1) 5555 9311.

Число способов выбрать места для 5 $= C_8^4$

Все остальные $3!$

итого $C_8^4 \cdot \cancel{3!}$

$C_8^4 \cdot C_4^2 \cdot 2.$

$4 \cdot 3$

2) 5555 3331.

C_8^4 мест для 5

4 места для 1.

$C_8^4 \cdot 4.$

мн-ва не перес.

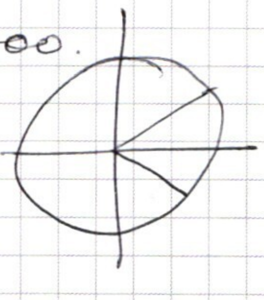
$C_8^4 = \frac{8!}{4!\,4!} = \frac{5 \cdot \cancel{6} \cdot 7 \cdot \cancel{8}2}{\cancel{24}} = 70.$

$3! = 6.$

$70 \cdot 6 + 70 \cdot 4 = 700.$

$\frac{4!}{2!\,2!} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6.$

70×16: 420 + 70 = 1120



$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x.$

$+\ \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$= 2\cos\alpha\cos\beta$

$\alpha+\beta = 7x$

$\alpha-\beta = 3x$

$\beta = 7x - \alpha.$

$3x = \alpha - 7x + \alpha$

$2\alpha = 10x$

$\alpha = 5x$

$\beta = 2x.$

$\cos 7x + \cos 3x = 2\cos 5x \cos 2x$

$+\ \sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta.$

$2\sin\alpha\cos\beta$

$= 2\sin 5x \cos 2x.$

$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - 1.$

$\left(8^5 + (3^{81}-1)x - 3^x - 4\cdot 3^{81}\right)' =$

$3^{81} - 1 - \ln 3\, e^{\ln 3 x} = 0.$

$e^{\ln 3 x} = \frac{3^{81}-1}{\ln 3} = 3^x$

$x_{цел} \neq 81.$

$3^x = e^{\ln 3 \cdot x}$

$(3^x)' = \ln 3\, e^{\ln 3 x}.$

☒ черновик ☐ чистовик

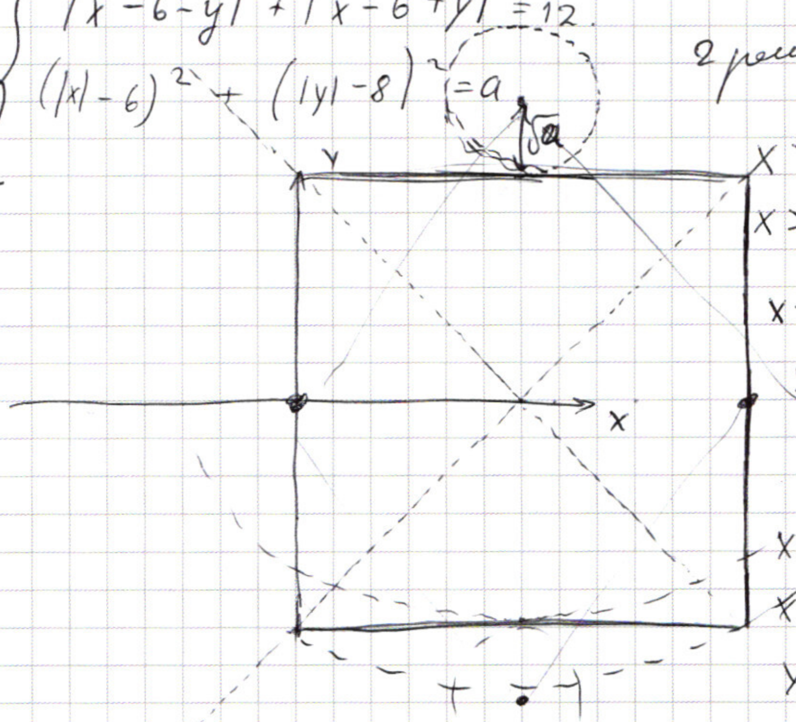
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

2 решение.



$x > (6+y)$

$x > (6-y)$

$x-6-y+x-6+y=12$

$2x = 24$

$x = 12$

$x - 6 > y$

$y < x - 6$

$x > 6 - y$

$x - 6 > -y$

$y > 6 - x$

$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$ $\quad x = 0$ $\quad y(2y-x-8) - x(x+4) = 0$

$2y^2 - 8y - xy = x^2 + 4x$ $\quad |-6-y| + |\cancel{x}-6+y| = 12$

$2y^2$

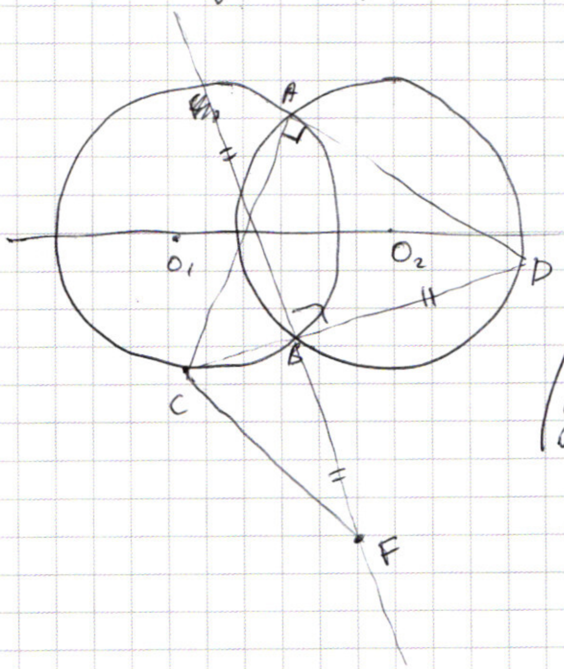
если $y < -6$. $\quad 2y - x - \frac{x^2}{y} - \frac{4x}{y} - 8 = 0$

$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$

$t = x - 6$

$|t-y| + |t+y| = 12$

$cF = ?$ $\quad R = 13$



$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$

$y < 85 + (3^{81} - 1)x$

$85 + 3^{81}x - x$

$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$

$\left(\frac{-x^3}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg -x}$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

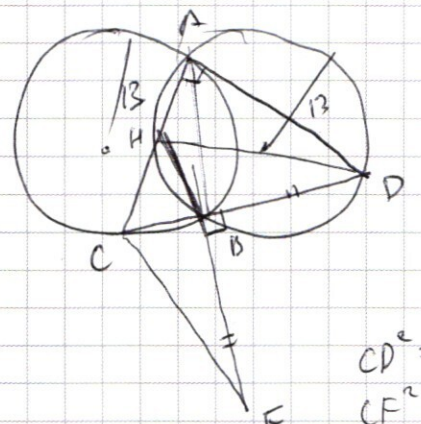
Страница №__

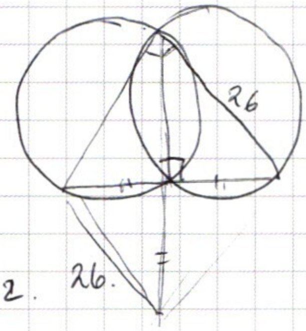
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



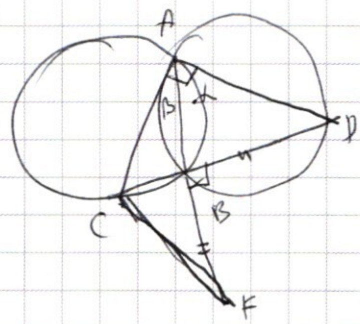


$CD^2 = AD^2 + CA^2.$

$CF^2 = DB^2 + CB^2$

$DH = 2R.$

$\alpha + \beta = 90.$



$13^2 = 169.$

$BC = 10$

$CF = 26.$

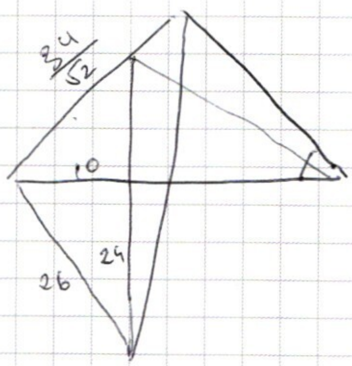
$BF = 26^2 - 10^2$

$\frac{34}{2} = 17$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times\, 26 \\ \hline 156 \\ +\,52 \\ \hline 676 \\ -\,100 \\ \hline 576 \\ -\,48 \\ \hline 96 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 24 \\ \hline 24. \end{array}$$

$34 - 7 = 27.$

$170 + \frac{7 \cdot 27}{2}.$



$$\begin{array}{r} 27 \\ \times\, 7 \\ \hline 189 \end{array}$$

$\frac{189}{2} = 94,5 + 170 =$

$= 264,5$

$$\cos\frac{\pi}{4}\cos 5x = \frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}+5x\right) + \frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}-5x\right).$$

$$\cos\frac{\pi}{4}\sin 5x = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}+5x\right) + \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-5x\right).$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left|\frac{x^4}{y^2}\right|^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$\left(\frac{-x^3}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$(-x)^{\lg y}\left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{\lg y} = (\cancel{-}x)^{\lg(-x)}$$

$$\left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg\frac{y}{-x}}$$

$$(-x)^{\lg(-x)} \cdot \cancel{(-x)^{\lg y}} = \left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{\lg y} \cdot (-x)^{\lg y}$$

☒ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\sin 5x\cos 2x$

$2\cos 5x\cos 2x - \sqrt{2}(2\cos^2 5x - 1) =$

$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}\cos 10x$

$\cos(10x) = \cos^2 5x - \sin^2 5x$

$2\cos 5x\cos 2x - \sqrt{2}\cos^2 5x + \sqrt{2}\sin^2 5x = 2\sin 5x\cos 2x$

$\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x)$

$\cos 5x\cos 2x - \cos 45^\circ\cos 10x = \sin 5x\cos 2x$

$\cos\frac{\pi}{4}\cos 10x = \frac{1}{2}\left(\cos(10x - \frac{\pi}{4}) + \cos(10x + \frac{\pi}{4})\right)$

$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$

$\lg(-xy) = \lg(-x) + \lg(y)$

$y > 0$

$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = \cancel{10\cdot(-x)^{\lg y}}$

$(-x)^{\lg(-x)} = (-x)$

$\frac{x^4}{y^2} = \cancel{-x}$ $\qquad \cancel{x^3 = -y^2}$

$\log_{10}(-x) = \frac{1}{\log_{-x}(10)}$

$\left(\frac{-x^3}{}\right.$

$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\frac{1}{\log_{(-x)}10}}\cdot(-x)^{\lg y}$

$\log_2 4 = 2$

$\log_4 2 = \frac{1}{2}$

если $x > 0$ то $-\frac{x^3}{y^2}$

если $x < 0$ то $-\frac{x^3}{y^2}$

$(3^x)' = e^{\ln 3}$ $\quad a^b$

$a^{\frac{1}{b}} = \sqrt[b]{a}$

$\left(-\frac{x^3}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\frac{1}{\log_{(-x)}10}}$

$85\cdot 3^{81}$ $\quad 81 + 4 = 85$ $\quad 85 - 4 = 81$ $\quad = 3^{85} + 4\cdot 3^{81}$ $\quad + 3^{81}\cdot 85 =$ $\quad 85 + (3^{81} - 1)\cdot 100 = 3^{100} + 4\cdot 3^{81}$ $\quad 5\cdot 3^{81} = 3^{85} + 4$ $\quad 85 + 3^{85} - 3^{85} = 3^{81} + 4\cdot 3$

4 и 85.

$3^4 = 27\cdot 3 = 81$

$x = 81 = 3^4$

$85 + (3^{81} - 1)\cdot 4 = 81 + 4\cdot 3^{81}$ $\quad x = 4$

$85 + (3^{81} - 1)x = 85 - 1 - 3 > 3^x + 4\cdot 3^{81}$ $\quad 3^{82}$ нет.

$85 + 3^{81} - 1 > 3 + 4\cdot 3^{81}$

$x = 1$

$85 + (3^{81} - 1)x \geq 3^x + 4\cdot 3^{81}$

$2\cos 5x\cos 2x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\sin 5x\cos 2x$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\sin 5x \cos 2x.$

$\sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x)$

$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}\cos^2 5x = 2\sin 5x \cos 2x - \sqrt{2}\sin^2 5x.$

~~$\cos 8x (\cos 2x - \cos 5x)$~~

$\sqrt{2}\cos 5x \cos 2x - \cos^2 5x = \sqrt{2}\sin 5x \cos 2x - \sin^2 5x.$

$\cos 5x(\sqrt{2}\cos 2x - \cos 5x) = \sin 5x(\sqrt{2}\cos 2x - \sin 5x).$

$\cos 5x\left(\frac{\cos 2x}{\cos\frac{\pi}{4}} - \cos 5x\right) = \sin 5x \ldots$

$\cos 5x\left(\cos 2x - \cos 5x \cos\frac{\pi}{4}\right) = \sin 5x\left(\cos 2x - \sin 5x \sin\frac{\pi}{4}\right).$

~~$\cos 5x \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\left(\cos\left(5x+\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$~~

$\cos 5x \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+5x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}-5x\right)\right).$

$\sin 5x \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\left(\sin\left(5x+\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)\right).$

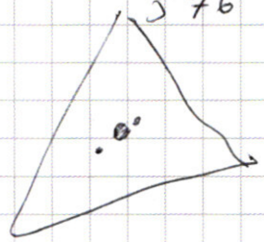
$\sin(-y) = -\sin y.$

$\sin(5x)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\left(\cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(5x+\frac{\pi}{4}\right)\right)$

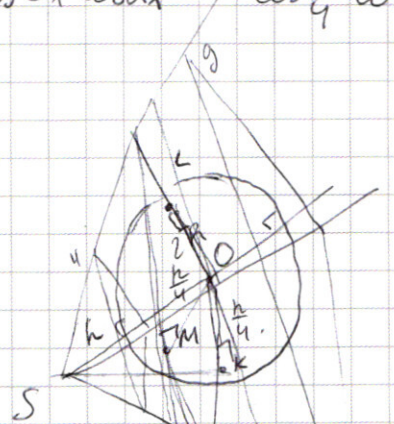
$\cos 5x \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\left(\cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(5x+\frac{\pi}{4}\right)\right)$

$\cos 5x \cos 2x - \cos\frac{\pi}{4}\cos 10x = \sin 5x \cos 2x.$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\,24 \\ \hline 96 \\ +\,48 \\ \hline 576 \end{array}$$



$\frac{4\cdot 36}{25} = \frac{(4\cdot 6)^2}{100} = \frac{24^2}{100}$



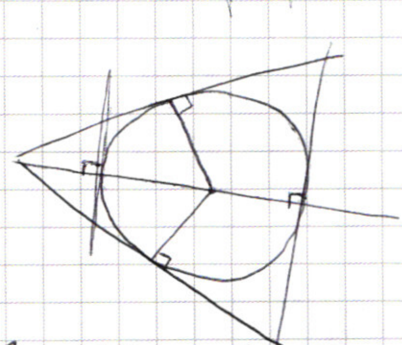
$\frac{(h+2R)}{h} = \frac{3}{2}.$

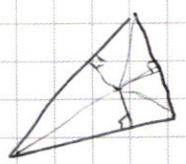
$2h + 4R = 3h.$

$h = 4R$

$R = \frac{h}{4}.$

$\sin\angle\alpha = \frac{h}{4\left(h+\frac{h}{4}\right)}$





$\frac{20+5-1}{20} = \frac{24}{20} = \frac{6}{5} = \frac{3}{2}$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)