МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12, \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $16875=5\cdot3375=5^2\cdot675=5^3\cdot135=5^4\cdot27=5^4\cdot3^3$

~~В~~ ~~Среди восьмизначных~~ Среди цифр восьмизначного числа могут быть единицы, но не могут 0. ~~Пятёрки дол~~ В числе должно быть четыре пятерки, т.к. $5^2=25$ не может быть цифрой. А вот тройки могут входить как 9 и 3 так и тремя тройками.

I) Есть 9 среди цифр числа $\Rightarrow$ нужно чтобы ещё были 3 и 4-ре пятерки. Поставить 9 8 способов, 3 – 7 способов и четыре пятёрки C_6^4 способов, остальные две цифры единицы

$$8\cdot7\cdot C_6^4 = 8\cdot7\cdot\frac{6!}{4!\cdot2!} = 8\cdot7\cdot5\cdot3 = 840$$

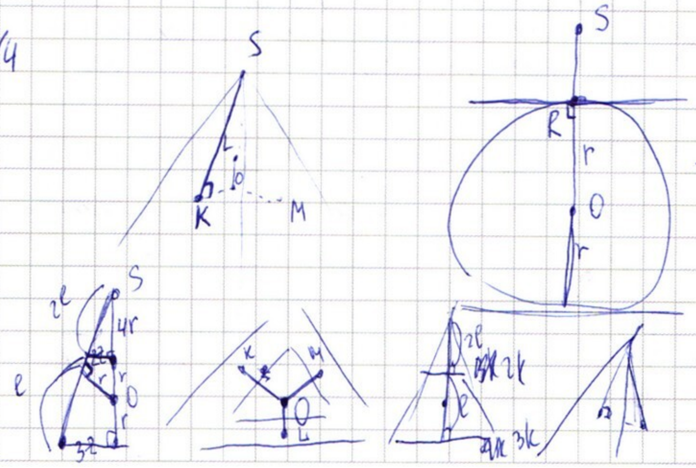
15×56: 90, 75, 840

II) Вместо 9 есть 2 тройки (всего 3 тройки)

Поставить 3 тройки C_8^3 способов и 4 пятерки $C_5^4=5$ способов $C_8^3\cdot C_5^4 = \frac{8!}{5!\,3!}\cdot5 = \frac{6\cdot7\cdot8}{2\cdot3}\cdot5 = 56\cdot5 = 180$

Ответ: всего: $840+180=1020$ восьмизначных чисел.

№4



$\cos x-\cos y$

$\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)$

$2\sin$

$-\sin\alpha\sin\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$-2\sin\alpha\sin\beta$

$\alpha-\beta=x$

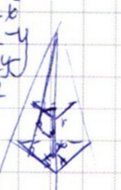
$\alpha+\beta=y$

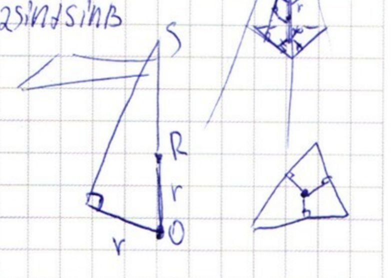
$\alpha-\beta=x$

$-\alpha-\beta=-y$

$\beta=\frac{x-y}{2}$

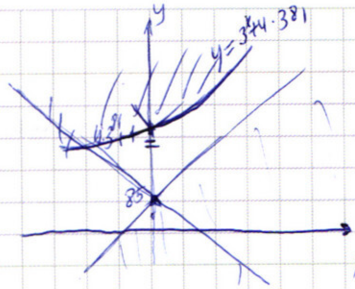
$2\sin\alpha\sin\beta$





☐ черновик ☑ чистовик Страница № 1
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

№7



$y=3^x+4\cdot3^{81}$

$y=85+(3^{81}-1)x$

~~$3^x+4\cdot8$~~

$3^x+4\cdot3^{81}=85+(3^{81}-1)x$

~~$3^x+4\cdot8$~~

$\boxed{3^x+4\cdot3^{81}<85+(3^{81}-1)x}$

~~$x-81$~~

решение сводится к такому при целом x y-целый.

$3^x\ln3=3^{81}-1$

~~$3^x\ln 3$~~ $3^x\ln3=f'(x)$

$(3^{81}-1)=g'(x)$

$3^x\ln3>3^{81}-1$

$x=81$

$3^{81}\ln3>3^{81}-1$

$3^{80}\ln3 \quad 3^{81}-1$

$3^x+4\cdot3^{81}$

$3^x+4\cdot3^{81} \;\; y \;\; 85+(3^{81}-1)x$

$5\cdot3^{81}$

81

При $x=81$ $\quad 5\cdot3^{81}<85+81\cdot3^{81}-81$ верно 4

№4 Дано:

Сфера C ц.O

Трехгранный угол с вершиной S

K, L, M - т. кас сферы с трехгр. углом

Площ сеч. тр. угла плоскост. кас сф $\perp$ SO $\frac{4}{9}$

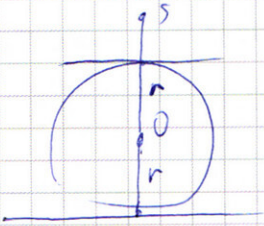
Найти:

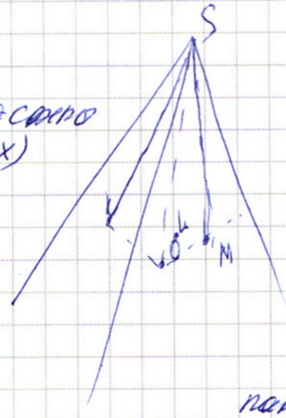
$\angle KSO=?$

Пл. сеч. пл. KLM

Решение:

~~Плоск~~ сечения кас ~~в~~ сферо и $\perp$ SO: (в проекциях)





Т.к. эти сеч $\perp$ SO $\Rightarrow$ они параллельны $\Rightarrow$ пары прямых принадл. ~~которые~~ одной из граней трехгранного угла параллельны а если они параллельны ~~Соответствующ углы~~ ка $\to$ треугольники-сечения трехгранного угла подобны, ~~оба~~ а значит их стороны относятся как 2:3 (площади относятся как квадрат~~ы~~ коэффициента подобия)

SO $\perp$ плоскостям сечений, обозначим их α и β $\Rightarrow$ SO $\perp\alpha$; SO $\perp\beta$ $\Rightarrow$ SO $\perp$ ~~каждой~~ ~~в~~ из сторон подобн. тр.

OK $\perp$ грани трехгранного угла $\Rightarrow$ по Т. о 3 $\perp$ перпендикулярах SK $\perp$ сторонам ~~тр~~ ~~сечен~~ треугольников.

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 5

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$2\cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\sin 5x \cos 2x$

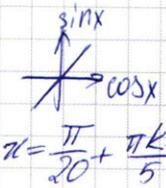
$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}\cos 10x$

$\cos 10x = \cos^2 5x - \sin^2 5x$

$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x)$

$\left[\begin{array}{l}\cos 5x - \sin 5x = 0 \\ 2\cos 2x = \sqrt{2}\cdot(\overset{\sin(90^\circ-5x)}{\cos 5x} + \sin 5x) \quad ①\end{array}\right.$

$\cos 5x = \sin 5x \rightarrow$



$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k_1$

$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k_1}{5},\ k_1 \in Z$

$\in[-1;1]$

$2\cos 2x \in [-2;2]$

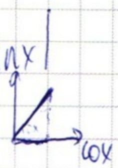
$(1-\sin^2 5x + \sin 5x)$

$\frac{AB+AC}{BC} \geq 1$

$AB+AC \geq BC$

$|\cos 5x| + |\sin 5x| \geq 1$

$\cancel{\in[\sqrt{2};}$



① $2\cos 2x = \sqrt{2}(\sin(90^\circ - 5x) + \sin 5x)$

$2\cos 2x = \sqrt{2}\left(2\sin 45^\circ \cos\frac{90^\circ - 10x}{2}\right)$

$\cancel{2}\cos 2x = \sqrt{2}\cdot\cancel{2}\underbrace{\sin 45^\circ}_{\frac{\sqrt{2}}{2}}\cos(45^\circ - 5x)$

$\cos 2x = \cos(45 - 5x)$

$\cos 2x - \cos(45 - 5x) = 0$

$2\sin\frac{45-3x}{2}\sin\frac{7x-45}{2} = 0$

$\left[\begin{array}{l}\sin\frac{45-3x}{2} = 0 \\ \sin\frac{7x-45}{2} = 0\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\frac{45^\circ-3x}{2} = \pi k_2 \\ \frac{7x-45^\circ}{2} = \pi k_3\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{4} - 3x = 2\pi k_2 \\ 7x - \frac{\pi}{4} = 2\pi k_3\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}3x = \frac{\pi}{4} - 2\pi k_2 \\ 7x = 2\pi k_3 + \frac{\pi}{4}\end{array}\right.$ $\begin{array}{ll}x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k_2}{3} & k_2 \in Z \\ x = \frac{2\pi k_3}{7} + \frac{\pi}{12} & k_3 \in Z\end{array}$

Ответ: $x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k_1}{5}$ $k_1 \in Z$; $x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k_2}{3}$, $x = \frac{2\pi k_3}{7} + \frac{\pi}{12}$ $k_2, k_3 \in Z$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№3 $\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & ① \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & ② \end{cases}$ I) $\begin{cases} y>0 \\ -xy>0 \\ x<0 \end{cases}$

Решим ② отн. y

$2y^2 + y(-x-8) - x^2 - 4x = 0$

$D = (-x-8)^2 - 4\cdot 2(-x^2-4x) = x^2+16x+64+8x^2+32x = 9x^2+48x+64 = (3x+8)^2$

$y = \frac{x+8 \pm (3x+8)}{4} = \left[\begin{array}{lll} \frac{x+8+3x+8}{4} = x+4 & >0 & x>-4 \\ \frac{x+8-3x-8}{4} = -\frac{x}{2} & >0 & x<0 \end{array}\right.$

Подставим $y = -\frac{x}{2}$ в ①

$\left(\frac{x^4\cdot 4}{x^2}\right)^{\lg(\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(-\frac{x^2}{2})}$

$(4x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(-\frac{x^2}{2})}$

$(-x)^{\lg(-\frac{x^2}{2})} = (-x)^{\lg(-\frac{x}{2})+\lg x} = (-x)^{\lg(-\frac{x}{2})}\cdot(-x)^{\lg x} = (-1)^{\lg(\frac{x}{2})}\cdot(x)^{\lg(-\frac{x}{2})}\cdot(-x)^{\lg x}$

$(4x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (4x)^{\lg(-\frac{x}{2})}\cdot x^{\lg(-\frac{x}{2})}$

$(4x)^{\lg(-\frac{x}{2})}\cdot x^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-1)^{\lg(-\frac{x}{2})}\cdot x^{\lg(-\frac{x}{2})}\cdot(-x)^{\lg x}$

$\left[\begin{array}{l} x^{\lg(-\frac{x}{2})} = 0 \\ (4x)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-1)^{\lg(-\frac{x}{2})}\cdot(-x)^{\lg x} \quad ③ \end{array}\right.$ $x = 0 \notin ОДЗ$ т.к $\lg(0) \notin ОДЗ$

③ $4^{\lg(-\frac{x}{2})}\cdot x^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-1)^{\lg(-\frac{x}{2})}\cdot(-x)^{\lg x}$

$(-x)^{\lg x} = (-1)^{\lg x}\cdot(x)^{\lg x}$

$4^{\lg(-\frac{x}{2})}\cdot \underbrace{\frac{x^{\lg(-\frac{x}{2})}}{x^{\lg x}}}_{x^{\lg(-\frac{x}{2}:x)}} = (-1)^{\lg(-\frac{x}{2})+\lg x}$

$x^{\lg(-\frac{x}{2}:x)} = x^{\lg(-\frac{1}{2})} \notin ОДЗ$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 3

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 Продолжение. Рассмотрим грань трехгранного угла.

рис 1.

Рассмотрим проекции на пл. ⊥ α и β

рис 2

$SP = 2z$

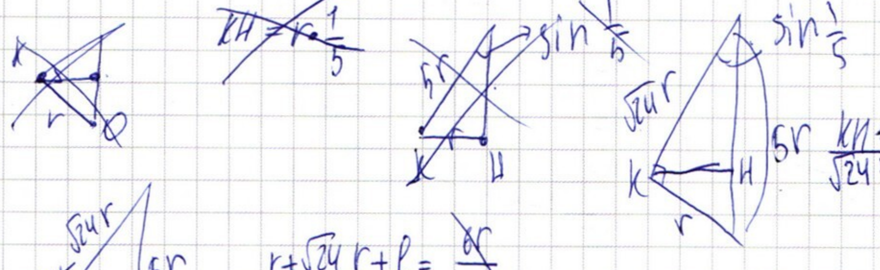
сторона b $a : b = 2 : 3$ (ранее док) Пусть $a = 2k$, $b = 3k \Rightarrow$ Пусть $SP = 2k \Rightarrow Pg = z$ (из подобия тр.)

Из рис. 2 следует что $\frac{Sz_1}{Sz_2} = \frac{2}{3}$ из подобия $\Rightarrow Sz_1 = 4r$. $\sin\angle KSO = \frac{r}{5r} = \frac{1}{5}$

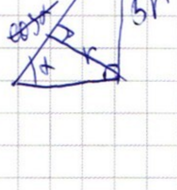
$\angle KSO = \arcsin\frac{1}{5}$. $\angle\alpha$ $\quad \frac{1}{25} + \frac{24}{25}$

$OK \perp$ грани $\Rightarrow OK \perp$ ~~...~~ отрезкам граней

Аналогично рис. 2 рассматриваем другие такие проекции и понимаем, что $KLM \parallel \alpha$ ~~...~~ $KLM \parallel \beta$



$\frac{KH}{\sqrt{24}r} = \frac{1}{5}$ $\quad KH = \frac{\sqrt{24}\,r}{5}$



$r + \sqrt{24}\,r + l = \cancel{6r}$

$\frac{6r}{r + \sqrt{24}r + l} = \cos\alpha = \frac{\sqrt{24}}{5}$

$\frac{30r}{6r} = \sqrt{24}\,r + 24r + \sqrt{24}\,l$

$l = \frac{6r - \sqrt{24}\,r}{\sqrt{24}}$ $\quad \frac{6}{\sqrt{24}}r - r$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№3 Продолжение

$y=-\frac{x}{2}$ подставим в (1)

$(-x)^{\lg(+\frac{x^3}{8x})} = (-\frac{x}{2})^{2\lg(-\frac{x}{2})}$

$(-x)^{\lg(\frac{x^2}{8})} = (-x)^{2\lg(-\frac{x}{2})}\cdot 2^{-2\lg(-\frac{x}{2})}$

$\cancel{(-x)^{\lg(\frac{x^2}{8})}}$

$(-x)^{\lg(\frac{x^2}{8})-\lg(\frac{x^2}{4})} = 2^{-2\lg(-\frac{x}{2})}$

$(-x)^{\lg\frac{1}{2}} = 2^{-\lg(-\frac{x}{2})}$

$\lg(-x)\cdot\lg\frac{1}{2} = -\lg 2\ \lg(-\frac{x}{2})$

$\frac{\lg(-x)}{\lg(-\frac{x}{2})} = \frac{-\lg 2}{\lg\frac{1}{2}}$

$\log_{-\frac{x}{2}}(-x) = -\log_{\frac{1}{2}}2 = 1$

$-\frac{x}{2}=-x \quad \frac{x}{2}=x \quad x=0 \notin I$

$\frac{(-x)^{4\lg y}}{(-x)^{\lg y}} = (-x)^{\lg(-x)}\cdot y^{2\lg y}$ (Преобр. 1)

$(-x)^{3\lg y} = (-x)^{\lg(-x)}\cdot y^{2\lg y}$

$(-x)^{3\lg y-\lg(-x)} = y^{2\lg y}$

$(-x)^{\lg(\frac{y^3}{x})} = y^{2\lg y}$

$\cancel{(-x)^{\lg}}$

$\frac{(-x)^{4\lg y}}{(-x)^{\lg(-x)}} =$

$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))}$

$(-x)^{\lg(-x)}\cdot(-x)^{\lg(x+4)}$

$\cancel{(-x)^{\lg(-x)}}\cdot$

$\frac{(-x)^{4\lg(x+4)}}{(x+4)^{2\lg(x+4)}} = (-x)^{\lg(-x)}\cdot(-x)^{\lg(x+4)}$

$(-x)^{3\lg(x+4)-\lg(x+4)-\lg(-x)} = (x+4)^{2\lg(x+4)}$

$(-x)^{2\lg(x+4)-\lg(-x)} = (x+4)^{2\lg(x+4)}$

$(-x)^{\lg(\frac{(x+4)^2}{-x})} = (x+4)^{2\lg(x+4)}$

$\lg(-x)\cdot\lg(\frac{(x+4)^2}{-x}) = \lg(x+4)\ 2\lg(x+4)$

$\cancel{\lg(-x)\lg(x+4)^2}\ldots = 2\lg^2(x+4)$

$\lg(-x)(\lg(x+4)^2-\lg(-x)) = 2\lg^2(x+4)$

$y=x+4$ подставим в (1)

$\cancel{(-x)^{\lg(+\frac{(x+4)^3}{x})} = y^{2\lg(x+4)}}$ $\quad \lg y = P$

$\frac{(-x)^{4\lg y}}{(-x)^{\lg y}} = (-x)^{\lg(-x)}\cdot y^{2\lg y}$

$(-x)^{3P} = (-x)^{\lg(-x)}\cdot y^{2P}$

$(-x)^{3P-\lg(-x)} = y^{2P}$

$(-x)^{3\lg(x+4)-\lg(-x)} = (x+4)^{2\lg(x+4)}$

$(-x)^{\lg-\frac{(x+4)^3}{x}} = (x+4)^{2\lg(x+4)}$

$\lg(-x)\cdot\lg(-\frac{(x+4)^3}{x}) = \lg(x+4)\cdot 2\lg(x+4)$

$\lg(-x)(\lg(x+4)^3-\lg(-x)) = 2\lg^2(x+4)$

$\frac{\log -x}{\log 10}\cdot\frac{\log (x+4)^3}{\log 10}$

$x=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$

$y=\frac{1+\sqrt{17}}{2}+4$

$\lg(x+4)=2\lg(-x)$

$x+4=x^2$

$x^2-x-4=0 \quad D=1+16=17$

$2k^2-3kl+l^2=0$

$D=9l^2-8l^2=l^2$

$k=\frac{3l\pm l}{2}=\left[\frac{2l}{l}\right.$

$k=\frac{2l}{2}=l$

$\lg(x+4)=\lg(-x)$

$x+4=-x$

$\boxed{x=-2 \quad y=2}$

$\lg(-x)=\lg(x+4)$

$-x=x+4$

$10^{\lg(-x)\cdot\lg(\frac{(x+4)^2}{-x})} = 10^{\lg(x+4)2\lg(x+4)}$

$(-x)^{\lg\frac{(x+4)^2}{-x}} = (x+4)^{2\lg(x+4)}$

$\underbrace{\lg(-x)}_{l}(2\underbrace{\lg(x+4)}_{k}-\underbrace{\lg(-x)}_{l}) = \underbrace{\lg(x+4)}_{k}\cdot 2\underbrace{\lg(x+4)}_{k}$

$2k^2 = l(2k-l)$ ед. реш. $D=0$

$2k^2-2lk+l^2=0$

$D=4l^2-8l^2=-4l^2<0 \Rightarrow$

$l=0$

$\lg(-x)=0 \quad \boxed{x=-1}$

Ответ: $x=-1$, $y=3$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 1 2 5 8

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Подставим $y=x+4$ в ①

$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg x+4} = (-x)^{\lg(-x^2-4x)}$

$\frac{x^{4\lg(x+4)}}{(x+4)^{2\lg(x+4)}} = (-1)^{\lg(-x^2+4x)}$

$4^{\lg(-\frac{x}{2})} = 4^{\frac{\log(-\frac{x}{2})}{\log ... 10}} =$

$=$

$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$

$\frac{(x^4)^{\lg y}}{y^{2\lg y}} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$

$y=-\frac{x}{2}$

$\cancel{\frac{x^2}{y^2}}$ $\cancel{\frac{(x^2)^{2\lg y}}{(y^2)^{\lg y}}}$ $\cancel{(x^2)^{2\lg(-\frac{x}{2})}}$

$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2\lg y} = \left(\frac{x^2}{-\frac{x}{2}}\right)^{2\lg y} = (-2x)^{2\lg y} = 4^{\lg y}\cdot(-x)^{2\lg y}$

$(-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$

$4^{\lg y}\,\cancel{(-x)^{2\lg y}} = \cancel{(-x)^{\lg y}}\,(-x)^{\lg(-x)}$

$(-x)^{\lg y}$

$(-x)^{\lg y} = 0$ x

$4^{\lg y}\cdot(-x)^{\lg y - \lg(-x)} = 1$

$4^{\lg y}\cdot(-x)^{\lg(-\frac{y}{x})} = 1$

$y=-\frac{x}{2}$

$4^{\lg(-\frac{x}{2})}\cdot(-x)^{\frac{1}{2}} = 1$

$4^m \sqrt{-x} = 1$

$\sqrt{-x} = \frac{1}{4^m} = \left(\frac{1}{4}\right)^m$

$\cancel{|x-6-y|}$ $|-5+y|=12$ $y>5$ $y<-5$

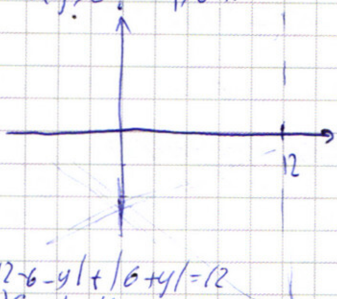
$|x-6-y|+|x-6+y|=12$

$x-6-\cancel{y}+x-6+\cancel{y}=12$ $\cancel{|-6-y|}+|$

$2x=24$ $x=12$

$x-6-y\geq0$ $y\leq x-6$

$x-6+y\geq0$ $y\geq6-x$



$|12-6-y|+|6+y|=12$

$|6-y|+|6+y|=12$

$6-y\geq0$

$y\leq6$

$6+y\geq0$

$y\geq-6$

$6+y+y-6=12$

$y=6$

$|11-6-y|+|11-6+y|=12$

$|5-y|+|5+y|=12$

$5-y\geq0$ $5+y\geq0$

$y\leq5$ $y\geq-5$

-5 5

$-$ $+$ $+$

x

$5-\cancel{y}+5+\cancel{y}=12$

$5-y-5-y=12$

$\boxed{y=-6}$

51

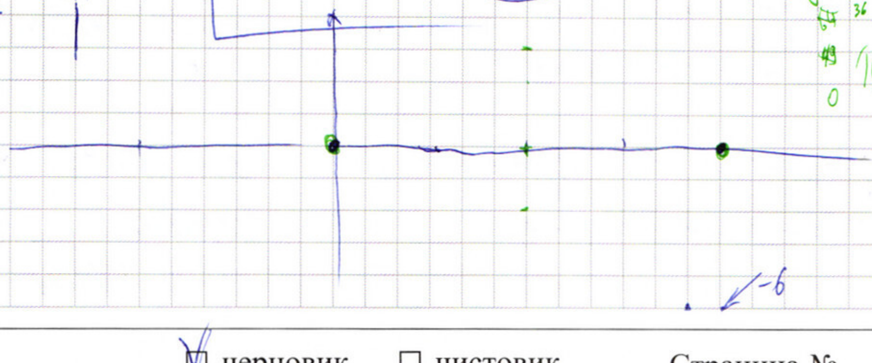
$(x-6)^2+$

$(|y|-8)^2=100$

64 36

49 $(|y|-8)^2=100$

0



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

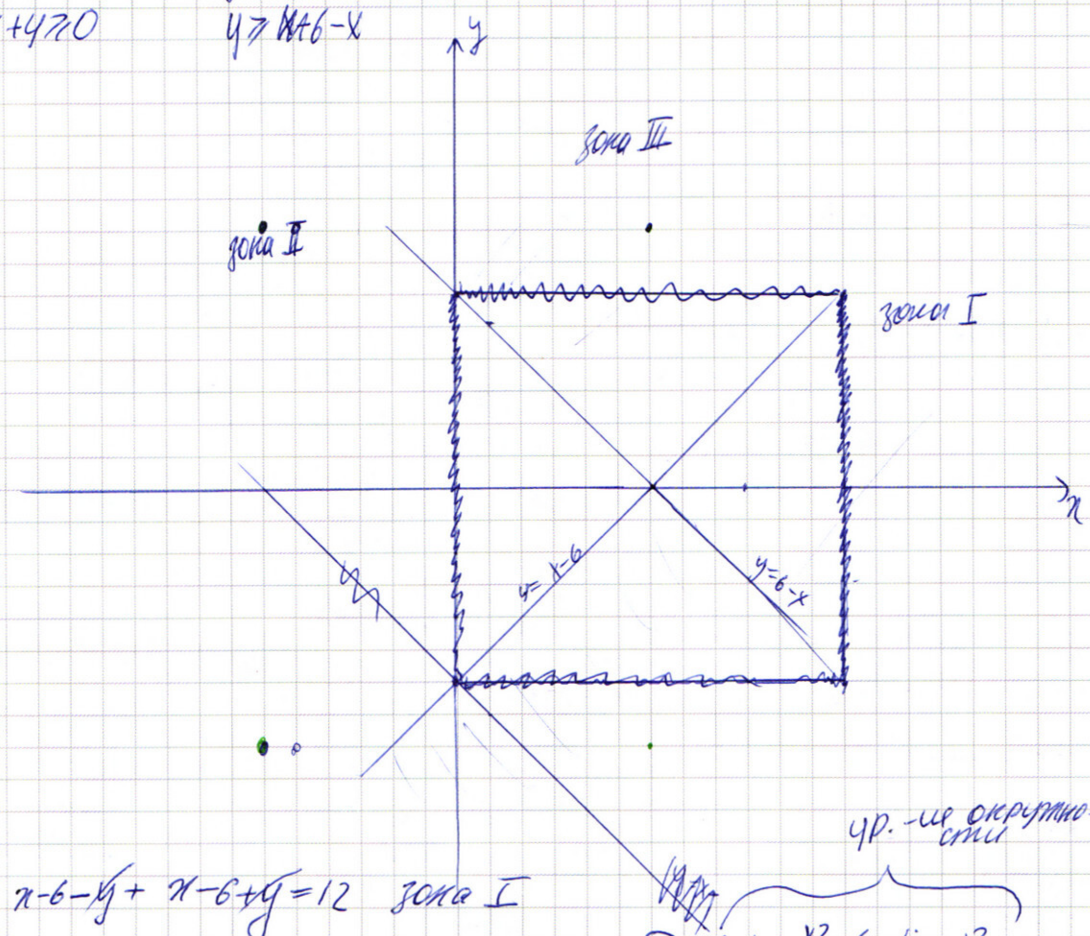
(Нумеровать только чистовики)

№5

$|x-6-y|+|x-6+y|=12$ ① График

$x-6-y\geq 0 \qquad y\leq x-6$

$x-6+y\geq 0 \qquad y\geq 6-x$



I) $x-6-\cancel{y}+x-6+\cancel{y}=12$ зона I

$2x=24$

$x=12$

II) $-x+6+\cancel{y}-x+6-\cancel{y}=12$ зона II

$x=0$

III) $y\geq 6-x$ но $y\neq x-6$

$\cancel{-x}+\cancel{6}+y+\cancel{x}-\cancel{6}+y=12$

$2y=12 \quad y=6$

IV) $y\leq x-6$ но $y\not\geq 6-x$

$\cancel{x}-\cancel{6}-y-\cancel{x}+\cancel{6}-y=12$

$y=-6$

② $\underbrace{(|x|-6)^2+(|y|-8)^2=a}_{\text{ур.-ие окружности}}$

График: 4 окр, или $a=3$, у окружностей меняется радиус в зависимости от a

$a=r^2$

$(x-6)^2+(y-8)^2=a$ - ур-ие окр с ц. в т. $(6;8)$, но т.к. $|x|$ и $|y|$ отражаем отн Ox, Oy.

2 решения система имеет, когда $a=4$

черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

(заполняется секр.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

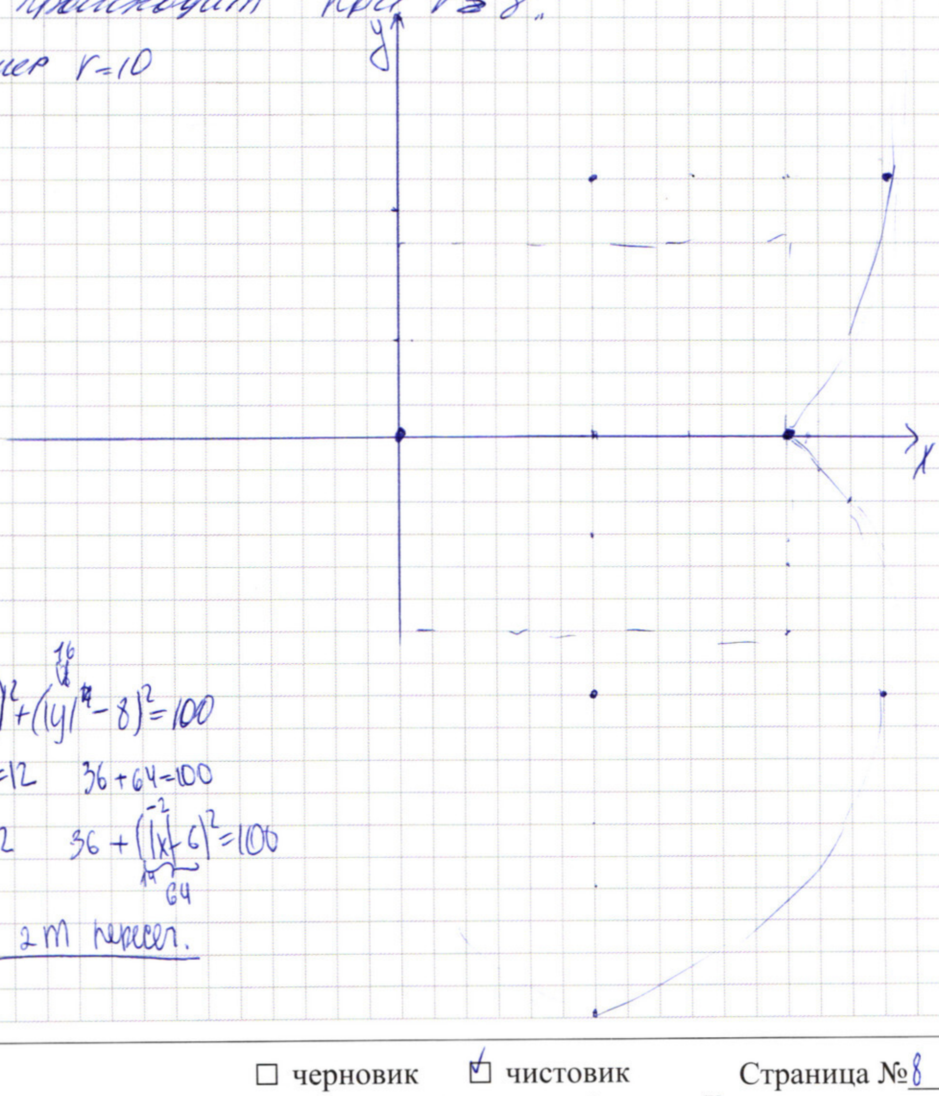
То есть $r=2$, т.к тогда происходит касание двух окр. квадрата, при $a>4$ $r>2$ и $r\neq 8$ ⇒ две окр пересекают квадрат в 4 точках. ~~А если окр. пересекают график квадрата~~ в 2 точках и ~~этими точками эти точки — точки и их пересечения.~~

~~Пе~~ Пересекают ~~ли квадрат двух окр?~~

$r=10$

Что происходит при $r \geq 8$.

Например $r=10$



$(|x|-6)^2+(|y|-8)^2=100$

& $x=12$ $36+64=100$

$y=-2$ $36+(|x|-6)^2=100$

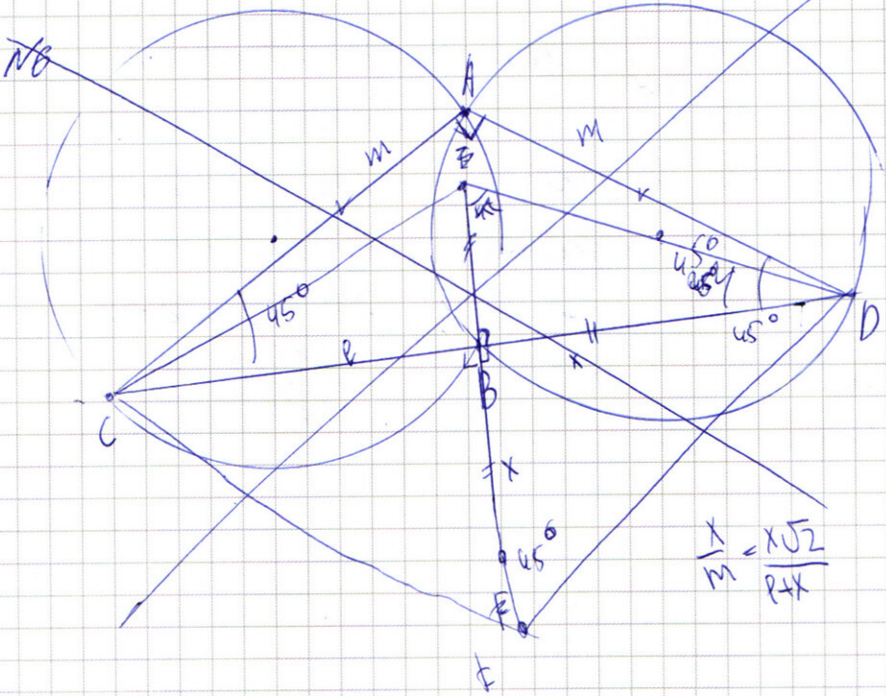
При $r=10$ 2т пересеч.

При $r>10$ нет точек пересеч.

При $r \in (8;10)$ 4 точки.

Ответ: $a=4$; $a=100$.

$r=13$



$\sqrt{l^2+x^2}$

$\frac{x}{m}=\frac{x\sqrt{2}}{l+x}$ $\qquad lx+x^2=mx\sqrt{2}$