МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

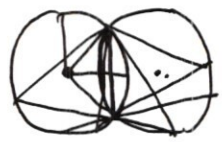
1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$. Пау!

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

В чём подвох?

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$



4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

Вним. расчёты!!! Важно

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

Видимо 2 реш.-ия.

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

думать... надо думать... пора...

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

Чёрт. Бизь какая-то.

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

Но по идее легко. Мало условий => перечитать!

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

Last one

ХААК!!!!......???

x, y - целые

Пока бросаю

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Фак х, 6, чёрт!

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

$$x = 32 = 2^5$$

$$2^{32} + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 2^{6}\left(2^{32} - 1\right)$$

$$2^{32} + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 2^{38} - 2^{6}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Разложим число 9261 на множители:

9261	3
3087	3
1029	3
343	7
49	7
7	7

$\Rightarrow 9261 = 3^3 \cdot 7^3$ семёрки в любом случае по одиночке

$7 \cdot 3$, $7 \cdot 7 > 10$

но $3 \cdot 3 < 10 \Rightarrow$

есть 2 варианта цифр. в числе

① 3, 3, 3, 7, 7, 7, 1, 1, тогда ~~в~~ кол-во комбинаций ~~ко~~ будет: $\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2}{\cancel{3 \cdot 2} \cdot 2} = 560$ комбинаций.

либо

② 3, 9, 7, 7, 7, 1, 1, 1, тогда кол-во ~~ко~~ комбинаций будет:

$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{\cancel{3 \cdot 2}} = 560 \cdot 2$

Тогда сумма будет: $560 + 560 \cdot 2 = 3 \cdot 560 = \underline{1680}$

Ответ: 1680.

№3

$$\begin{cases} (x^2 \cdot y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left.\begin{matrix} x, y > 0 \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{matrix}\right\} (ОДЗ) \\ \frac{1}{x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{7\ln x}} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$\ln\left(\frac{y}{x^7}\right) = \ln y - \ln x^7 = \ln y - 7\ln x$

(по свойствам логарифма)

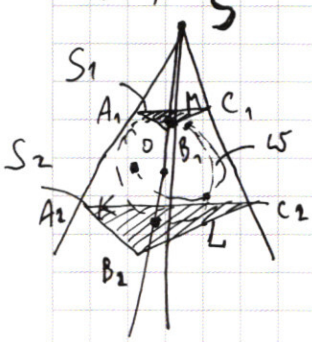
$$\begin{cases} y>0 \\ x>0 \\ \dfrac{e^3}{y^{3\ln x}}=1 \\ y^2-xy-2x^2+8x-4y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y>0 \\ x>0 \\ y^{\ln x}=y^{\ln y} \\ y^2-xy-2x^2+8x-4y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y>0 \\ x>0 \\ \ln x=\ln y \\ y^2-xy-2x^2+8x-4y=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ y>0 \\ x=y \\ \cancel{x^2}-\cancel{x^2}-2x^2+8x-4x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ y>0 \\ x=y \\ x(x-2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ y>0 \\ x=y \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \text{ — не уд.} \\ x=2 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$$

Ответ: $(2;2)$.

№4



Дано:

K, M, L — точки кас. окр. ω

$S_1 = 1$

$S_2 = 16$

Найти:

$\angle KSO$

$S_{сеч.} = ?$

Решение:

1) Рассмотрим $\triangle A_1B_1C_1$ и $\triangle A_2B_2C_2$

$A_1B_1C_1 \perp OS$ (по усл.)
$A_2B_2C_2 \perp OS$ $\Rightarrow$

$A_1B_1C_1 \parallel A_2B_2C_2$ ~~$\Rightarrow B_1C_1 \parallel B_2C_2$, $A_1B_1 \parallel A_2B_2$, $A_1C_1 \parallel A_2C_2$~~

$\Rightarrow \triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2$

(т.к. двугранные углы равны)

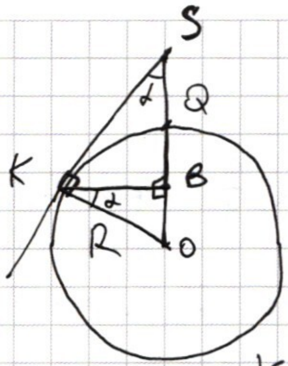
$\Rightarrow \sqrt{\dfrac{S_1}{S_2}} = \dfrac{1}{4}$ — коэф. подобия.

~~$\Rightarrow SA_1 : SA_2 = SB_1 : SB_2 = SC_1 : SC_2 = \frac{1}{4}$~~

2) ~~(т.к. △~~ Пусть Q — точка касания $A_1B_1C_1$ с окр. ω
P — точка касания $A_2B_2C_2$ с ω, тогда:

~~$A_1Q = 1$~~ $\left.\begin{array}{l} \dfrac{A_1Q}{A_2P} = \dfrac{1}{4} \\ \dfrac{A_1B_1}{A_2B_2} = \dfrac{1}{4} \end{array}\right\}$ (из подобия) $\Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$BK \perp SO$, т.к. $KML \perp SO$ (п. 4)

$BO = \sin\alpha \cdot R = \frac{3}{5}R$

$\Rightarrow BQ = R - \frac{3}{5}R = \frac{2}{5}R$, тогда

$$K = \frac{SQ}{SB} = \frac{\frac{2}{3}R}{\frac{2}{3}R + \frac{2}{5}R} = \frac{1}{3\left(\frac{5+3}{15}\right)} = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_{сеч.}} = \left(\frac{5}{8}\right)^2 \quad (\text{т.к. } \triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle K_1M_1L_1)$$

$$S_{сеч.} = \left(\frac{8}{5}\right)^2 \cdot 1 = \frac{64}{25} = \frac{256}{100} = 2,56$$

Ответ: $\alpha = \arcsin\frac{3}{5}$; $S_{сеч.} = 2,56$.

№5

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 & (1) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a & (2) \end{cases}$$

1) Заметим, что если изобразить график (2), то он будет симметричен относительно оси OX и OY (так как там $|x|$ и $|y|$)

2) Также заметим, что (1) – это график квадрата со стороной 10, середина которого лежит в точке $(-5;0)$. графики (1) и (2)

Тогда рассмотрим ~~графики варианта~~ ~~графики, в которых 2 точки удовл. условию~~

График (1) – симметричные окружности с центрами в точках O_1, O_2, O_3, O_4, которые обрезаются осями OX и OY.

№ 4 (продолжение)

$A_1B_1 \parallel A_2B_2$ (т.к. $A_1B_1C_1 \parallel A_2B_2C_2$)
$A_1Q \parallel A_2P$
$\angle A_1SB_1$ – общ. $\Big\} \Rightarrow \triangle A_1SB_1 \sim \triangle A_2SB_2$

$\frac{SA_1}{SA_2} = \frac{1}{4}$ $\left(\text{т.к. } \frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{1}{4} \text{ (п. 2)}\right)$.

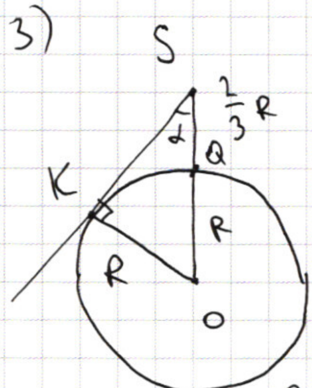
Рассмотрим $\triangle A_1SQ$ и $\triangle A_2SP$.

$\triangle A_1SQ \sim \triangle A_2SP$ с коэф. подобия $\frac{1}{4}$ (т.к. $A_1Q \parallel A_2P$, $\angle A_1SO$ – общ.)

$\Rightarrow SQ : QP = \frac{1}{3}$ $QP = 2R$, где R – радиус.

$\Rightarrow QS = \frac{2}{3}R$.

3) Рассмотрим $\triangle KSO$. $KS \perp OK$ (KS – кас.)



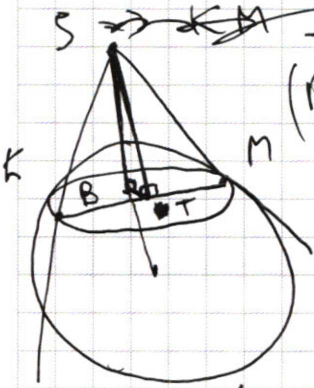
$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{R}{\frac{2}{3}R + R} = \frac{3}{5} \Rightarrow$

$\alpha = \arcsin\frac{3}{5}$

Пусть $\triangle K_1M_1L_1$ – сечение плоскости, проходящей через 3 точки KML

4) Заметим, что $SK = SM = SL$, т.к. $\triangle SOK = \triangle SOM = \triangle SOL$ (по катету и гипотенузе)

5 ~~$\Rightarrow KM \perp SO$~~ $\Rightarrow KM, ML, LK \perp SO$ (по теор. о трёх перпендикулярах)



(Пусть T – середина KM, тогда $\triangle$
$ST \perp SM$ - $\triangle KSM$-р/б, $BT \perp KM$, $\triangle KBM$-р/б, где B точка в которой $SO \cap KML$.
$\Rightarrow SO \perp KML$. Аналогично для для KL и LM)

плоскость $KML \perp SO$, $A_1B_1C_1 \perp SO \Rightarrow A_1B_1C_1 \sim K_1M_1L_1$

(аналогично п. 1)

$\Rightarrow$ Найдём коэф. подобия.

5) Рассмотрим $\triangle OSK$.

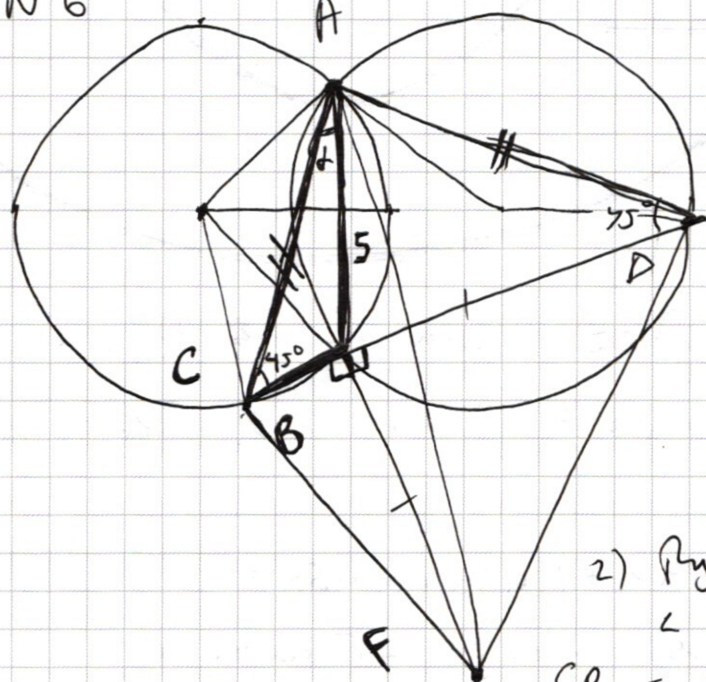
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2 (продолжение)

$$\left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n \\ 2x = \frac{\pi}{4} + \pi + 2\pi n \end{array}\right. \\ 7x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{8} + \pi n \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} + \pi n \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi n \end{array}\right.$$

Ответ: $\frac{\pi}{8} + \pi n$; $\frac{5\pi}{8} + \pi n$; $\frac{\pi}{20} + \frac{2n}{5}\cdot\pi$, где $n \in \mathbb{Z}$.

№ 6



Решение:

1) Заметим, что $\angle CAB = \angle ADB$, т.к. AB – общая хорда, а $R_1 = R_2$

$\Rightarrow \triangle ACD$ – р/б.

$\angle CAD = 90° \Rightarrow$

$\angle ACD = \angle ADC = 45°$

2) Пусть $\alpha = \angle CAB$, тогда $\angle BAD = 90° - \alpha$

$CB = R \cdot \frac{\alpha°}{90°} = 10 \cdot \frac{\alpha°}{90°} = 10 \cdot b$

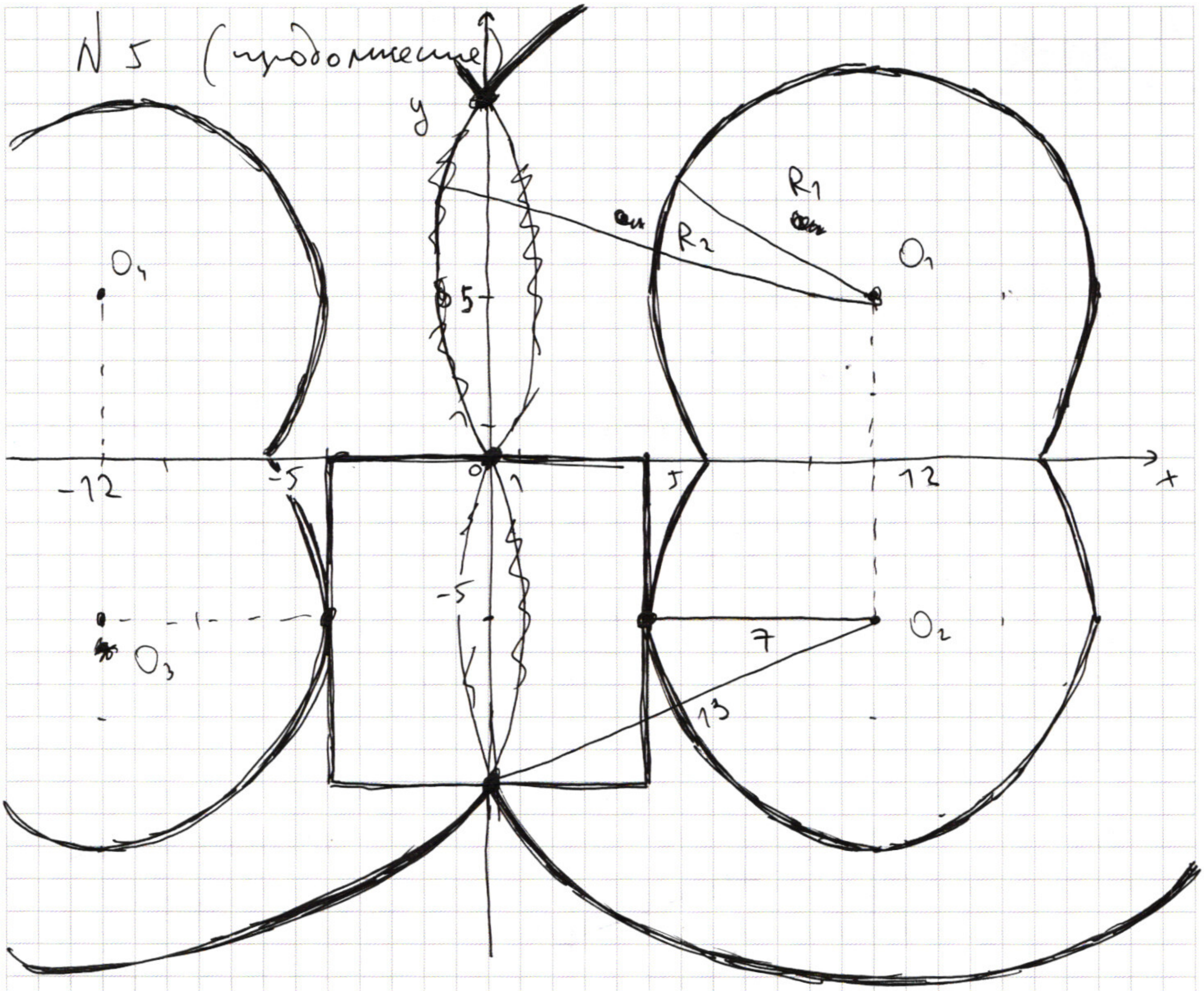
$BD = BF = 10 \cdot \frac{90 - \alpha}{90} = 10 \cdot \left(1 - \frac{\alpha°}{90°}\right)$

$\Rightarrow CF = \sqrt{BF^2 + CB^2} = 10\sqrt{b^2 + (1-b)^2} = 10\sqrt{2b^2 - 2b + 1}$

№ 7

$2^x + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 2(2^{32} - 1)x$ при $x = 6$ и

№5 (продолжение)



$\Rightarrow$ 2 решения будет при $R_1 = 7$ и при $R_2 = 13$ $\Rightarrow$ $a_1 = 49$, $a_2 = 169$. Ответ: 49; 169.

№2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x + \sin 9x - \cos 5x + \sin 5x - \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2}\cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2}\cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$-2\sin(7x)\cdot\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$$

$$-2\sin(7x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 2x - \cos 2x) - (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

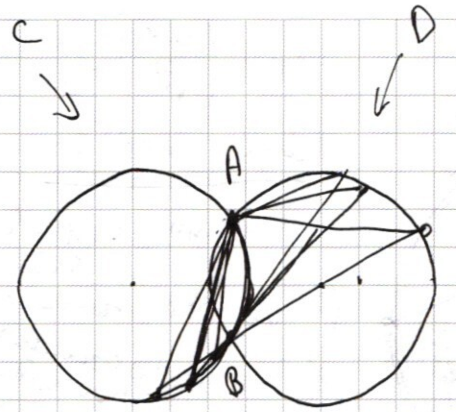
$$(\cos 2x - \sin 2x)(\sqrt{2}\sin 7x - \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos 2x = \sin 2x \\ \sqrt{2}\sin 7x = \sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\end{array}\right. \rightarrow$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$B \in CD$

$\angle CAD = 90^\circ$

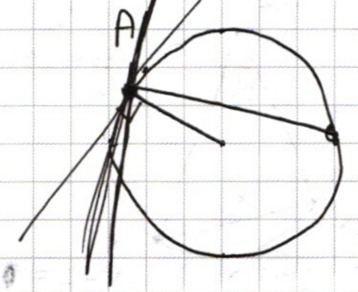
$HB \perp CD$, $H \in CD$

$F \in HB$

$BF = BD$

$x = 6$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3\cdot 129 \\ y < 76 + 2(a-1)x \end{cases}$$



$CF = ?$, $S_{\triangle ACF}$

при $BC = 12$

① $x > 0$

② 2^6

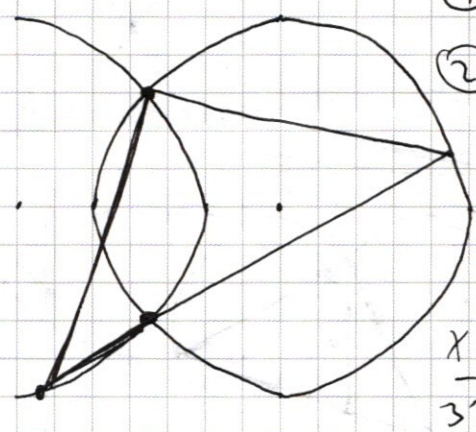
$64 + 3\cdot 2^{34}$

$76 + 2^{34}\cdot 3 - 12$

Корень есть!

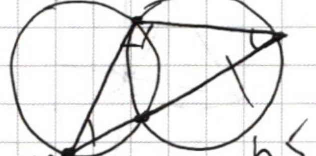
x, y - целые

$32 + 3$ $\quad 2^2 \cdot 3(2^{32} - 1)$



$2^x + 3\cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32} - 1)x$

$f(x) = 2^x + 3\cdot 2^{34} - 76 - 2(2^{32} - 1)x < 0$



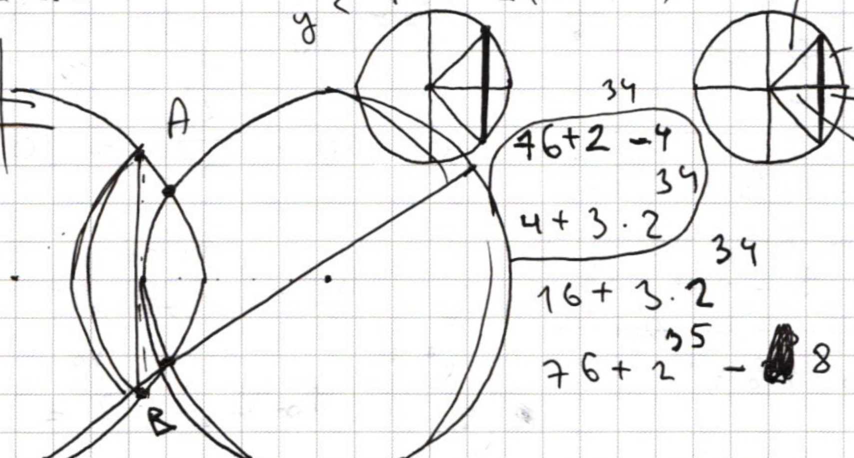
$f(x)' = 2^x \ln 2 - 2^{32} + 2$

$y \geq 2^x + 3\cdot 2^{34}$

$y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$

x	1	2	4	3
y_1				
y_2				

5	6	7	8



$46 + 2^{34} - 4$

$4 + 3\cdot 2^{34}$

$16 + 3\cdot 2^{34}$

$76 + 2^{35} - 8$

$\frac{R}{\sqrt{2}}$, $\frac{R}{\sqrt{2}}$

$R - \frac{R}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}R - R}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-1)R}{\sqrt{2}} = \frac{(2-\sqrt{2})R}{2}$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

Вроде норм.

⑦

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3\cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32}-1)x \end{cases}$$

$2(2^{32} + 38 - 1)x$

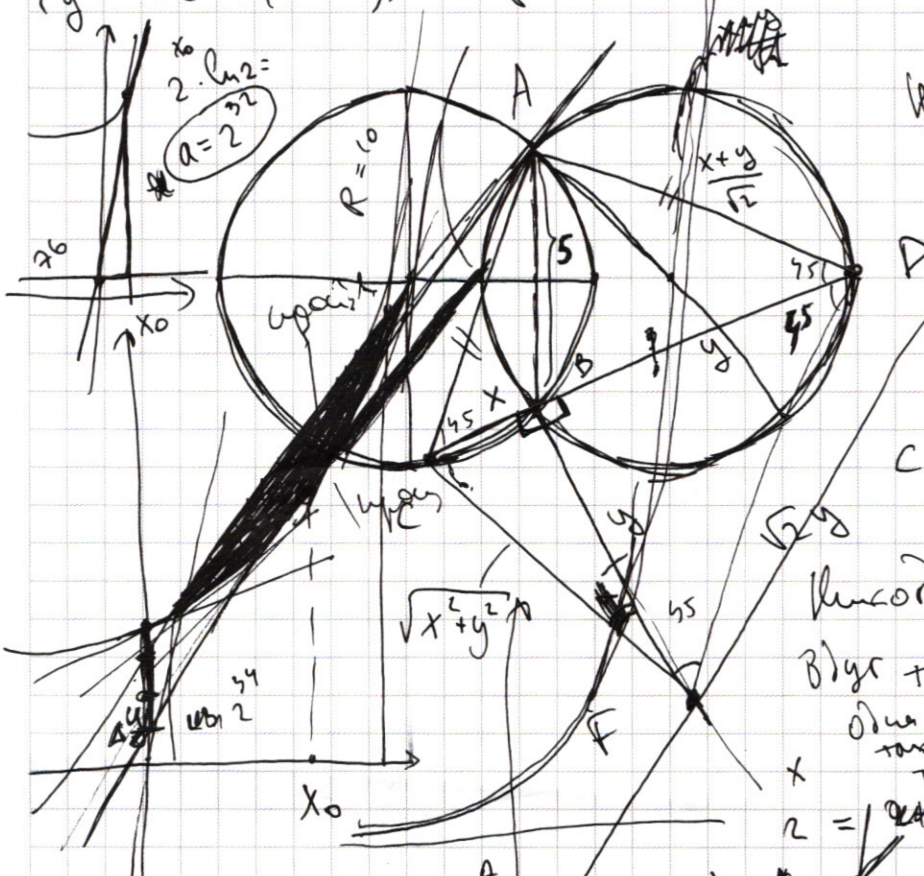
$$\begin{array}{c|c} 76 & 4 \\ 19 & 19 \end{array}$$

1:30 осталось

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3\cdot 2^{34} \\ y < 76+2(2^{32}-1)x \end{cases}$$

$\frac{x+y}{\sqrt{2}}$

$25 = \left(\frac{x+y}{\sqrt{2}}\right)^2 + y^2 - \cos 45 \cdot 2\,\frac{x+y}{\sqrt{2}}\cdot y$



Найти кол-во

Просто кол-во и всё, как бы

Но где точки пересечения!!

Можно посчитать площади...

$$\boxed{\frac{\alpha}{90} = \frac{x}{10}}$$

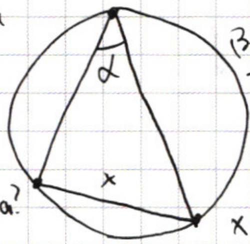
CF = ?

Не пересекутся!

Никогда

Вообще никогда!

Вдруг там одна такая точка?

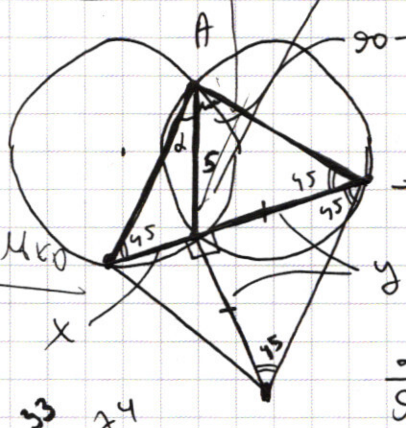


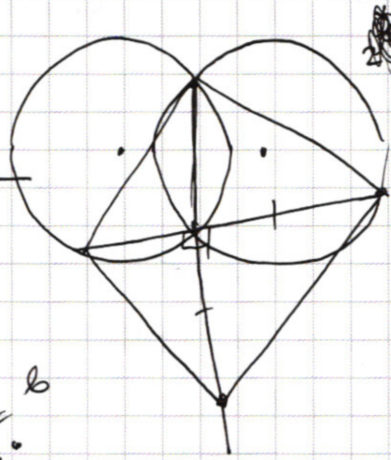
$\log_2$

$2^x = 2+1\cdot x$

$2^x - 2 = x$

$\log_2 2^x - 2 = \log_2 x$





Тут подбор только

Фак!!!

$1+3\cdot 2^{34}$

$76+2^{33}-2 = 2^{33}+74$

$\frac{\alpha^\circ}{90^\circ} = \frac{x}{10} = b$

$CF = 10\sqrt{b^2+(1-b)^2} = 10\sqrt{b^2+1+b^2-2b} = 10\sqrt{2b^2-2b+1}$

$x = 10\cdot\left(\frac{\alpha^\circ}{90^\circ}\right) = 10\cdot b$

$y = 10\cdot\left(\frac{90^\circ-\alpha^\circ}{90^\circ}\right) = 10\cdot(1-b)$

$(2^{x_0})' = \ln_2 2 \cdot 2^{x_0} = 2^{33}-2$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 9x \cdot \frac{\sqrt2}{2} - \frac{\sqrt2}{2}\sin 9x - \cos 5x \cdot \frac{\sqrt2}{2} - \sin 5x \frac{\sqrt2}{2} - \cos(9x-5x) = 0$$

$$\cos 9x \cdot \frac{\sqrt2}{2} - \frac{\sqrt2}{2}\sin 9x - \cos 5x \frac{\sqrt2}{2} - \sin 5x\frac{\sqrt2}{2} - \cos 9x\cos 5x - \sin 9x \sin 5x = 0$$

$$\cos(\underbrace{9x+\tfrac{\pi}{4}}_{a}) - \cos(\underbrace{5x-\tfrac{\pi}{4}}_{b}) - \cos(4x) = 0$$

$$\cos a - \cos b - \cos(a-b-\tfrac{\pi}{2}) = 0$$

3

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^7}} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

реш. Надо решить

~~подставить~~

1) $x, y \neq 0$

2) $y = x$

$\cancel{x^2} - \cancel{x^2} - 2x^2 + 8x - 4x = 0$

Проверка на ноль

$x^2 - 4x + 2x = 0$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0$

$\boxed{x=2}$

$$(x^2 \cdot y^4)^{-\ln x} = \frac{1}{x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x}}$$

$$y^{\ln \frac{y}{x^7}} = y^{\ln y - \ln x^7} = y^{\ln y - 7\ln x} = e \cdot y^{-7\ln x} = \frac{e}{y^{7\ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x}} = \frac{e}{y^{7\ln x}}$$

$$\frac{1}{\cancel{e^2} \cdot \cancel{y^{4\ln x}}} = \frac{e \cdot e^2 \cdot y^{4\ln x}}{y^{7\ln x}} = \frac{e^3}{y^{3\ln x}}$$

$y^{\ln x} = y^{\ln y}$

$\Rightarrow \ln x = \ln y$

$x = y$

$y^{3\ln x} = e^3$

$\Rightarrow y^{\ln x} = e$

$1 = \frac{e^3}{y^{3\ln x}}$

1 $\boxed{y = x}$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

Какие ещё варианты?!?!?!

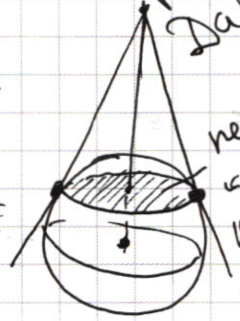
$$(x^2\cdot y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)} = y^{\ln y - 7\ln x}$$

$x,\ y > 0$ (ОДЗ)

Найти расстояние! Да!!!

5

$$\frac{1}{x^{2\ln x}\cdot y^{4\ln x}} = \frac{y^{\ln y}\, e^3}{y^{7\ln x}\, y^{3\ln x}}$$

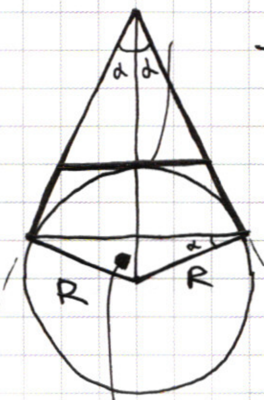


$R + \frac{2}{3}R = \frac{5}{3}R$

$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{R}{\frac{5}{3}R} = \frac{3}{5}$

$\frac{e^3}{y^{3\ln x}} = 1$

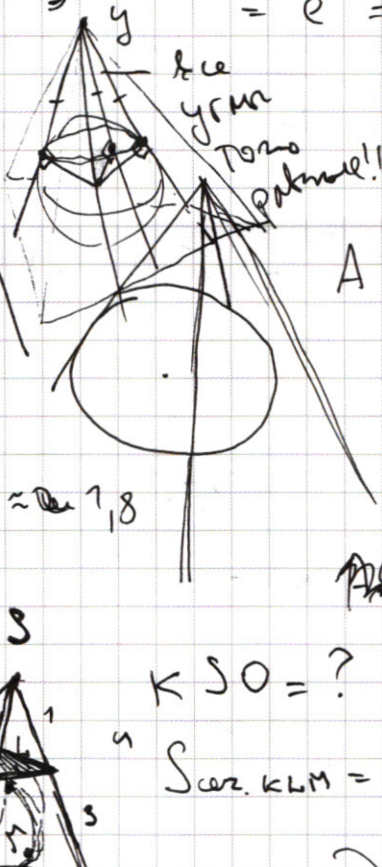
$\boxed{\alpha = \arcsin\frac{3}{5}}$



$\frac{e}{y^{\ln x}} = 1$

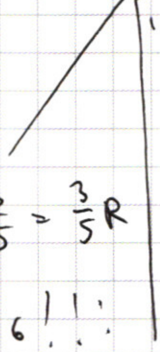
$y^{\ln x} = e = y^{\ln y} \Rightarrow \ln x = \ln y$

$\Rightarrow \frac{x}{y} = 1 \Rightarrow x = y$



А вдруг $KML \parallel S_1, S_2$?!?!

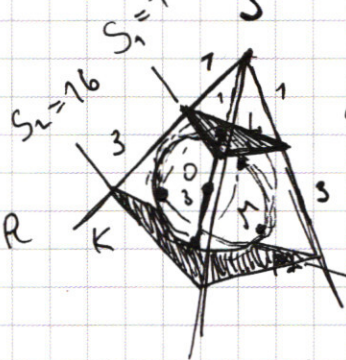
Точно, так оно и есть и задача очевидна???



$R\cdot\frac{3}{5} = \frac{3}{5}R$

$\frac{3}{5}\cdot 3 = \frac{9}{5} \approx 1{,}8$

Вглядись!!!



$KSO = ?$

$S_{сеч.\ KLM} = ?$

коэф. подобия $1:4$

$SD = \frac{2R}{3} = \frac{2}{3}R$

Можно найти все отношения!

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 $(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = \ldots$ $x, y > 0$

$-\cos 5x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin 5x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}\cos(5x+\frac{\pi}{4})$

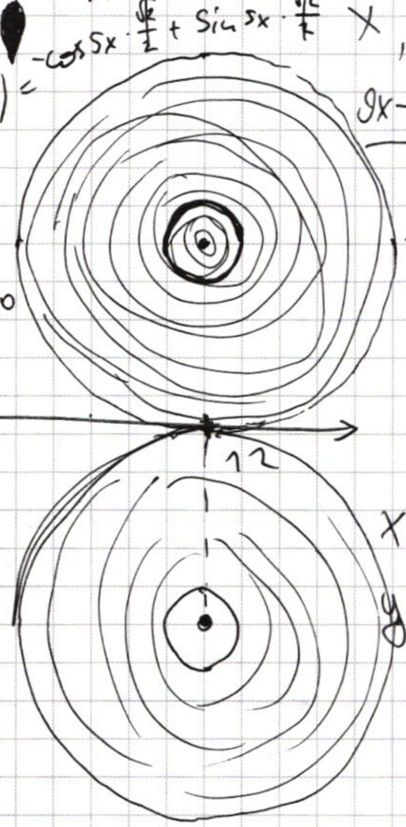
$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$\sin 5x - \cos 5x + \cos 9x + \sin 9x - \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$-\sqrt{2}\cdot\cos(5x+\frac{\pi}{4}) + \sqrt{2}\cos(9x-\frac{\pi}{4}) - \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cos(9x-\frac{\pi}{4}) - \cos(5x+\frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$

$\frac{9x-\frac{\pi}{4}-5x-\frac{\pi}{4}}{2} = 2x - \frac{\pi}{4}$



$-2\sin(7x)\sin(2x-\frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$

1) $x, y > 0$

$\Rightarrow (x-12)^2 + (y-5)^2$

2) $x < 0,\ y > 0$

$(x+12)^2 + (y-5)^2$

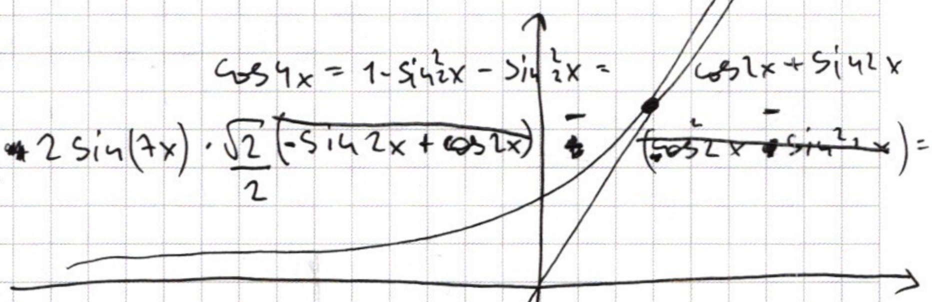
$x > 0$, $y < 0$

$\cos 4x = 1 - \sin^2 2x - \sin^2 2x = \cos^2 2x + \sin^2 2x$

3) $x > 0,\ y < 0$

$2\sin(7x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(-\sin 2x + \cos 2x) \cancel{(\cos^2 2x - \sin^2 2x)} = 0$

$(x-12)^2 + (y+5)^2$



4) $x < 0,\ y < 0$

$(x+12)^2 + (y+5)^2$

$(2^x)' = (e^{\ln 2\cdot x})' = e^{\ln 2 \cdot x}\cdot\ln 2 = 2^x \cdot \ln 2$

$2^x + 3\cdot 2^{34} = 76 + 2(2^{32}-1)x$

$2^x \cdot \ln 2 = 2^{33} - 2$

$\boxed{\cos 2x = \sin 2x}$ тогда

$2^x + 3\cdot 2^{34} - 76 - 2^{33}\cdot x + 2\cdot x = 0$

$(\cos 2x - \sin 2x)(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 7x - \cos 2x - \sin 2x) = 0$

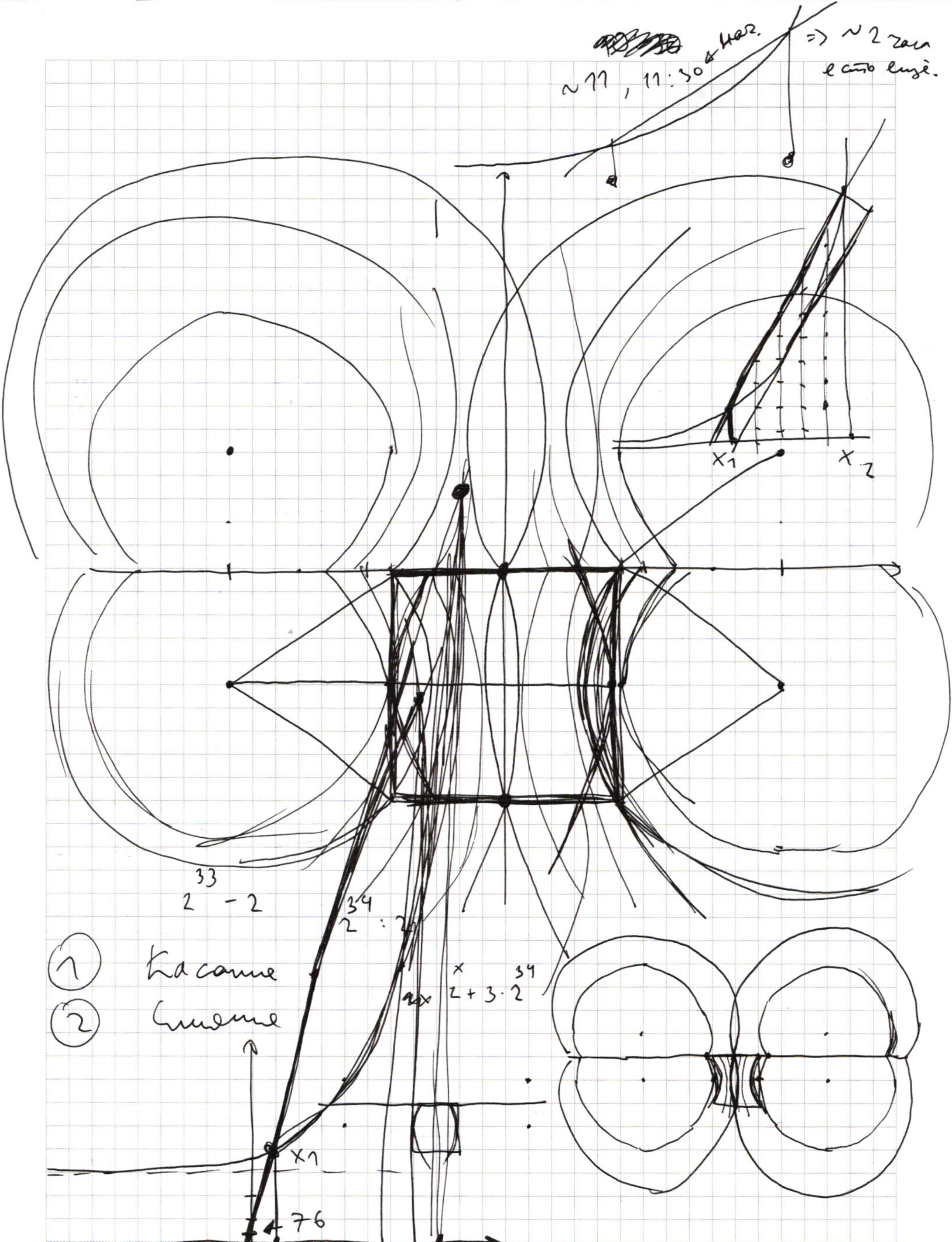
$2^x + 3\cdot 2^{34} - 76 - 2^{33+\log_2 x} + 2^{\log_2 x + 1} = 0$

$\sqrt{2}\sin 7x - \sqrt{2}(\sin(2x+\frac{\pi}{4})) = 0$

$\sin(7x) = \sin(2x+\frac{\pi}{4})$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



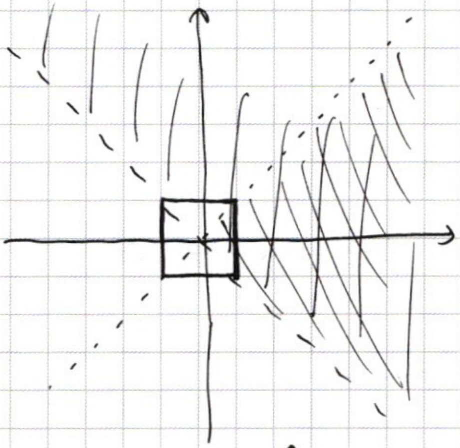
☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

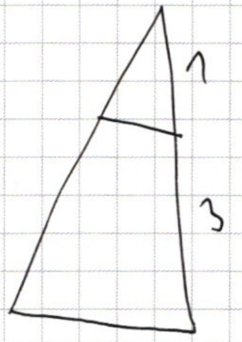
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

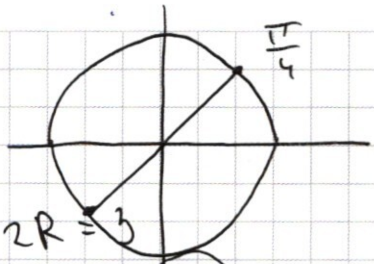
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА







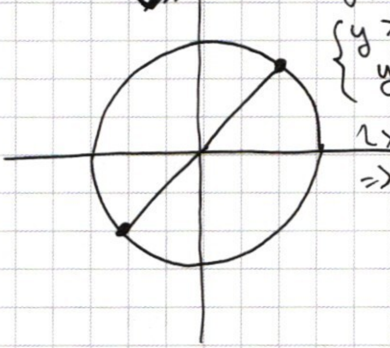
$2R = 3$

$= 1 = \frac{2R}{3}$

$|x+y| + |x-y| = 2$

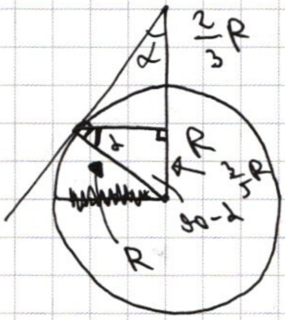
① $\begin{cases} x+y \geq 0 \\ x-y \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y \geq -x \\ y \leq x \end{cases}$



$2x = 2$

$\Rightarrow x = 1$



$\sin\alpha = \frac{R}{\frac{2}{3}R + R} = \frac{R}{\frac{5}{3}R} = \frac{3}{5}$

$\Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{3}{5}\right)$

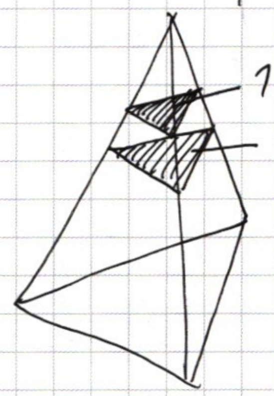
Очевидно

$R \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{5}R$

$R - \frac{3}{5}R = \frac{2}{5}R$

$\frac{2}{3}R$

$\frac{2}{5}R$



$1 \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^2 = 1 \cdot (1{,}6)^2 \Rightarrow$

$\frac{\frac{2}{3}R}{\left(\frac{2}{3} + \frac{2}{5}\right)R} =$

$\frac{1}{3\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)} = \frac{1}{3 \cdot \frac{8}{15}} = \frac{5}{8}$

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

Так, так, так. Попахивает графиком!

$$|x+t| + |t-x| = 10$$

① $x < t$

$$-\cancel{t} - x + \cancel{t} - x = 10$$

$$-2x = 10$$

$$x = -5$$

② ~~так~~ $x \geq t$

$$x + \cancel{t} - \cancel{t} + x = 10$$

$$x = 5$$

При $x < y+5$ ($y > x-5$), $x = -5$

При $x \geq y+5$ ($y \leq x-5$), $x = 5$

$x = y+5$

$|2t| + [redacted] = 10$

$|t| = 5$

$t \geq 0$, $t = 5$

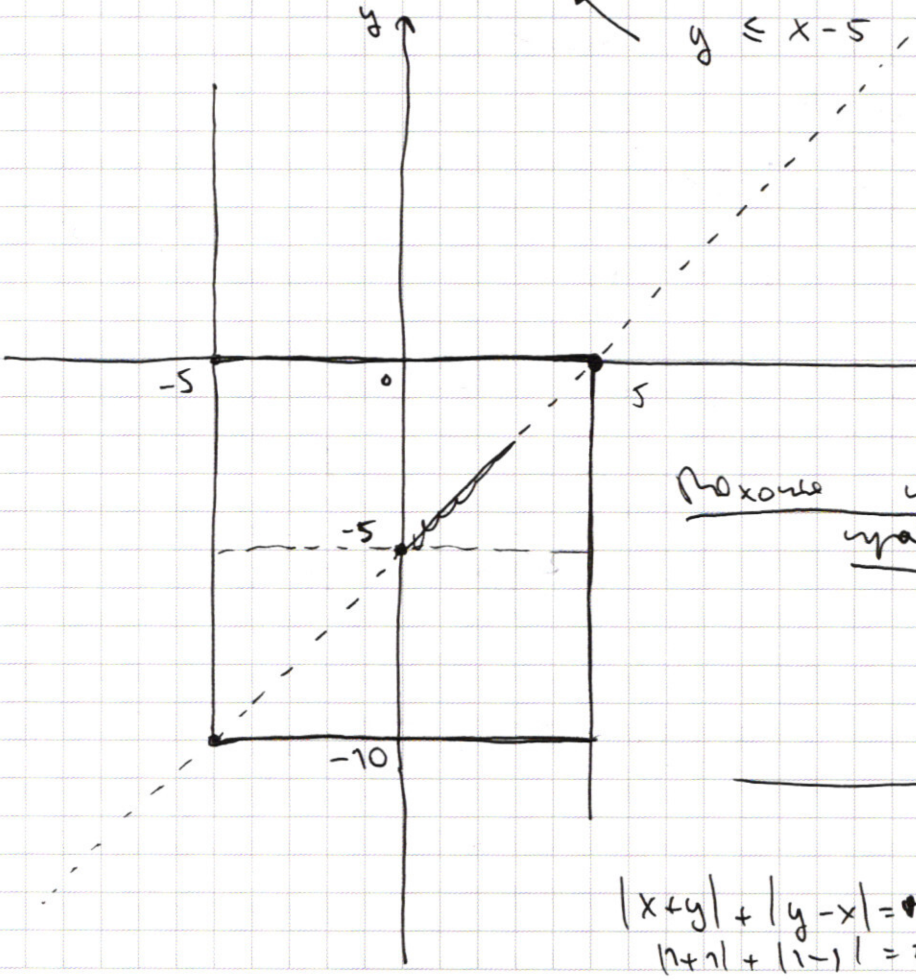
$t < 0$, $t = -5$

$y+5 \geq 0$, $y+5 = 5$

$y+5 < 0$, $y+5 = -5$

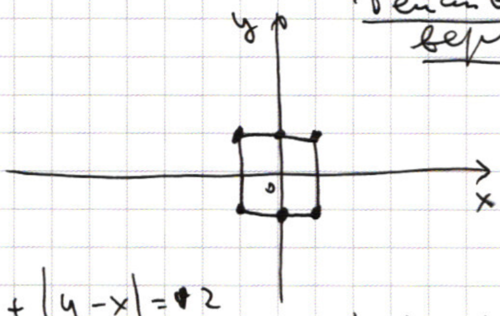
$y < -5$, $y = -10$

$y \geq -5$ $y = 0$



Похоже на правду.

Да, всё действительно верно.



$|x+y| + |y-x| = 2$

$|1+1| + |1-1| = 2$ $|x+1| + |1-x| = 2$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1)

9261	3
3087	3
1029	3
343	7
49	7
7	7

8-ми значное число

1) 77733311

2) 77793111

$x = 2^{\log_2 x}$

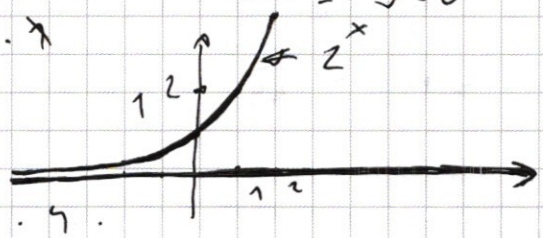
$2^x + 3\cdot 2^{34} < 76 + [illegible]\ 2x - 2x$

$2^x + 3\cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32}-1)x$, $2^{32}-1 > 1$

Считаем все числа различными.

1) $\frac{8!}{2!\cdot 3!\cdot 3!} = \frac{8\cdot 7\cdot \cancel{6}\cdot 5\cdot \cancel{4}^{2}\cdot \cancel{3\cdot 2\cdot 1}}{\cancel{2}\cdot \cancel{3\cdot 2\cdot 1}} = 560$

за 1, за 7, за 3



2) $\frac{8!}{3!\cdot 3!} = \frac{8\cdot 7\cdot \cancel{6}\cdot 5\cdot 4\cdot}{\cancel{3\cdot 2}\cdot 1} = 560\cdot 2 = 1120$

$S = (1) + (2) = 560 + 1120 = 1680$

$560\cdot 3 = 1680$

$\begin{cases} y \geq 2^x + 3\cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32}-1)x \end{cases}$ ← просто норм. $kx+b$

x, y целые!!!!!!

1) определение с ОДЗ.

2) график.

$2^{34}\cdot 3 = 2^{34}(4-1)$

$1 + 3\cdot 2^{34}$

$3\cdot 2^{34} = 2^{33}\cdot 2\cdot 3 = 6\cdot 2^{33}$

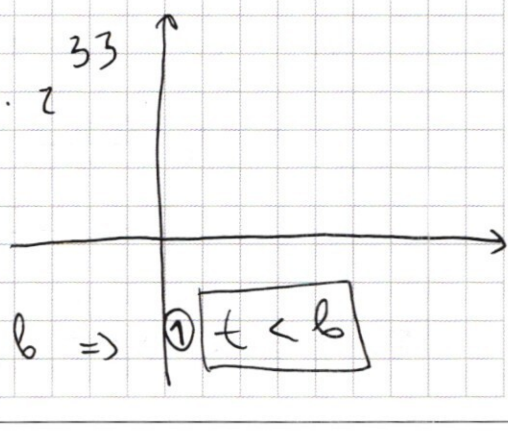
$2^{33} - 2$

x	0	1
y_1	$1+3\cdot 2^{34}$	
y_2	76	

$y \geq t$

$y < b$

$\Rightarrow t \leq y < b \Rightarrow$ 1) $\boxed{t < b}$



☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$$\underbrace{\cos 9x - \cos 5x}_{-} - \underbrace{\sqrt{2}\cos 4x}_{\text{Пока не ясно, что будем делать}} + \underbrace{\sin 9x + \sin 5x}_{+} = 0$$

$$0 = -\cancel{2}\sin\frac{9x-5x}{2}\sin\frac{9x+5x}{2} - \cancel{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 4x + \cancel{2}\sin\frac{9x+5x}{2}\cos\frac{9x-5x}{2}$$

$$0 = -\sin 2x\cdot\sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 4x + \sin 7x\cdot\cos 2x$$

$$\sin 7x\,(\cos 2x - \sin 2x) - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 4x = 0$$

~~sin x~~

$$\sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \sin a\cdot\cos\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{4}\cos a = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin a - \cos a)$$

$$\Rightarrow \quad \sin a - \cos a = \sqrt{2}\cdot\sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cancel{\sqrt{2}}\sin 7x\cdot\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1\cancel{\sqrt{2}}}{2}\cos 4x = 0$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$\sin 7x\cdot\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2}\cos 4x = 0$$

$$\sin \underbrace{7x}\cdot\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\left(\cos\left(7x + 2x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)\right) =$$

$$7x = \frac{a+b}{2} \qquad = \frac{1}{2}\left(\cos\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$2x + \frac{\pi}{4} = \frac{a-b}{2}$$

$$\cos\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$$

$$5x - \frac{\pi}{4} = 4x + \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) = 8x + \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)