

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР



Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 5x = \sin 5x \end{cases}$$

$$2 \cos 2x - \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x \right) \cdot \sqrt{2} = 0$$

$$\begin{cases} \cos 5x = \sin 5x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin 5x = \cos 5x$$

$$\cos 2x - \sin \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} - 5x \right)$$

$$\begin{cases} \cos 5x = \cos \left(\frac{\pi}{2} - 5x \right) \end{cases}$$

$$\cos 2x = \cos \left(\frac{\pi}{2} - 5x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\begin{cases} \cos 5x - \cos \left(\frac{\pi}{2} - 5x \right) = 0 \end{cases}$$

$$\cos 2x - \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) = 0$$

$$-2 \sin \left(\frac{5x - \frac{\pi}{2} + 5x}{2} \right) \sin \left(\frac{5x + \frac{\pi}{2} - 5x}{2} \right) = 0$$

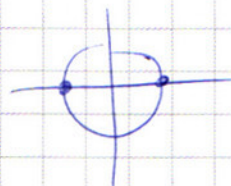
$$-2 \sin \left(\frac{2x - \frac{\pi}{4} + 5x}{2} \right) \sin \left(\frac{2x + \frac{\pi}{4} - 5x}{2} \right) = 0$$

$\Rightarrow$

$$\sin \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\sin \left(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} \right) = 0$$



№2 (упрощение)

$$\begin{cases} 5x - \frac{\pi}{4} = \pi n, & n \in \mathbb{Z} \\ \frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi n \\ \frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = \pi n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi n + \frac{\pi}{4}}{5} \\ x = \left(\pi n + \frac{\pi}{8}\right) \cdot \frac{2}{7} \\ x = \left(\frac{\pi}{8} - \pi n\right) \cdot \frac{2}{3} \end{cases}$$

Ответ:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi n}{5} + \frac{\pi}{20} \\ x = \frac{2}{7} \left(\pi n + \frac{\pi}{8}\right) \\ x = \frac{2}{3} \left(\frac{\pi}{8} - \pi n\right) \end{cases}, n \in \mathbb{Z}$$

№3

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

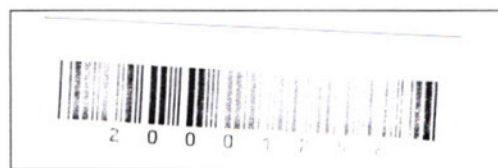
$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ (y-x)(2y+x) - 4(x+2y) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ \begin{cases} y-x-4=0 \\ 2y+x=0 \end{cases} \end{cases}$$

① $x = -2y$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ x = -2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2y \\ (y^2 \cdot 16)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)} \end{cases}$$

↑
привести к
одному
логарифму

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2y \\ \lg y \cdot \lg(y^2 \cdot 16) = \lg 2y^2 \cdot \lg 2y \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение)

$$\begin{cases} x = -2y \\ (y-1)(y^2-16-1) = (2y^2-1)(2y-1) \end{cases}$$

Завершаем y , т.к. это
монотонное
всп.

$$\begin{cases} x = -2y \\ (y-1)(y^2-16-1) = (2y^2-1)(2y-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2y \\ 16y^3 - y - 16y^2 + 1 = 4y^3 - 2y^2 - 2y + 1 \end{cases} \quad \text{поделим на } y \neq 0$$

$$\begin{cases} x = -2y \\ 16y^2 - 1 - 16y - 4y^2 + 2y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2y \\ 12y^2 - 14y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2y \\ y_{1,2} = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 48}}{2 \cdot 12} = \frac{14 \pm \sqrt{148}}{2 \cdot 12} = \frac{14 \pm 2\sqrt{37}}{2 \cdot 12} = \frac{7 \pm \sqrt{37}}{12} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{7 + \sqrt{37}}{6} \\ y = \frac{7 + \sqrt{37}}{12} \\ x = -\frac{7 - \sqrt{37}}{6} \\ y = \frac{7 - \sqrt{37}}{12} \end{cases}$$

№3 (уражнение)

$$\textcircled{11} \begin{cases} y - x - 4 = 0 \\ \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x = 4 - y \\ \left(\frac{(4-y)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (4-y)^{\lg((4-y)y)} \end{cases} \quad \text{прологарифмируем по } \lg$$

$$\begin{cases} -x = 4 - y \\ (\lg y - \lg 1) \left(\lg \frac{(4-y)^4}{y^2} - \lg 1 \right) = (\lg((4-y)y) - \lg 1) (\lg(4-y) - \lg 1) \end{cases}$$

Аналогично п. I : заменим $\lg$, т.к. это возр. ф-ция

$$\begin{cases} -x = 4 - y \\ y^2(y-1)((4-y)^4 - y^2) = ((4-y)y - 1)(4-y-x) \end{cases}$$

$$-x = 4 - y$$

$$y^2(y-1)(4+16-8y+y^2-y^2)(16-8y+y^2)$$

$$-x = 4 - y$$

$$y^2(y-1)((4-y)^2 - y)((4-y)^2 + y) = (y^2 - 4y + 1)(y - 3)$$

$$y^2(y-1)(16 - 8y + y^2)(16 - 8y + y^2) = (y^2 - 4y + 1)(y - 3)$$

$$-x = 4 - y$$

$$\text{о.т. } \begin{cases} y > 0, \text{ то } 0 < y < 4 \\ x < 0 & -4 < x < 0 \end{cases}$$

Тогда левая часть: $0 < 14 < 16 \cdot 16 \cdot 3$

Правая часть: $-3 < 174 < 1$

Ответ:

~~х = 2~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

Ответ:
$$\begin{cases} x = -\frac{7+\sqrt{37}}{6}; y = \frac{7+\sqrt{37}}{12} \\ x = -\frac{7-\sqrt{37}}{6}; y = \frac{7-\sqrt{37}}{12} \end{cases}$$

№1

$$16875 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$\Rightarrow$ ~~у нас~~ одна из цифр в восьмизначном числе

это $1 \Rightarrow$ у нас 8 равнозначных вариантов
как поставить $1 \Rightarrow$ рассмотрим один из них:

_____ $\frac{1}{5}$
Если мы поставим цифру 5, то цифры
будут одинаковыми при оставшихся местах

$\Rightarrow$ выбрать 4 места из 7 мест: $C_7^4 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 210$

$\Rightarrow$ для всех 8-ми размещений единиц: $8 \cdot 210 \Rightarrow$

Ответ: 1680

№5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ ((|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 9) \end{cases}$$

← уравнение окружности
с центрами $(6; 8)$ $(6; -8)$
 $(-6; 8)$ $(-6; -8)$
и радиусом 3

Рассмотрим (1):

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$1) \begin{cases} x-6-y > 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-6 > y \\ x-6 > -y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < 12 \\ -y < 12 \\ x = 12 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x-6-y > 0 \\ x-6+y < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-6 > y \\ x-6 < -y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-6 > -6 \\ x-6 < 6 \\ y = -6 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x-6-y < 0 \\ x-6+y > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-6 < y \\ x-6 > -y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-6 < 6 \\ x-6 > -6 \\ y = 6 \end{cases}$$

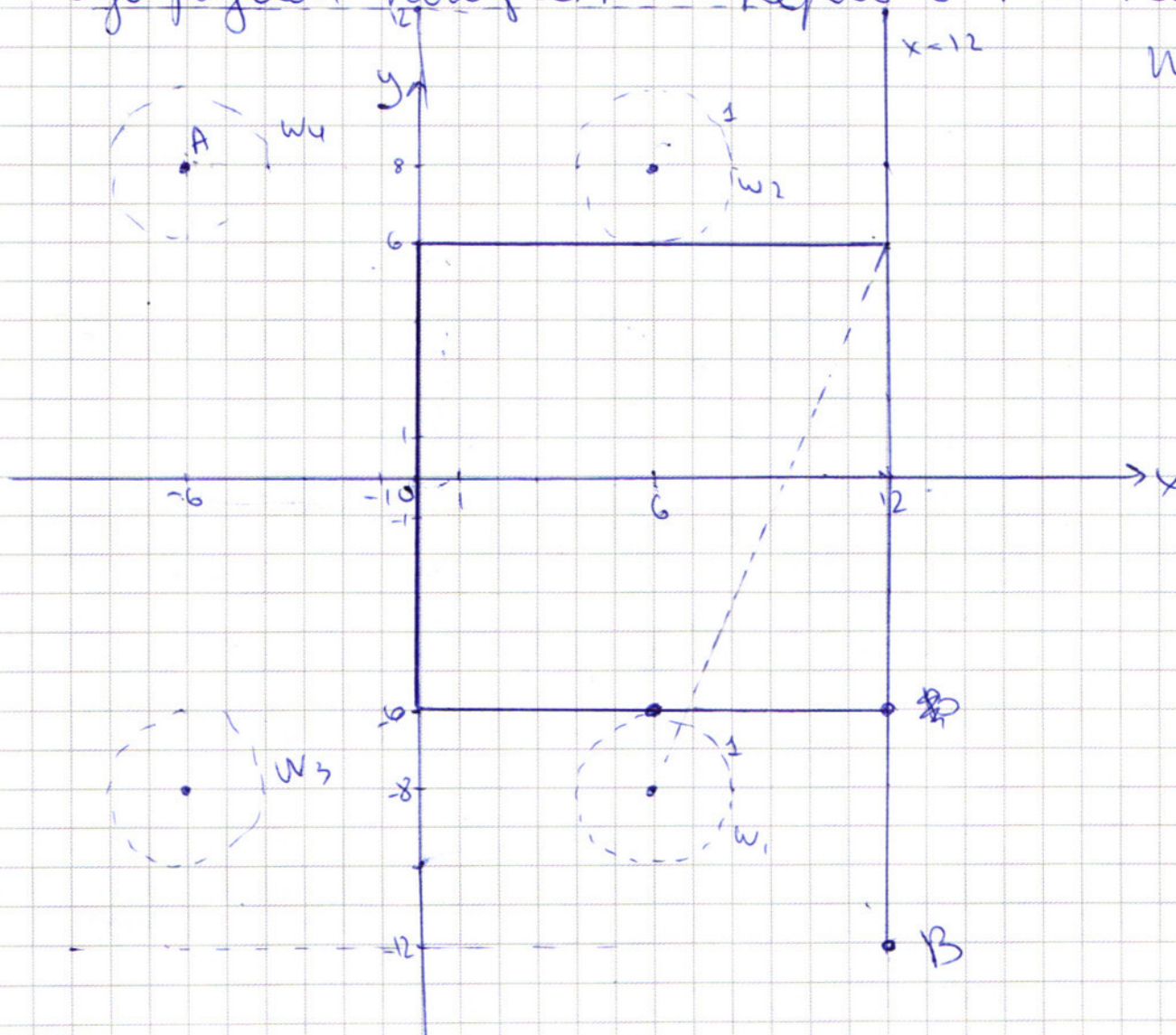
$$4) \begin{cases} x-6-y < 0 \\ x-6+y < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-6 < y \\ x-6 < -y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > -6 \\ y < 6 \\ x = 0 \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

15 (продолжение)

Уравнения окружности - направляющая координатной системы.



Нам нужно ровно 2 решения $\Rightarrow$ это случается $\uparrow$ 1,
когда 2 окр. касаются, а другие - нет при увеличении
а дает больше двух решений у окружностей w_1 и w_2
у окружностей w_3 и w_4 ровно 2 решения будет при
касании в точках $(0; -6)$ и $(0; 6)$, но тогда и w_1, w_2 будут
иметь решения. Выходит, когда w_1 уже имеет радиус AB ,
 w_1 и w_2 не имеют решений ($AB > \text{радиус}$, касание) $\Rightarrow$

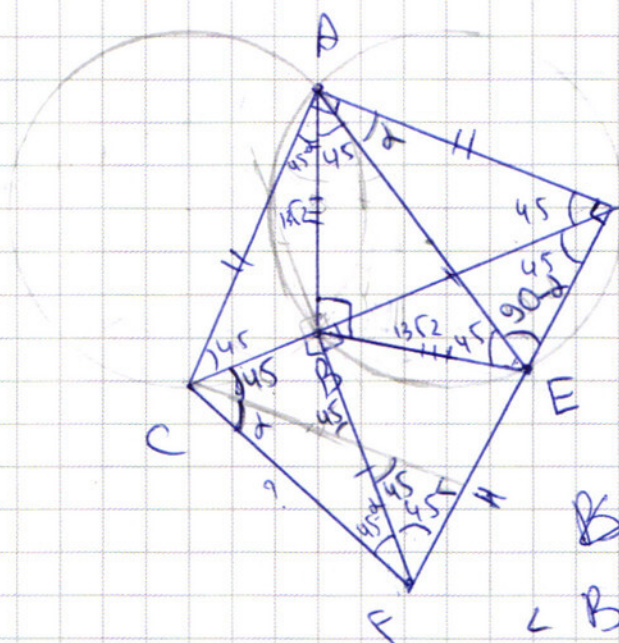
№5 (продолжение) $\Rightarrow \overline{a} = AB$ или по теореме

$$\sqrt{18^2 + 20^2} = \sqrt{400 + 324}$$

$\Rightarrow$ Ответ: $\begin{cases} a = 4 \\ a = 724 \end{cases}$

№6

CF-?



а) Раз окружности
 D одинакового радиуса,
 то дуги AB (маленькие)
 у них одинаковы $\Rightarrow$
 $\angle ADC = \angle DCA = 45^\circ$
 В D и BFD - равнобедренные $\Rightarrow$
 $\angle BFD = \angle BDF = 45^\circ \Rightarrow$

$\angle ADF = 90^\circ \Rightarrow AE = 26$ (диаметр, т.к. на него
 опирается $\angle = 90^\circ$)
 т.к. $\angle ADB = \angle BDE$, то они опираются на равные
 дуги, а эти равные дуги стягивают равные
 хорды $AB = BE$. Также $\angle ABE = 90^\circ$ (т.к. опирается
 на диаметр). т.к. $\triangle ABE$ - р/б, то $\angle AEB = \angle BAE =$
 45°
 Катеты $AB = BE = x$ и AE по т. Пифагора:
 $x^2 + x^2 = 26^2 \Rightarrow 2x^2 = 26^2 \Rightarrow x^2 = 26 \cdot 13 = 13^2 \cdot 2 \Rightarrow x = 13\sqrt{2}$

Также мы знаем, что $AC \parallel DF$
 (из рисунка видно, что углы соответственные)

CH - высота $\Rightarrow \triangle CHF = \triangle AED \Rightarrow AE = CF \Rightarrow$
 Ответ: $CF = 26$
 (по катету и гипотенузе)



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7 Теперь обратимся к:

$$5 \leq x \leq 84$$

$$\begin{cases} 5 \leq x \leq 84 \\ 3^{81} \cdot 4 \leq y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^{81} \cdot 4 \leq y < 85 + (3^{81} - 1) \cdot 84 \\ 5 \leq x \leq 84 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 243 + 4 \cdot 3^{81} \leq y < 85 + (3^{81} - 1) \cdot 84 \\ 5 \leq x \leq 84 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^{81} \cdot 4 + 243 \leq y \leq 84 \cdot 3^{81} \\ 5 \leq x \leq 84 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{первая часть } y: 84 \cdot 3^{81} - 3^{81} \cdot 4 - 243 + 1 = 80 \cdot 3^{81} - 242$$

$$x: 84 - 5 + 1 = 80$$

$\Rightarrow$ всего пар:

$$80(80 \cdot 3^{81} - 242) = 80^2 \cdot 3^{81} - 80 \cdot 242$$

$$\text{Ответ: введем алг. сумму: } 80^2 \cdot 3^{81} + (-80 \cdot 242)$$

№ 7

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} \leq y < 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} < 85 + x(3^{81} - 1)$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} - 4 - 81 - x(3^{81} - 1) < 0$$

$$3^x - 81 + 4(3^{81} - 1) - x(3^{81} - 1) < 0$$

$$3^x - 3^4 < (3^{81} - 1)(x - 4)$$

$$3^4(3^{x-4} - 1) < (3^{81} - 1)(x - 4)$$

при $x = 4$ $0 = 0$

при $x = 85$: $3^4(3^{81} - 1) < (3^{81} - 1)(81) \Rightarrow$
рав-во

при $x = 86$:

$$3^4(3^{82} - 1) < (3^{81} - 1) \cdot 82$$

левая часть
больше, т.к.
 $3^{82} - 1 >> 3^{81} - 1$
 $82 > 81$ кт 1

$\Rightarrow$ при $x > 86$ нера-во не
соблюдается $\Rightarrow$

$$5 \leq x \leq 84$$

при $x < 0$: $3^{x-4} - 1 < 0$, $(x-4) < 0 \Rightarrow$ при увеличении

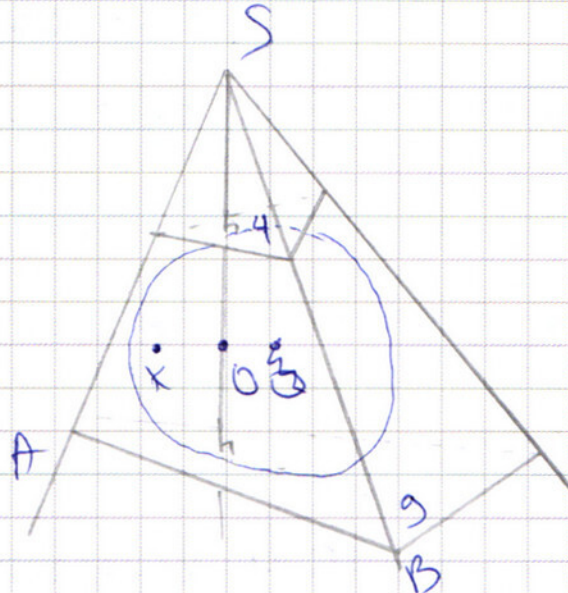
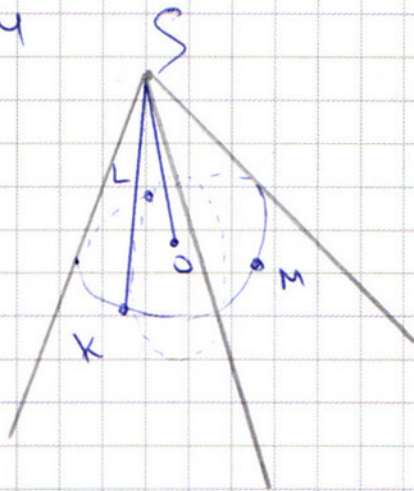
~~левая~~ правая часть уменьшается в разн

острее левая, т.к. $1 - 3^{x-4}$ возрастает от
1 до 0, а

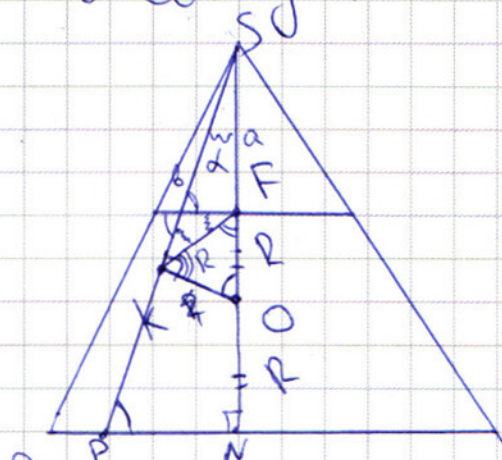
$x-4$ уходит в $-\infty \Rightarrow$ подходят только
 $5 \leq x \leq 84$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4



Мы получаем усеченную призму
выс. SO (или спроецируем на ASB)



Пусть $SF = a$ тогда:
 $SK = b$

$$\sin \angle KSO = \sin \alpha = \frac{R}{a+R}$$

$$\cos \angle KSO = \cos \alpha = \frac{b}{a+R}$$

K - точка касания $\Rightarrow$

OK - радиус, т.е. $OK \perp SK$ (SK - касательная)

$OK \perp SK$ (SK - касательная)

$$b^2 + R^2 = (a+R)^2$$

$$\frac{R}{a+R} = \frac{b}{a+R} \Rightarrow PN = \frac{R(a+2R)}{b}$$

$$\left(\frac{R(a+2R)}{b} \right)^2 + (a+2R)^2 = SP^2$$

$$\frac{R^2}{b^2} = \frac{a+R}{a+R} \Rightarrow$$

$$\frac{R^2}{b^2} = \frac{a+R}{a+R} \Rightarrow$$

$$(a+2R)(a+R) = \sqrt{(R(a+2R))^2 + b^2(a+2R)^2} =$$

$$= (a+2R) \sqrt{R^2 + b^2}$$

~6

5) $BC=10$, $S_{ACF}=?$

Пусть $BC=10$, а $CF=26$, тогда

$$BF = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{16 \cdot 36} = 24$$

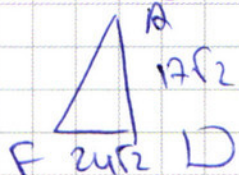
Сократим в 2 раза $CD = BC + BD = BC + BF =$
 $= 34 \Rightarrow$

$AC: 2AC^2 = 34^2 \Rightarrow AC = \sqrt{17 \cdot 34} = 17\sqrt{2}$

П. Пифагора в $\triangle ACD$



AF найдем как гипотенузу в $\triangle ADF$:



DF найдем как гипотенузу в $\triangle BFD$:

$$2 \cdot 24^2 = DF^2 \Rightarrow$$

$$DF = 24\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{по П. Пифагора: } AF = \sqrt{17^2 \cdot 2 + 24^2 \cdot 2} =$$

$$= \sqrt{2} (\sqrt{17^2 + 24^2}) =$$

$$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{865} =$$

$$= \sqrt{1730}$$

$$\Rightarrow S_{ACF} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \Rightarrow$$

Ответ: $S_{ACF} = \sqrt{\frac{26 + 17\sqrt{2} + \sqrt{1730}}{2} \left(\frac{26 + 17\sqrt{2} + \sqrt{1730}}{2} - 26 \right) \left(\frac{26 + 17\sqrt{2} + \sqrt{1730}}{2} - 17\sqrt{2} \right) \left(\frac{26 + 17\sqrt{2} + \sqrt{1730}}{2} - \sqrt{1730} \right)}$



2 0 0 0 1 2 5 6

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y < 85 + (3^{81} - 1) \cdot x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} \leq y < 85 + (3^{81} - 1) \cdot x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} < 85 + 3^{81}x - x$$

$$3^x + x - 3^{81} \cdot x < 85 - 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^{x+81} + 3^{82} + x - 3^{81}x < 85$$

$$3^{x+81} + \cancel{3^{82}}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} < 4 + 81 + 3^{81}x - x$$

$$\cancel{3^x + 4 \cdot 3^{81}} < \cancel{4 + 81 + 3^{81}x - x}$$

$$3^x < 4 + 81 \cdot 3^{81}x - x - 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^x < 4(1 - 3^{81}) - x(1 - 3^{81}) + 81$$

$$3^x < (1 - 3^{81})(1 - x) + 81$$

$$3^x - 81 + (x - 4)(1 - 3^{81}) < 0$$

$$3^x - 81 \neq 0 \quad x = 4 \Rightarrow \text{рав-во}$$

$$3^x - 81 < (3^{81} - 1)(x - 4) \quad x = 4 \Rightarrow \text{рав-во}$$

$$3^x - 3^4$$

$$3^4(3^{x-4} - 1) < 0$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 12 \\ \times 12 \\ \hline 119 \\ 12 \\ \hline 285 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 865 \\ \times 2 \\ \hline 1730 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 24 \\ \times 24 \\ \hline 56 \\ 48 \\ \hline 576 \\ + 285 \\ \hline 865 \\ \times 5 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 173 \end{array}$$

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 9$$

$$\begin{aligned} x-6 > y \\ x-6 > -y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-6-y > 0 \\ x-6+y > 0 \end{aligned}$$

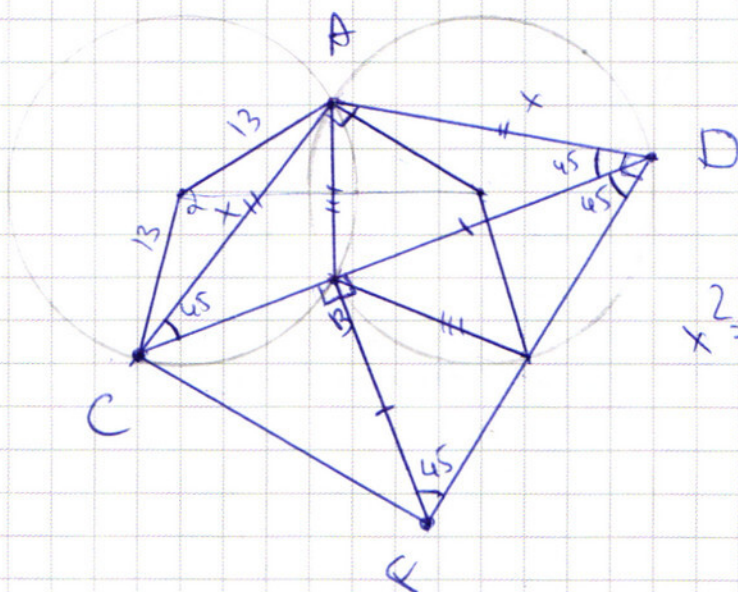
$$\begin{aligned} 6 > y \\ 6 > -y \end{aligned}$$

$$2x - 12 = 12$$

$$x = 12, y = \text{any}$$

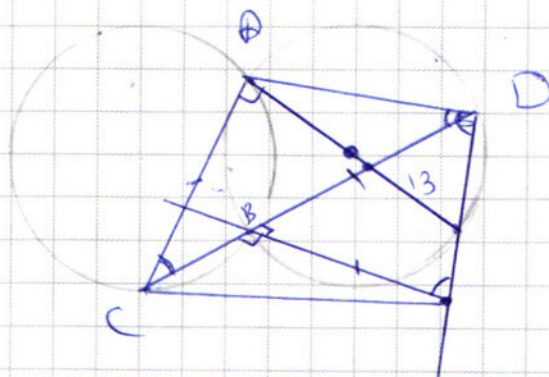
$$-6 < y < 6$$

CF - ?



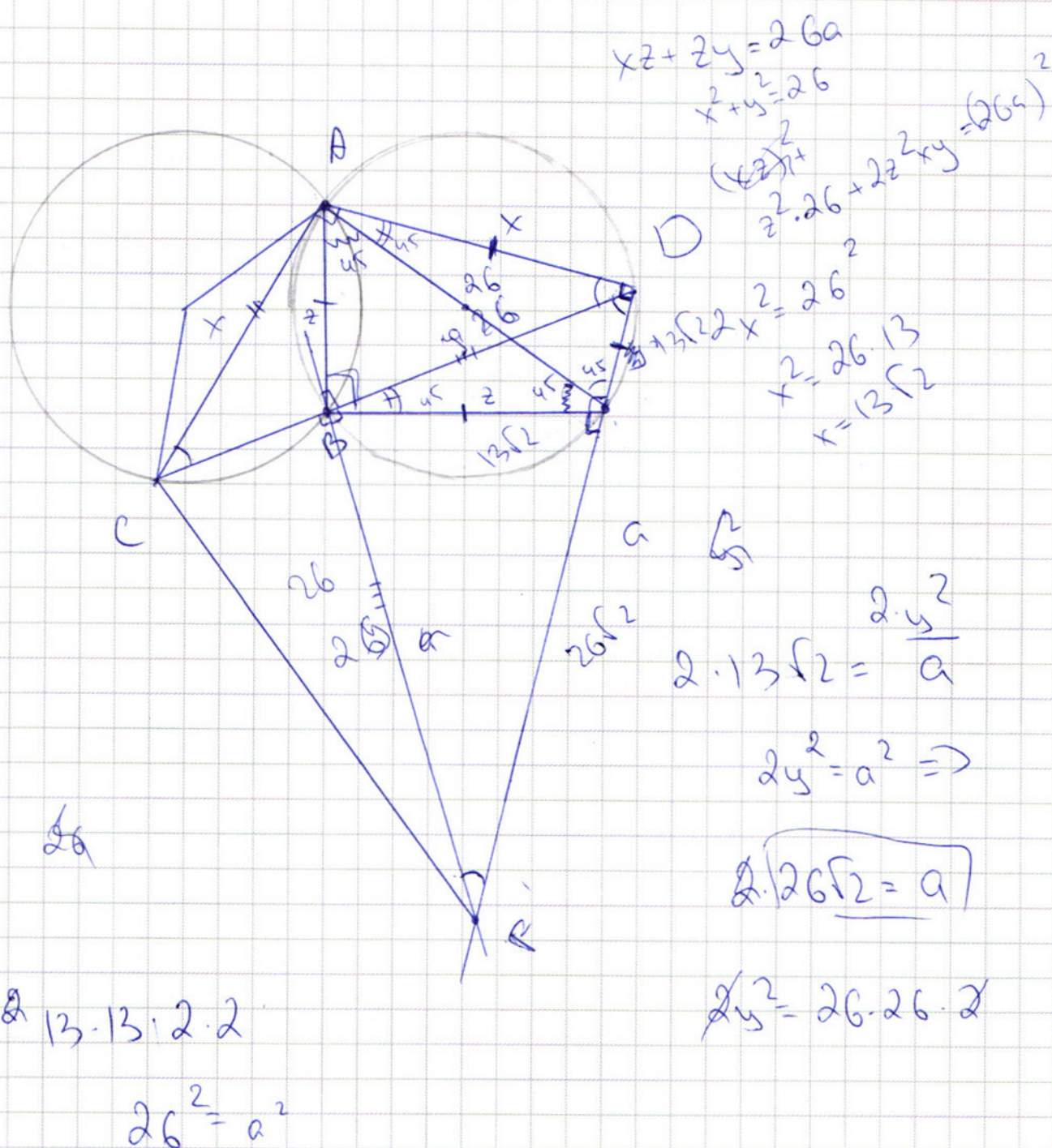
$$x^2 = 13^2 \cdot 2 - 2 \cdot 13^2 \cdot \cos \alpha$$

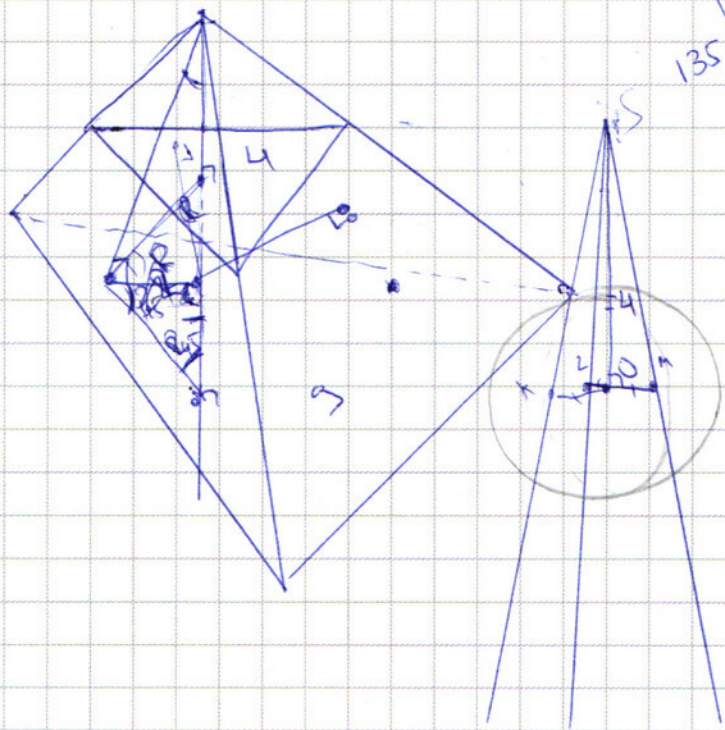
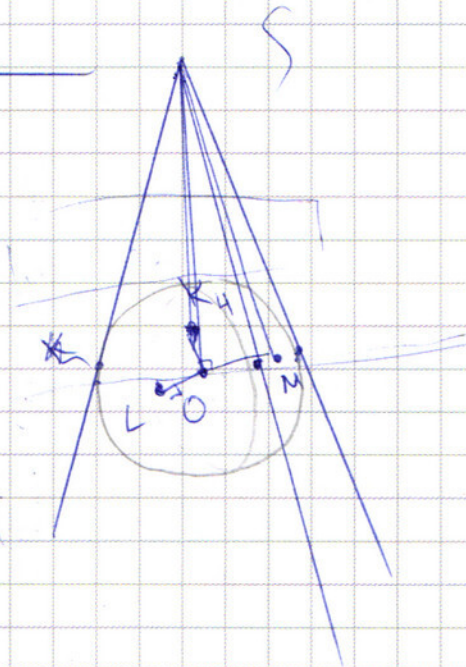
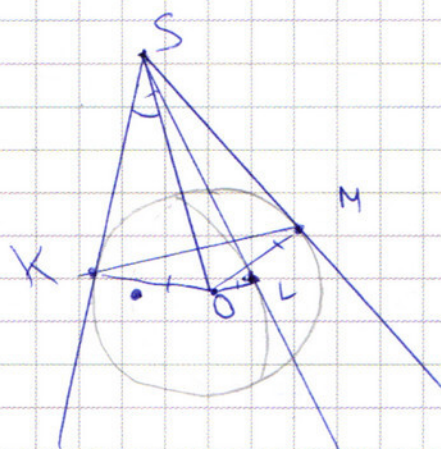
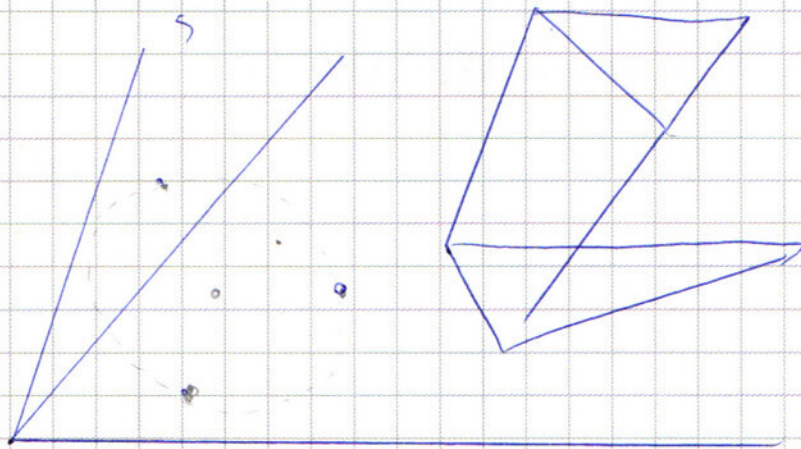
$$x^2 = 2 \cdot 13^2 (1 - \cos \alpha)$$



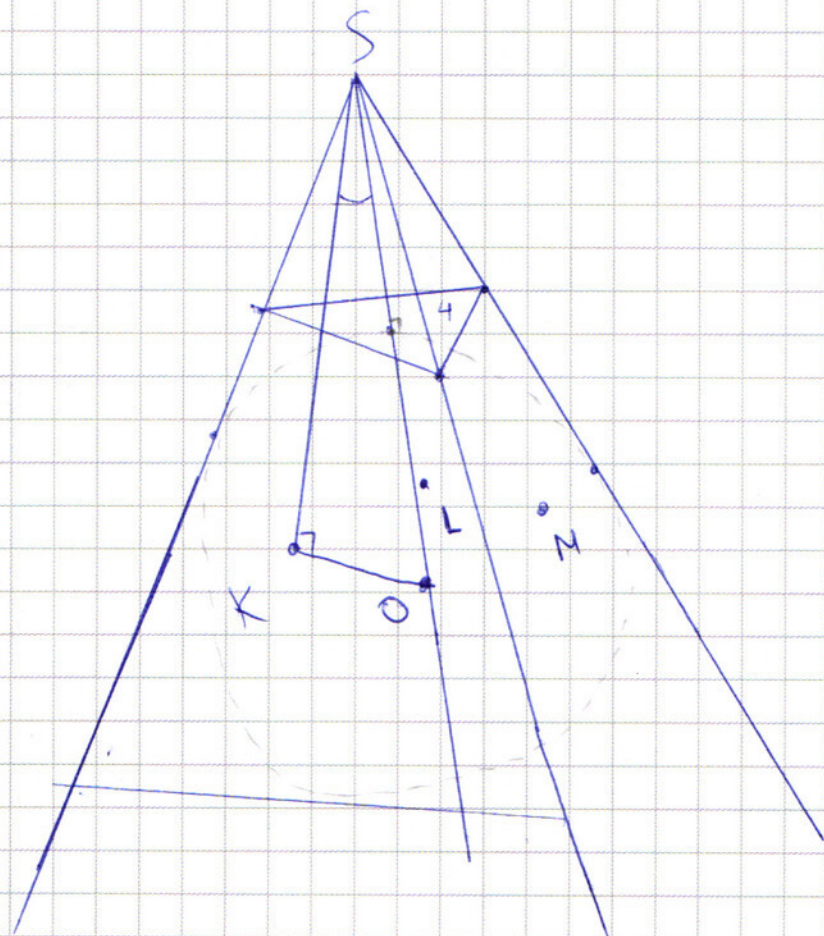


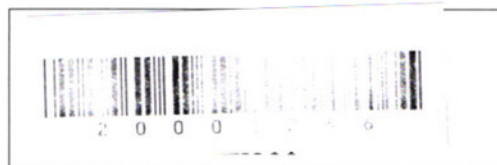
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





135 + 45





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\textcircled{2} \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2\sin 5x \cos 2x$$

$$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2} \sin^2 5x - 2\sin 5x \cos 2x = 0$$

$$\cos 5x (2\cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x) - \sin 5x (2\cos 2x - \sqrt{2} \sin 5x) = 0$$

$$2\cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$$

①

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1$$

$$5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$16875 \mid 5$$

$$\frac{15}{18}$$

$$\frac{15}{37}$$

$$\frac{35}{35}$$

$$\frac{2}{2}$$

$$\sinh x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\sinh\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) \cos$$

$$\sinh x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\sinh x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

8

$$\frac{22222}{3335555}$$

$$5333555$$

$$5533355$$

$$5553335$$

$$555333$$

$$355533$$

$$335555$$

$$335555$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$27 \cdot 25 \cdot 25$$

$$137$$

$$27$$

$$135$$

$$54$$

$$132$$

$$675$$

$$25$$

$$3375$$

$$1350$$

$$16875$$

$$\textcircled{b} \left(\frac{x^4}{y^2} \right) f_y = (-x) f(-x, y) \quad \left(\frac{x^4}{(y+x)^2} - 1 \right) (4+x-1) =$$
$$= (-x-1) (-x(4+x)-1)$$

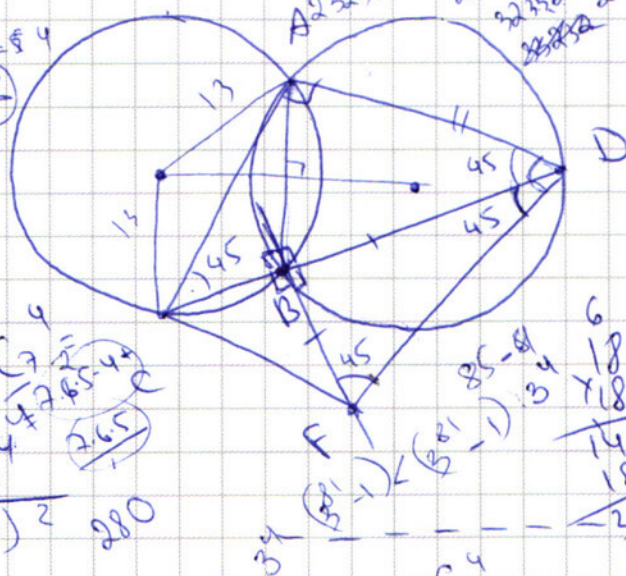
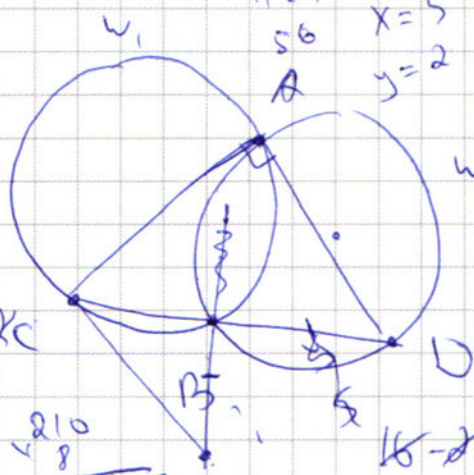
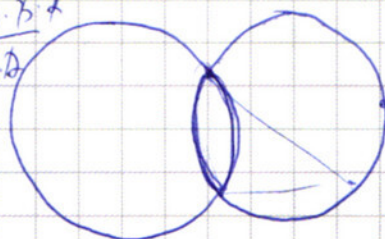
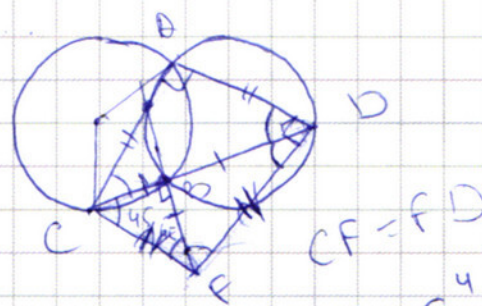
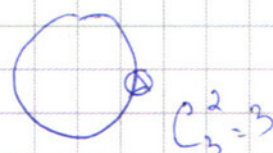
$$2y^2 - x \cdot y - x^2 - 4 \cdot x - 8y = 0$$

$$y^2 - 8y + 16 - (x^2 + 4x + 4) + y^2 - xy$$

$$(x-y)(2y+x) - 4(x+2y) = 0$$

$$x^3 = 20 \quad \cancel{2y^2 - 2xy + yx - x^2}$$

$$(C_3' + C_4') \cdot (2 + C_1') \cdot (y - x - 4) \cdot (2y + x) = 0$$



$$\log_{10} y = (2y) \log_{10} 2y^2$$

$$\log_{16} 2 \cdot \log_{16} 48$$

$$\frac{-y \pm \sqrt{y^2 - 4x^2}}{(y-x)^2}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$