

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1.

Реш. Такие числа $A = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8}$ представляются.

тогда по усл. $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 = 3375 =$
 $= 5 \cdot 675 = 5^2 \cdot 125 = 5^5$. П.к. $0 \leq a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8 \leq 9$,

тогда из них: пять цифр 5 и три цифры 1.
 Тогда выбирая три позиции из 8 для единиц,
 будет задаваться каждое такое число,
 т.е. всего $C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 7 \cdot 8 = 56$

таких чисел

Ответ: 56 чисел.

Задача №2

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$(\cos 11x - \sin 11x) - (\cos 3x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sqrt{2} \cos \left(11x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \cos \left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos \left(11x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos \left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 14x$$

Пусть $\alpha = 3x + \frac{\pi}{4}$ и $\beta = 11x + \frac{\pi}{4}$,

$$\text{тогда } \cos 14x = \cos \left(\alpha + \beta - \frac{\pi}{2}\right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta)\right) =$$

$$= \sin(\alpha + \beta) = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right).$$

$$\cos \left(11x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos \left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \beta - \cos \alpha = -2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin \left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right)$$

Тогда уравнение имеет вид:

$$-2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin \left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right) = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\left(\frac{3x+\frac{\pi}{4}+11x+\frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0 \\ \cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{11x+\frac{\pi}{4}-3x-\frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ \cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) + \sin(4x) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ \cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}-4x\right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ 2\cos\left(\frac{3x+\frac{3\pi}{4}}{2}\right)\cos\left(\frac{11x-\frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 7x+\frac{\pi}{4} = \pi n \\ \frac{3x}{2} + \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ \frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x = -\frac{\pi}{4} + \pi n \\ \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi k \\ \frac{11x}{2} = \frac{5\pi}{8} + \pi t \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7}n \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}k \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi}{11}t \end{cases}, n, k, t \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $-\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7}n; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}k; \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi}{11}t; n, k, t \in \mathbb{Z}.$

Задача 13.

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \quad (1)$$

ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$

$$x^2 - 2xy - 4x + 3y^2 + 12y = 0. \quad (2)$$

(1): л. ч. одк части > 0 , ~~все~~ логарифмируем по основанию 10:

$$\lg x \left(\lg\left(\frac{y^5}{x}\right) \right) = 2\lg xy \lg y \quad \text{Пусть } \begin{cases} \lg x = a \\ \lg y = b \end{cases}$$

Тогда имеет вид: $a(5b - a) = 2(a + b)b.$

$$5ab - a^2 = 2ab + 2b^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

1. $b = 0$, тогда $a = 0$, м.р. $\begin{cases} \lg x = 0 \\ \lg y = 0 \end{cases} \Rightarrow x = y = 1$,

проверим во (2): $1 - 2 - 4 - 3 + 12 \neq 0$, м.р. не решение.
м.р. $b \neq 0$.

2. делим на $b^2 (\neq 0)$, $\frac{a}{b} = t$.

$$t^2 - 3t + 2 = 0.$$

$$(t - 2)(t - 1) = 0.$$

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2b \\ a = b. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lg x = 2 \lg y \\ \lg x = \lg y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y \\ x = y^2 \end{cases}$$

3. $x = y$
в (2):

$$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0.$$

$$-4x^2 + 8x = 0.$$

$$-4x(x - 2) = 0.$$

$$\begin{cases} x = 0 \notin \text{ODЗ} \\ x = 2 \in \text{ODЗ} \end{cases}$$

$$x = 2 \in \text{ODЗ}$$

$x = y = 2$. - в ответ;

4. $x = y^2$
в (2):

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0$$

$$\begin{cases} y = 0 \notin \text{ODЗ} \\ y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0 \end{cases}$$

$y = 3$ - корень (подбором)

по схеме Горьк.

1	-2	-7	12
	3	3	-12
3	1	1	-4
			0.

$$(y - 3)(y^2 + y - 4) = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 4 = 17$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Получа $\begin{cases} y = 3 \in O D 3 \\ y = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} \notin O D 3 \\ y = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \in O D 3 \Rightarrow x^2 = \frac{18-2\sqrt{17}}{4} \end{cases}$ $x = 9$

Ответ: $(2; 2); (9; 3); \left(\frac{18-2\sqrt{17}}{4}; \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$.

Задача 15.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a. & (2) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} y-3-x \geq 0 \\ y-3+x \geq 0 \\ y-3-x+y-3+x=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-3-x < 0 \\ y-3+x < 0 \\ 3+x-y+3-x-y=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-3-x \geq 0 \\ y-3+x < 0 \\ x-3-y-3-x-y+3-x=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-3-x < 0 \\ y-3+x \geq 0 \\ 3+x-y+3+x=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq x+3 \\ y \geq 3-x \\ y=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < x+3 \\ y < 3-x \\ y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq x+3 \\ y < 3-x \\ x=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < x+3 \\ y \geq 3-x \\ x=3 \end{cases}$$

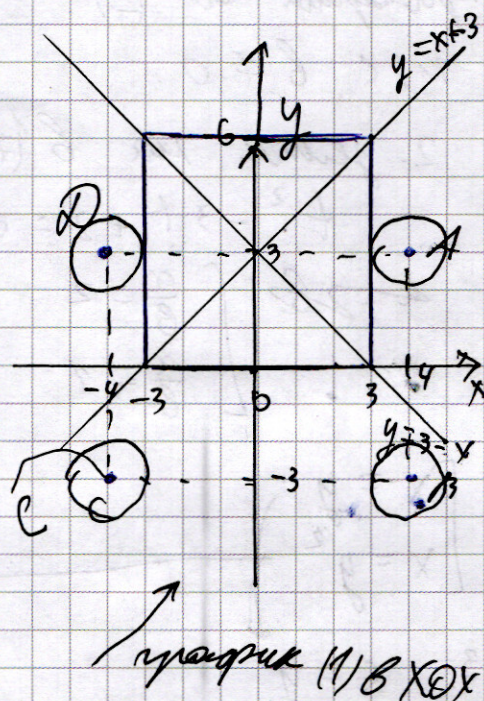


график (1) в XOY

2): $a=0 \Rightarrow$ точки A, B, C, D: нет решений системы, не подходит.

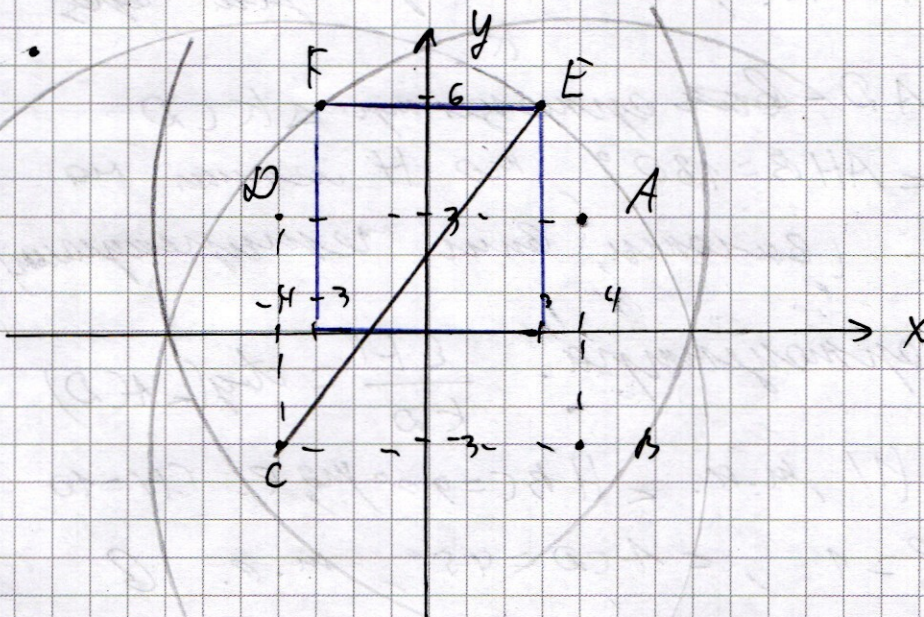
$a < 0 \Rightarrow$ (2) не имеет решений, как и система, т.е. не подходит.

$a > 0, \Rightarrow$ (2) — четыре окружности с центрами A, B, C, D и радиусом $\sqrt{a}$.

$\sqrt{a} = 1$, тогда окр. имеют с сист. (1) (а=1) ил. реш.:

два касания у окр. с центрами A и D (только два реш. у системы)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$CE = BF = \sqrt{a} =$$

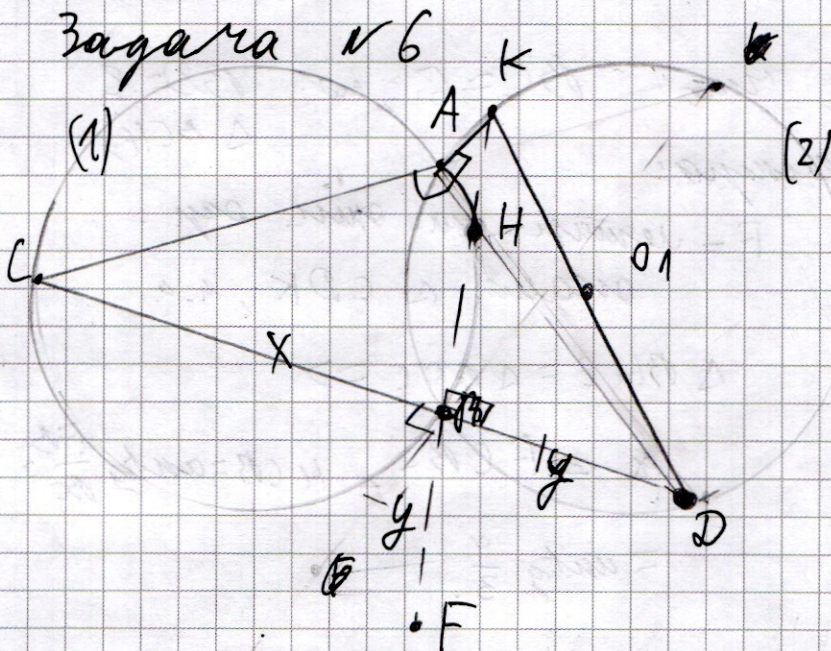
$$CE = \sqrt{7^2 + 9^2} = \sqrt{130} = \sqrt{a}$$

$$a = 130.$$

- при $a < 1$: решений системы нет
- при $1 < a < 130$: более двух решений системы
- при $a > 130$: решений системы нет.

Ответ: 1 и 130.

Задача №6



Дано: $R = 5$

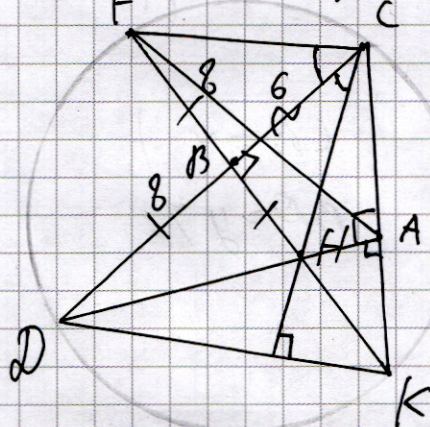
$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$CF = ?$$

$$\left(\begin{array}{l} CB = x \\ BD = y \end{array} \right)$$

- а) 1. продолжим AC до пересеч. с окружн. = K.
 2. $\angle DAK = 90^\circ$, тогда KD - диаметр $KD = 10$.
 3. $\angle KBD = 90^\circ$, т.к. опирается на дугу, что и $\angle DAK$, т.е. BF пройдет через K.
 4. H = BK ∩ AD - ~~выс~~ ортоцентр $\triangle KCD$; т.к. $\angle ACD + \angle AHB = 180^\circ$, то H лежит на 6) окружности. (высоты, внеш. треугольник)
 5. по св-ву ортоцентра: $\frac{CH}{KD} = \operatorname{ctg}(\angle ACD)$
 CH - диаметр (1), т.к. $\angle HBC = 90^\circ$ т.е. $CH = 10$
 $\operatorname{ctg}(\angle ACD) = \frac{10}{10} = 1$, $\angle ACD = 45^\circ$, т.е. в $\triangle CBK$: $BC = BK = x$
 6. $CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} = \sqrt{x^2 + y^2} = KD = 10$,
 $\triangle CBF$ $\triangle KBD$
 т.е. $CF = 10$.

- д) если известно, что $BC = 6$, то $BD = 8$ в $\triangle BCH$;
 по св-вам ортоцентра:



F - лежит на омм. окр.
 только $\triangle CDK$, т.е.

$$\triangle BHC = \triangle BFC \Rightarrow$$

$$\angle FCB = \angle HCB = \operatorname{arctg} \frac{FB}{BC} = \operatorname{arctg} \frac{4}{3}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

• $AC = \frac{14}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}$ из р.ф. $\triangle CAD$ — прямоугол.

$\angle FCA = \frac{\pi}{4} + \arctan \frac{4}{3} = \alpha$. ($\sin \alpha > 0$)

$\tan \alpha = \frac{\tan(\frac{\pi}{4}) + \frac{4}{3}}{1 - 1 \cdot \frac{4}{3}} = \frac{(\frac{7}{3})}{(-\frac{1}{3})} = -7$. $\cot \alpha = -\frac{1}{7}$.

$\cot^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{49} + 1 = \frac{50}{49}$.

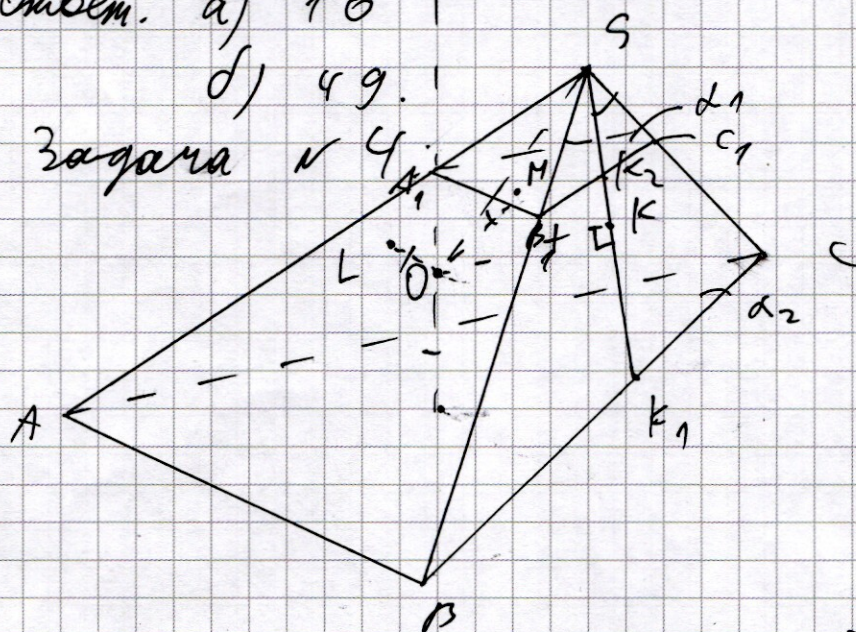
$\sin \alpha = \frac{7}{5\sqrt{2}}$.

• $S_{FCA} = \frac{1}{2} \cdot FC \cdot CA \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 7\sqrt{2} \cdot \frac{7}{5\sqrt{2}} = 49$.

Ответ: а) 10

б) 49

Задача № 4



Дано:

α_1, α_2

$S_{\alpha_1} = 4$ $S_{\alpha_2} = 4$

$S_{KSO} = ?$

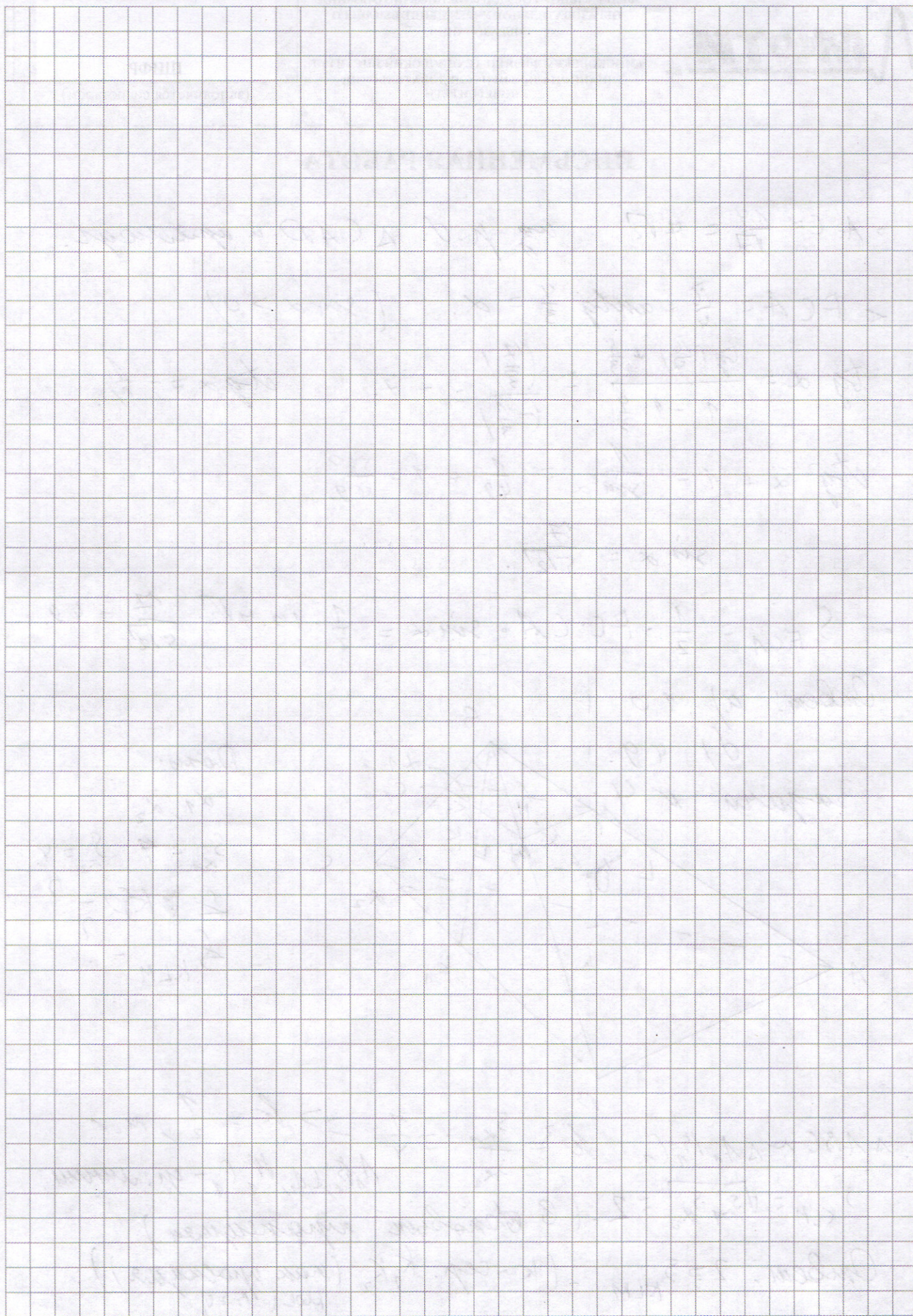
$S_{KLM} = ?$

1. $\triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$ $k^2 = \frac{S_{\alpha_1}}{S_{\alpha_2}} = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$, м.с.

$A_1 B_1, A_1 C_1, B_1 C_1$ — ср. линии.

2. $S_{KLM} = \sqrt{S_{\alpha_1} S_{\alpha_2}} = 2$. (в основ. трапеции)

Ответ: $2 = S_{KLM}$ — (к-сер. $K_1 K_2$ (как площадь)).



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

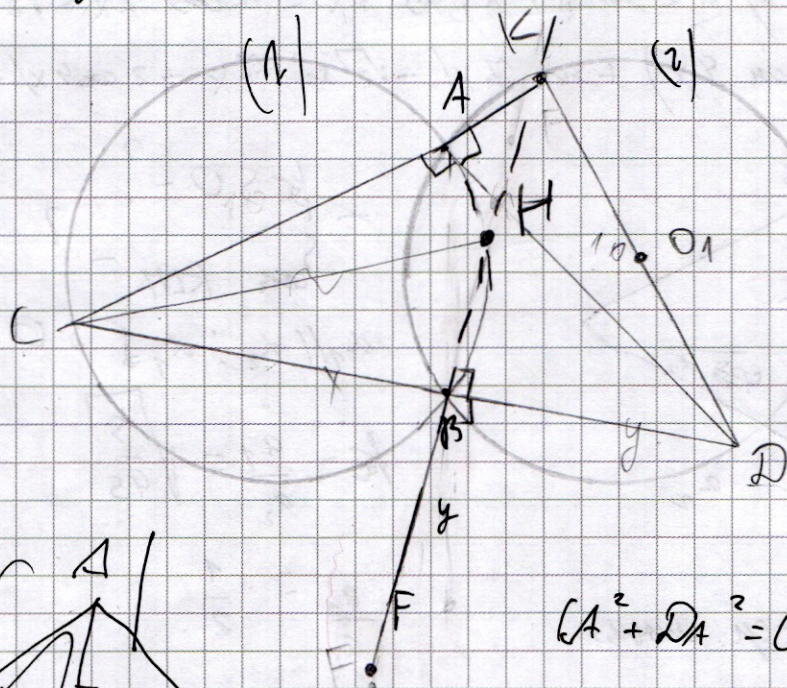
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

15.
$$\begin{cases} |y-3-x| = |y-3+x| = 6. \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = 9. \end{cases}$$

$$\frac{1}{3} + x - y \quad | \quad + \quad \frac{1}{3} - x + y \quad | \quad + \quad \frac{1}{3} - 6 = -1.6 - 2y$$

$(x_0; y_0)$ - пер. мо.

$\mu 6.$


$$R=5$$

Donno:

$\angle CAD = 90^\circ$

$$\beta F = \beta D$$

CF-7

$$D_1^2 = \cancel{B} \cdot DC$$

$$(A^2 = CB \cdot KD)$$

$$CH = KD = 10$$

$$t_g = ACD = 1 \quad ACD = \frac{\pi}{4}$$

$$CA^2 + DA^2 = CD^2 = (y+x)(y+x) = (x+y)^2$$

$$CF = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$C \approx 10\sqrt{2}$$

$$CF = \sqrt{25 \cdot 2 + 25 \cdot 2} = \sqrt{25 \cdot 4} = 10$$

$$\cos \alpha = \frac{CK}{AC} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$

SZ

$$\angle ACD = \frac{\pi}{4} = (\angle B = \frac{\pi}{4})$$

$$C \beta = \beta k = x, \text{ m. o. } \sqrt{x^2 + y^2} = kD = CF = 10$$

$$\frac{AB}{kD} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{b) } A = \frac{kD}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

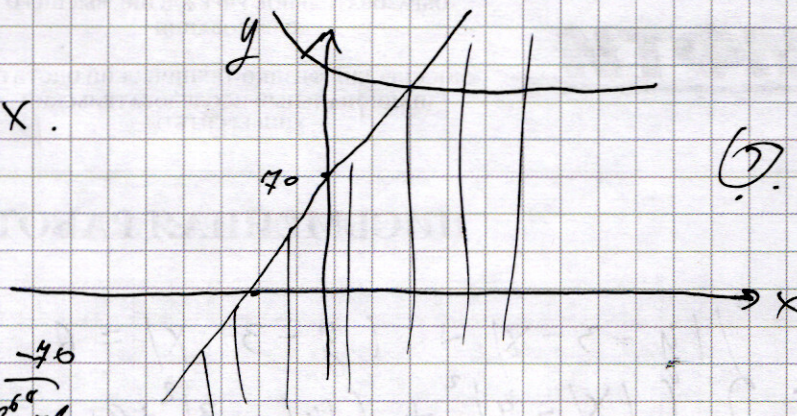
$$y \leq 70 + (2^{64} - 1)/x.$$

$$3 + 5 + 5 + 5 = 19$$

$$= \frac{19}{23+12} = \frac{19}{35}$$

доделыв.

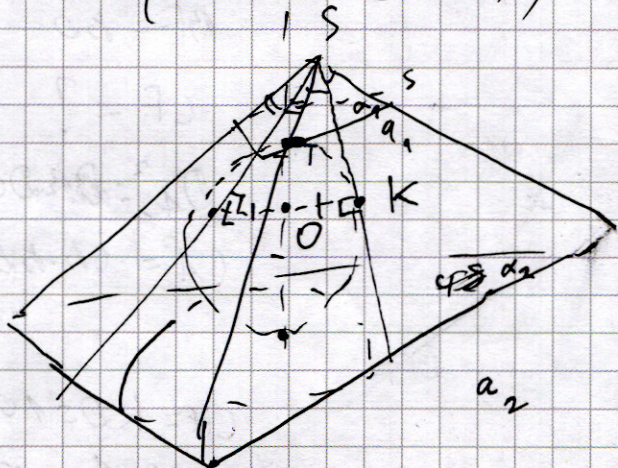
$$x = \frac{40}{2^{64}-1}$$



$$2) \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$-2 \sin(7x) \cos(4x) + 2 \sin(4x) \cos(7x) = \sqrt{2} \cos^2 7x - \sqrt{2} \sin^2 7x$$

$$\cos 7x (\sqrt{2} \cos 7x + 2 \sin 4x) + \sin 7x (-\sqrt{2} \sin 7x + 2 \cos 4x) = 0.$$



$$S = \frac{a_1 + b_1 + c_1}{2} \cdot r \quad a_1 - \text{ср. линия.}$$

$$4S = \frac{a_2 + b_2 + c_2}{2} \cdot R = (a_1 + b_1 + c_1) \cdot R = 2(a_1 + b_1 + c_1) \cdot r. \quad R = 2r$$

$$SK^2 = ST(ST + 2R_{\text{ср.}}) = ST^2 + 2R_{\text{ср.}} \cdot ST = R_{\text{ср.}}^2 + (R_{\text{ср.}} + ST)^2 - R_{\text{ср.}}^2$$

$$ST^2 + 2R_{\text{ср.}} \cdot ST = 2R_{\text{ср.}}^2 + 2R_{\text{ср.}} \cdot ST + ST^2$$

5/

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$

$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 = 3375$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 3375} \\ \underline{30} \\ 37 \\ \underline{35} \\ 25 \end{array}$$

$$675 = 125 \cdot 5 = 5^3 \cdot 5 = 5^4$$

$$3375 = 5^2 \cdot 125 = 5^5, \text{ т.е. число}$$

состоит из 5 цифр 5 и трех цифр 1.

для положения 1: $C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 56 \text{ чисел}$

№ 2. $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x.$

$$-2 \sin(7x) \sin(4x) + 2 \sin(-4x) \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$= -2 \sin(4x) (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2\sqrt{2} \sin 4x \sin(7x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$\sqrt{2} \cos(11x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$\cos(11x + \frac{\pi}{4}) - \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \cos 14x$$

$$-2 \sin(7x + \frac{\pi}{4}) \sin(4x) = \cos 14x$$

$$\sqrt{2} \cos(14x) = \sqrt{2} \cos(11x + 3x) = \sqrt{2} \cos 11x \cos 3x - \sqrt{2} \sin 11x \sin 3x$$

$$\sqrt{2} \cos 11x (1 - \sqrt{2} \cos 3x) + \sin 3x (\sqrt{2} \sin 11x + 1) - (\cos 3x - \sin 11x) = 0$$

№ 3. $\int \left(\frac{y}{x}\right)^5 e^x = y^2 e^x y$

$\begin{matrix} 003 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{matrix}$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$(x^2 - 2xy + y^2) - 4y^2 + 4y^2$$

$$(x^2 - 4xy + 4y^2) - 4y^2 + 4y^2$$

$$2x^2 - 4xy - 8x - 6y^2 + 24y = 0.$$

$$(x^2 - 4xy + 4y^2) - 4y^2 + (x^2 - 8x + 16) - 16 - 6y^2 + 24y = 0.$$

$$(x - 2y)^2 + (x - 4)^2 -$$

$$x^2 - x(2y+4) - 3y^2 + 12y = 0.$$

$$D = (2y+4)^2 - 4(-12y-3y^2) = 4y^2 + 16y + 16 - 48y + 12y^2 = 16y^2 - 32y + 16 = 16(y^2 - 2y + 1) = 16(y-1)^2$$

$$\sqrt{D} = 4|y-1|$$

$$x = \frac{2(y+2) \pm 4|y-1|}{2} = y+2 \pm 2|y-1|$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^2 \lg xy$$

$$\frac{y^5 \lg x}{y^5} = x \lg x$$

$$a^{\log_a t} = t$$

у 3

$$\lg x \lg \left(\frac{y^5}{x}\right) = 2(\lg xy)(\lg y)$$

$$\lg x = a, \lg y = b$$

$$a(5b-a) = 2(a+b)b$$

$$5ab - a^2 = 2ab + 2b^2$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases} \text{ ?}$$

$$x=y=1 \text{ не год.}$$

$$1-2-4-3+12=13-9 \neq 0$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 3\left(\frac{a}{b}\right) + 2 = 0$$

$$\left(\frac{a}{b} - 1\right)\left(\frac{a}{b} - 2\right) = 0$$

$$(a-b)(a-2b) = 0$$

$$\begin{cases} a=b \\ a=2b \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ + 36 \\ \hline 117 \end{array} \quad \begin{array}{r} 54 \\ + 63 \\ \hline 117 \end{array}$$

$$1. x=y$$

$$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$-4x^2 + 8x = 0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases} \notin \text{ODЗ: проверка...}$$

$$2. x=2y$$

$$4y^2 - 4y^2 - 8y - 3y^2 + 12y = 0$$

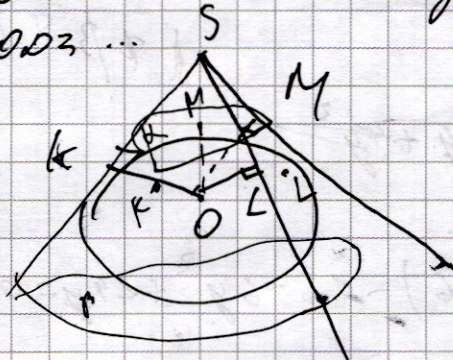
$$-3y^2 + 4y = 0$$

$$81 - 54 - 63 + 36 = 0$$

$$y=0 \notin \text{ODЗ}$$

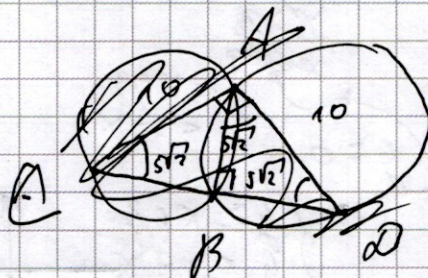
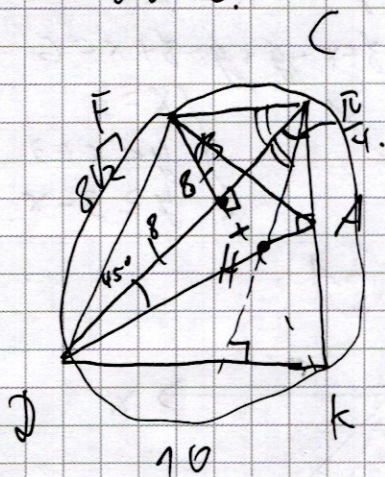
$$y = -\frac{4}{3} \notin \text{ODЗ}$$

а 4



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$S_{AFF} - ?$ совпадает ли $K \subset A$: нек.

$$BC = 6 \quad BD = 8$$
 $CD = 14$
$$A = 7\sqrt{2}$$
$$CF = 10.$$

$$\angle BCH = \text{antg } \frac{BH}{BC} = \text{antg } \frac{4}{3}$$

$$\alpha = \angle FCA = \frac{\pi}{4} + \arctan \frac{4}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{\tan \frac{\pi}{4} + \frac{4}{3}}{1 - 1 \cdot \frac{4}{3}} = \frac{\frac{7}{3}}{-\frac{1}{3}} = -7.$$

$$\sigma_y^2 = \left(\frac{1}{7} \right)^2 = 1 + \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{49}} + \frac{1}{\frac{1}{49}} - 1 = \frac{48}{49}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{49}{48}$$

 $\sin \alpha = \frac{7}{4\sqrt{3}}$

$$\sec^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{50}{49} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{49}{50} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{7}{5\sqrt{2}}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot AC-CF \sin \angle = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 16 \cdot \frac{7}{8\sqrt{2}} = \boxed{49}$$

$$\sqrt{2} \cos\left(11x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos\left(11x + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos 14x$$

$$-2 \sin(4x) \sin(17x + \frac{\pi}{4}) = \cos 19x.$$

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6. \quad (\pm x_0; y_0)$$

~~$y-3-x \geq 0$~~ NS.

всегда.

$$\begin{cases} y-3-x \geq 0 \\ y-3+x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-3-x + y-3+x = 6 \\ 2y = 12 \\ y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq x+3 \\ y \geq 3-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-3-x < 0 \\ y-3+x < 0 \end{cases}$$

$$\beta+x-y + \beta-x-y = 6$$

$$\begin{cases} y < x+3 \\ y < 3-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-3-x < 0 \\ y-3+x \geq 0 \end{cases}$$

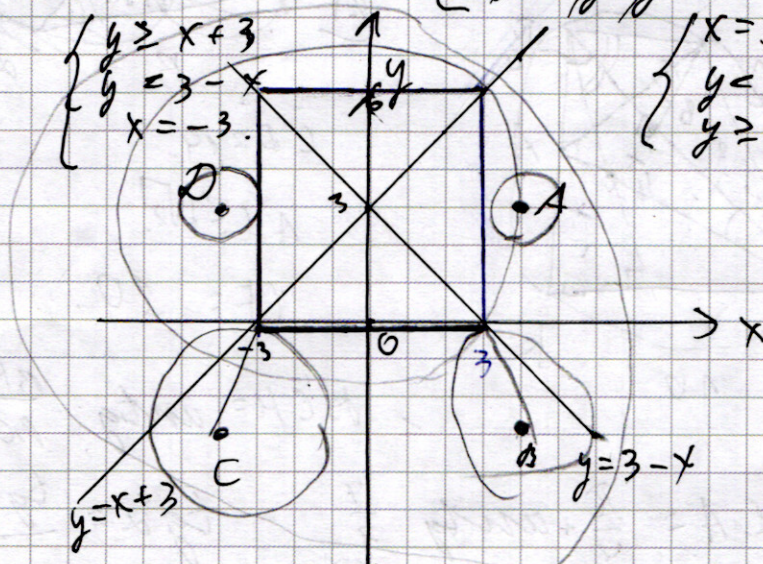
$$\beta+x-y < \beta-x-y = 6$$

$$\begin{cases} y-3-x \geq 0 \\ y-3+x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-3-x - y+3-x = 6 \\ -2x = 6 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq x+3 \\ y = 3-x \\ x = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y < x+3 \\ y \geq 3-x \end{cases}$$



1. $a = 0$: $x = \pm 4$
нет рен.

начало: 11.45

2. $a < 0$ нет рен.

3. $a > 0$: 4 вып. с $R = \sqrt{a}$.

$$\sqrt{2} \cos 14x = \sqrt{2} \cos^2 7x - \sqrt{2} \sin^2 7x.$$

$$\cos - 2 \sin 7x \cos 7x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos^2 7x - \sqrt{2} \sin^2 7x.$$

$$\cos 7x (\sqrt{2} \cos 7x + 2 \sin 4x) = \sin 7x (\sqrt{2} \sin 7x - 2 \sin 4x)$$

$$\sqrt{2} \cos(11x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$\cos(11x + \frac{\pi}{4}) = \cos 14x + \cos(3x + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos(11x + \frac{\pi}{4}) = 2 \cos(\frac{14x + \frac{\pi}{4}}{2}) \cos(\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2})$$

49
x 80
730

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos(11x + \frac{\pi}{4}) - \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \cos 14x.$$

$$-2 \sin(7x + \frac{\pi}{4}) \sin(4x) = \cos 14x.$$

$$-2 \cos 7x \sin 4x = \cos 14x.$$

$$-2 \sin 4x \cos 4x = \cos 14x.$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}.$$

$$\cos 14x - \cos(11x + \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$f'(x) = -14 \sin 14x + 14 \cos 14x - 3 \cos 3x = 0.$$

$$\cos 14x + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \cos(11x + \frac{\pi}{4})$$

$$2 \cos(\frac{2\alpha + \beta}{2}) \cos(\frac{\alpha - \beta}{2}) = \cos^2(\frac{11x + \pi}{2} + \frac{\pi}{8}) - \sin^2(\frac{11x + \pi}{2} + \frac{\pi}{8})$$

$$\cos \alpha + \sin \beta = \sin \alpha - \cos \beta = \sqrt{2} \cos(\alpha + \beta)$$

$$\alpha = 11x$$

$$\beta = 3x.$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = \cos(\alpha + \beta - \frac{\pi}{2}) = \cos(\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta)) = \sin(\alpha + \beta).$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha.$$

$$\cos \alpha (1 - \sin \beta) = \cos \beta (\sin \alpha + 1)$$

$$\alpha = 3x + \frac{\pi}{4}$$

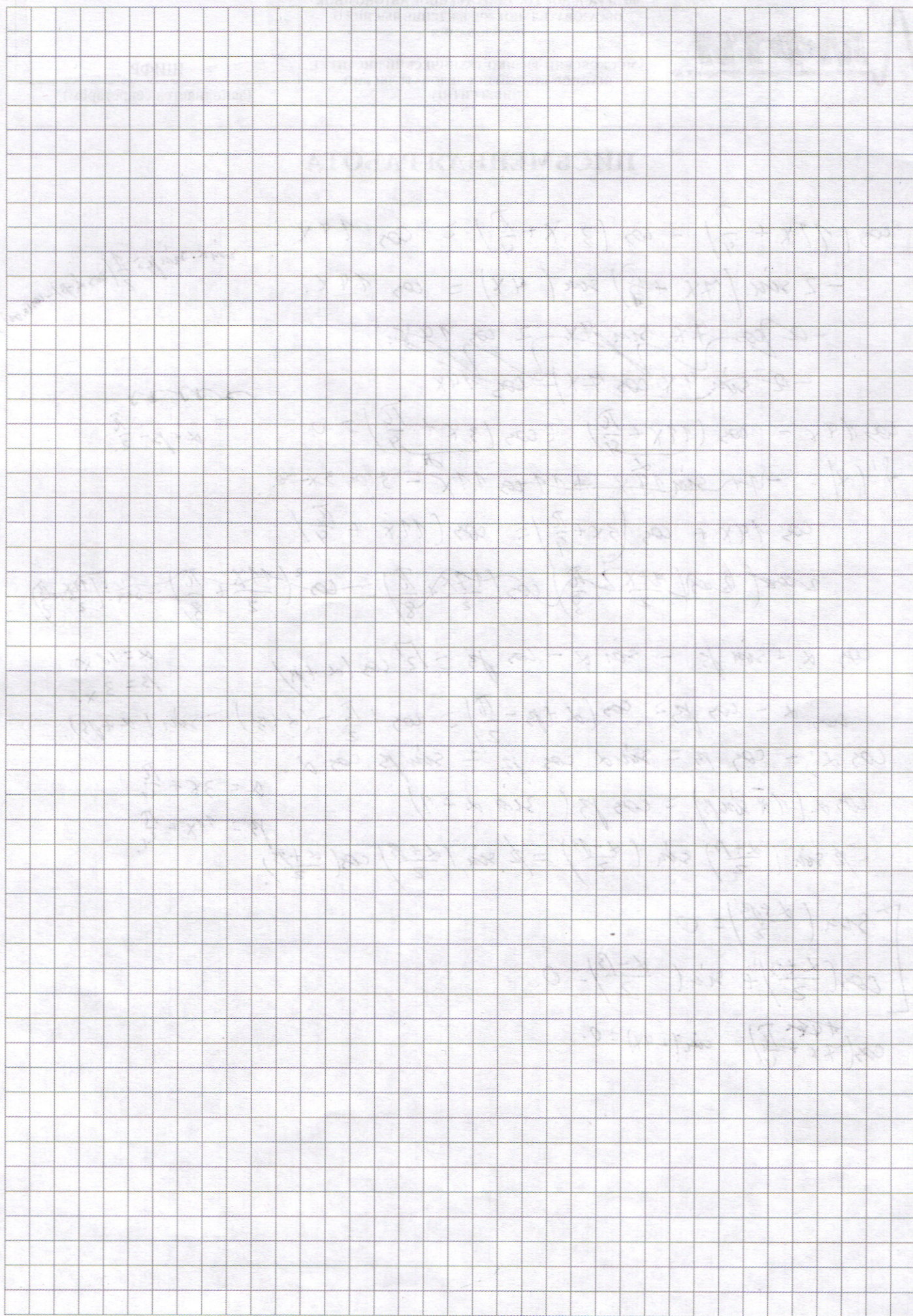
$$\beta = 11x + \frac{\pi}{4}$$

$$-\sqrt{2} \sin(\frac{\alpha + \beta}{2}) \sin(\frac{\alpha - \beta}{2}) = \sqrt{2} \sin(\frac{\alpha + \beta}{2}) \cos(\frac{\alpha + \beta}{2})$$

$$\sin(\frac{\alpha + \beta}{2}) = 0$$

$$\cos(\frac{\alpha + \beta}{2}) + \sin(\frac{\alpha - \beta}{2}) = 0.$$

$$\cos(7x + \frac{\pi}{4}) \sin(-4x) = 0.$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)