

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Зададим число 64827

$$64827 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

Кратно 7, так как наибольшее возмозможное число ≥ 7 пока цифра = 9 $\Rightarrow$ в этих возмозможных числах обязательно будет 4 семерки и 1 единица.

Из оставшихся 3 получим только

9

Будем перебирать все варианты по количеству

9

9-0

Все три использованы
Каждый цифр следующий:

1 3 3 3 7 7 7 7

Количество чисел - кол. перестановок

$$\text{кол. пер} = \frac{8!}{4!3!} = 280$$

9-1

Решено 3 использованы

в 9

Каждый цифр следующий

1 1 3 7 7 7 7 9

Количество чисел - кол. перестановок

$$\text{кол. пер} = \frac{8!}{4!2!} = 840$$

9-2

использованы

Значит, ответом будет $280 + 840 = 1120$

Ответ: 1120

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ ((|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a) \end{cases}$$

Если $x+y \geq -8$ и $x-y \geq -8$, то

$$x+y+8 + x-y+8 = 16$$

$$2x = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow y \geq -8 \text{ и } -y \geq -8 \Rightarrow$$

$$y \in [-8; 8]$$

$$8^2 + (|y|-15)^2 = a$$

$$(|y|-15)^2 = a - 8^2$$

значит, если $a = 8^2$, то $|y|$ должно быть равно 15;

но не получится $y \in [-8; 8]$. Значит:

если $a \in [8^2 + 7^2; 8^2 + 15^2]$, то есть два решения

$$|y| = \pm \sqrt{a - 8^2} + 15, \quad |y| \in [0; 8]$$

т.к. y должно $\in [-8; 8]$, а корень выра-

жения не отрицательное значение, то

$$|y| = -\sqrt{a - 8^2} + 15$$

Если $a \in [8^2 + 7^2; 8^2 + 15^2]$ то будут два решения

$$x = 0$$

$$\text{и } x = 0$$

$$y = -\sqrt{a - 8^2} + 15$$

$$y = -(-\sqrt{a - 8^2} + 15)$$

Если $a \geq 8^2 + 15^2$, то будет только одно решение

$$x = 0$$

$$y = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если $x+y \geq -8$ и $x-y \leq -8$, то

$$\sqrt{x+y+8} - \sqrt{x-y-8} = 16$$

$$2y = 16$$

$$y = 8$$

$$x \geq -8$$

$$x-8 \leq -8 \quad x \leq 0$$

Значит $y=8$, $x \in [-8; 0]$

$$(|x|-8)^2 + y^2 = a$$

$$(|x|-8)^2 = a - y^2$$

$$|x|-8 = \pm \sqrt{a - y^2}$$

$$|x| = \pm \sqrt{a - y^2} + 8 \quad \uparrow \quad |x| \in (0; 8]$$

т.к. нужно $x \in [-8; 0]$ а корни возвращают

~~целые~~ неотрицательные значения

$$\text{то } |x| = -\sqrt{a - y^2} + 8$$

Если $a \geq y^2$, то одно значение

$$x \geq 8$$

$$y = 8$$

Если $a \notin (y^2; y^2 + 8^2)$, то будут

одно значение

Если $x+y \geq -8$ и $x-y < -8$, то

$$x+y - (x-y) = 16$$

$$2y = 16$$

$$y = 8$$

$$x+y \geq -8; \text{ то } x \in [-16; 0)$$

$$x-y < -8$$

$$(|x-8|)^2 + y^2 = a$$

$$|x-8| = \pm \sqrt{a-y^2}$$

$$|x| = \pm \sqrt{a-y^2} + 8$$

$$x \in [-16; 0] \Rightarrow |x| \in (0; 16]$$

Если $a = y^2$, то будет только одно решение

$$|x| = 8$$

$$x = -8$$

$$y = 8$$

Если $a \in (y^2; y^2 + 8^2)$, то

будет два решения

$$|x| = -\sqrt{a-y^2} + 8 \quad y=8 \Rightarrow x = -8 + \sqrt{a-64}$$

$$|x| = \sqrt{a-y^2} + 8 \quad y=8 \quad x = -8 - \sqrt{a-64}$$

Если $a \geq y^2 + 8^2$, то

$|x| = 16 \Rightarrow x = -16 \quad y=8 \Rightarrow$ это будет ^{единственной} ~~только~~ ^{точкой}

Если $x+y < -8$ и $x-y \geq -8$, то

$$-(x+y) - (x-y) = 16$$

$$-2y = 16$$

$$y = -8$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x - 8 < -8 \Rightarrow x < 0 \quad x \in (-16; 0)$$

$$x + 8 \geq -8 \Rightarrow x \geq -16$$

Можно заметить, что это аналогично предыдущему
и если отнять x от обеих частей
неравенств, $\Rightarrow a \geq 4^2 \Rightarrow a \geq 16$ — решение
 $a \in (4^2; 4^2 + 8^2)$ — 2 решения
 $a = 4^2 + 8^2$ — 1 решение

Если $x + y < -8$ и $x - y < -8$, то

$$-x - y - 8 = -x + y - 8 = 16$$

$$-2y = 32$$

$$y = -16$$

$$-16 + y < -8 \quad y < 8$$

$$-16 - y < -8 \quad -8 < y$$

$$y \in (-8; 8)$$

$$8^2 + (|y| - 15)^2 = a$$

$$(|y| - 15)^2 = a - 8^2$$

$$|y| - 15 = \pm \sqrt{a - 8^2}$$

$$|y| = \pm \sqrt{a - 8^2} + 15$$

т. к. $|y|$ возвращает неотрицательное значение

и $y \in (-8; 8) \Rightarrow |y| \in [0; 8]$; то

$$|y| = -\sqrt{a - 8^2} + 15$$

Если $a = 8^2 + 15^2$, то будет только одно
решение $x = -16$ $y = 0$

Если $a \in (8^2 + 4^2; 8^2 + 15^2)$, то будет фактически

$$x = -16$$

$$x = -16$$

$$y = -15 + \sqrt{a^2 - 8^2}$$

$$y = 15 - \sqrt{a^2 - 8^2}$$

$\begin{matrix} \text{2 рен} & \text{4 рен} & \text{2 рен} \\ \text{не решается} & \text{4 рен} & \text{не решается} \end{matrix}$

~~Отсюда $a \in (8^2 + 4^2; 8^2 + 15^2)$ и $a \in (8^2 + 15^2; 8^2 + 4^2)$~~

$$a = 4^2$$

$$a = 8^2 + 15^2$$

Ответ: $a = 4^2; a = 8^2 + 15^2$

$$v3 \left\{ \left(-\frac{x^4}{y} \right) \ln(-y) = x^2 \ln(4y^2) \right\} \textcircled{1}$$

$$\left\{ y^2 + 2by - 3x^2 + 12bx + 4y = 0 \right\} \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - 3x^2 + x(2y + 12) + 4y + y^2 = 0$$

$$D = 4y^2 + 48y + 144 + 48y + 12y^2$$

$$= 16y^2 + 96y + 144 = (4y + 12)^2$$

$$x_1 = \frac{-2y - 12 \pm (4y + 12)}{-6}$$

$$x = \frac{-2y - 12 \pm (4y + 12)}{-6}$$

Рассмотрим первое слагаемое

$$\ln(-y) \geq y < 0 \quad x^2 \ln(4y^2) \geq x > 0$$

Если $y \geq -3$ и $y < 0$, то

$$x_1 = \frac{-2y - 12 + 4y + 12}{-6} = \frac{2y}{-6} = -\frac{y}{3} \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x_2 = \frac{-2y - 12 - 4y + 12}{-6} = \frac{-6y - 2y}{-6} = \frac{6y + 2y}{6} =$$

$$= y + \frac{1}{3} > 0 \quad y > -\frac{1}{3}$$

Если $y > -\frac{1}{3}$ $y < 0$

$$x_1 = \frac{-y}{3} \Rightarrow y = -3x_1$$

$$x_2 = y + \frac{1}{3} \quad y = x_2 - \frac{1}{3}$$

Если $y < -\frac{1}{3}$

$$x_1 = \frac{-2y - 12 - 4y - 12}{-6} = y + \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{-2y - 12 + 4y + 12}{-6} = \frac{2y}{-6} = -\frac{y}{3} \Rightarrow y = -3x$$

Если $y = -3x$

подставим в первое

$$-\frac{x}{3} \ln 3x$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)$$

$$\frac{1}{3}$$

$$x = \ln x$$

$$\left(\frac{\ln x}{\ln 3}\right)$$

$$\ln 3x$$

$$= x$$

$$2 \ln 9x^3$$

Получается

$$y = -3x \quad \text{или} \quad y = x - \frac{1}{3}$$

$$x > 0 \quad 2 \ln(9x^3)$$

$$y = x - \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow K(0, \frac{1}{3})$$

$$\left(\frac{e^{6 \ln x}}{e^{\ln 3}} \right)^{\ln 3x} = e^{\ln x \cdot 2 \ln 9x^3}$$

$$e^{\ln 3x(6 \ln x - \ln 3)} = e^{\ln x \cdot 2 \ln 9x^3} \Rightarrow$$

$$\ln 3x(6 \ln x - \ln 3) = \ln x \cdot 2 \ln 9x^3$$

$$(\ln 3 + \ln x)(6 \ln x - \ln 3) = \ln x \cdot 2(\ln x^3 + 9)$$

$$\ln x = t \quad t > 0$$

$$(\ln 3 + t)(6t - \ln 3) = t \cdot 2(3t + 9)$$

$$\ln 3 = 0$$

$$(0 + t)(6t - 0) = t \cdot 2(3t + 20)$$

$$6t^2 - 0^2 + 6t^2 = 6t^2 + 40t$$

$$2t^2 - 0^2 = 0$$

$$t = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0}}{2 \cdot 2} = 0$$

$$t = \frac{0}{2} \Rightarrow \ln x = \frac{\ln 3}{2} \Rightarrow x = e^{\frac{\ln 3}{2}}$$

$$6t^2 - 0^2 + 6t^2 - 0t = 6t^2 + 40t$$

$$t^2 = 0^2$$

$$t = 0 \Rightarrow \ln x = \ln 3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = -9$$

Опровержение

$$x = 3$$

$$y = -9$$

Сили $y = x - 9$ но $x=0, y=9$

$$\left(\frac{-x^4}{x-9} \right)^{\ln(4-x)} = x^{2 \ln(x \cdot (x-9)^2)}$$

$$\left(\frac{x^4}{4-x} \right)^{\ln(4-x)} = x^{2 \ln(x \cdot (4-x)^2)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$e^{(7 \ln x - \ln(4-x)) \cdot \ln(4-x)} = e^{\ln x \cdot 2(\ln x + \ln(4-x))^2}$$

$$\ln x = t \quad t > 0$$

$$\ln(4-x) = 0 \quad 0 > 0$$

$$e^{(7t-0) \cdot 0} = 2t(t+20)$$

$$70t - 0^2 = 2t^2 + 2 + 20t$$

$$2t^2 + 30t + 0^2 = 0$$

$$D = 90^2 - 80^2 = 0^2$$

$$t_1 = \frac{30 + |0|}{4}$$

Получаем:

$$t_2 = \frac{30 - |0|}{4}$$

$$1) \ln x = \ln(4-x) \Rightarrow$$

$$x = 4-x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = -2$$

не подходит:

$$2) \ln x = \frac{1}{2} \ln(4-x) \quad x > 0$$

$$\ln x^2 = \ln(4-x)$$

$$x^2 = 4-x$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad y = \frac{-1 + \sqrt{17} - 4}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

не подходит
т.к. $x < 0$

не подходит

не подходит
т.к. $x \notin (0; 4)$

$$\left(\frac{-x^4}{x+4}\right) \ln(4-x) = x^2 \ln(x \cdot (x^2 - 8x + 16))^{2-4}$$

$$\left(\frac{x^2}{x+4-x}\right) \ln(4-x) = 2 \ln(x(b-4)^2)$$

$$x \in (0, 4)$$

$$e^{(4 \ln x - \ln(4-x)) \ln(4-x)} = e^{\ln x \cdot 2 \cdot \ln(4-x)}$$

$$\text{Пусть } t = \ln x \quad t > 0$$

$$0 = \ln(4-x) \quad 0 > 0$$

$$e^{0 \cdot (4t-0)} = e^{2t \cdot (t+20)}$$

$$0(4t-0) = 2t^2 + 20t$$

$$40t - 0^2 = 2t^2 + 20t$$

$$2t^2 - 50t + 0^2 = 0$$

$$D = 250^2 - 80^2 = 170^2$$

$$t = \frac{50 \pm 10\sqrt{17}}{4}$$

$$t = \frac{50 - 10\sqrt{17}}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Значит подкоряет следующие
пары

$$x = 3 \quad \text{и} \quad x = \frac{-1 + \sqrt{14}}{2}$$

$$y = -9$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{14}}{2} - 4$$

Отсюда: $x = 3, y = -9; x = \frac{-1 + \sqrt{14}}{2}, y = \frac{-1 + \sqrt{14}}{2} - 4$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \cos 4x + \cos 3x + \sin 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \\ & \cos 4x \cdot \cos 3x - \sin 4x \cdot \sin 3x + \cos 3x - \sin 3x + \sin 4x \cdot \cos 3x = 0 \\ & + \cos 4x \sin 3x + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0 \\ & \cos 4x (\cos 3x - \sin 3x) + \cos 3x - \sin 3x + \sin 4x \\ & (\cos 3x - \sin 3x) + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0 \\ & (\cos 3x - \sin 3x) (\cos 4x - \sin 4x + 1) + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0 \end{aligned}$$

пусть $\cos 4x = 0$; если $\cos 3x \geq 0$

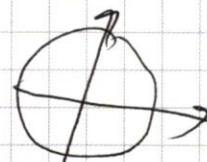
$\cos 3x = 1$ или $\sin 3x \leq 0$

и $\sin 4x \geq 0$; то

$$(1 - 1)$$

$$(1 - 1) (\cos 4x - \sin 4x + 1) + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x (\cos 3x + \sin 3x + \sqrt{2}) + (\cos 3x - \sin 3x) \cdot (\sin 4x)$$



$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cdot (\cos 4x - 3x)^2$$

$$= \sqrt{2} (\cos 7x \cdot \cos 3x + \sin 7x \cdot \sin 3x)^2$$

$$\cos 4x$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin(4x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \sin \frac{4x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos 5x +$$

$$2 \cdot \sin 2x + \frac{\pi}{4} \cdot \cos 5x$$

$$\sqrt{2} \sin$$

$$2 \cdot \sin 2x + \frac{\pi}{4} \cdot \sin 5x$$

$$2 \cdot \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\sqrt{2} \cdot (2 \cdot \cos^2 2x - 1) + 2 \cdot \cos 5x$$

$$\cos 5x \cdot \cos x + \sin 5x \cdot \sin x + x + \sqrt{2}xy + y = 0$$

$$+ 4 \cos 8x + \cos 2x +$$

$$x = 2y^2 + 4y^2 = 6y^2$$

$$\sqrt{2} (\cos 6x + \cos 4x) + 2 \cdot (-\cos 6x + \cos 4x) + \frac{1}{2}$$

$$\cos 4x \cdot \cos 3x + \sin 4x \cdot \sin 3x + \cos 3x + \sin 4x \cdot \cos 3x + \cos 4x \cdot \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} (\cos 7x \cdot \cos 3x + \sin 7x \cdot \sin 3x) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2) \cos 4x + \cos 3x + \sin 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin(4x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cancel{\sin 4x} + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos(4x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$4x - \frac{\pi}{4} + 3x + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = 7x - \frac{\pi}{2}$$

$$\cos(3x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(4x - \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x + \sin(3x + \frac{\pi}{4}) \cdot \sin(4x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos(3x + \frac{\pi}{4}) \cdot (\sin 4x + \cos(3x + \frac{\pi}{4})) + \cos 4x - \sin(3x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x (1 + \sin(3x + \frac{\pi}{4})) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) \cdot (\sin 4x + 1) = 0$$

$$\sin(3x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos 4x + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) \cdot \sin 4x + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x (\sin(3x + \frac{\pi}{4}) + 1) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) (\sin 4x + 1) = 0$$

Пусть $\cos 4x = t$

$$\cos(3x + \frac{\pi}{4}) = y$$

Если $\sin(3x + \frac{\pi}{4}) \geq 0$

$$4 \sin 4x \geq 0, \text{ то}$$

$$t^2 (1 - y^2 + 1 + 2\sqrt{1 - y^2}) + y^2 (1 - t^2 + 2t) + (-\sqrt{1 - y^2} + 1) + y(\sqrt{1 - t^2} + 1) = 0$$

Видно, что $y \neq 0$ Если наоборот $\sin(3x + \frac{\pi}{4}) < 0$

y и t — некоторые действительные $\Rightarrow y \neq 0$

выдаются значения

$$t(\sqrt{1-y^2}+1) + y(\sqrt{1-t^2}+1) = 0$$

$$t\sqrt{1-y^2} + t + y\sqrt{1-t^2}$$

$$t(\sqrt{1-y^2}+1) = -y(\sqrt{1-t^2}+1)$$

Если $y \neq t$, то это уравнение не выполняется

$$t = \sqrt{1-y^2} \text{ и } y = t = 0$$

$$\sqrt{1-y^2}(\sqrt{1-y^2}+1) = -y(\sqrt{1-t^2}+1)$$

$$\cos 4x = -\cos(3x + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 4x = \cos(3x + \frac{\pi}{4} + \pi)$$

$$\cos 3x = \cos(4x - \pi)$$



$$\cos 4x = -\cos(3x + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 4x = \cos(\pi - (3x + \frac{\pi}{4}))$$

$$4x = \pi - 3x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi + 8\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$$

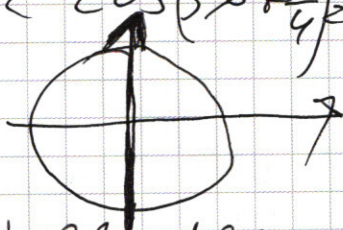
$$4x = 3x + \frac{\pi}{4} - \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Если $t = 0$ и $y = 0$

$$\cos 4x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos(3x + \frac{\pi}{4}) = 0$$



$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n - \frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

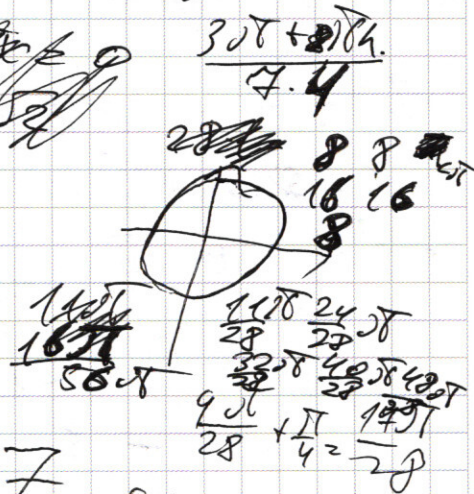
$$\frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$\frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$\frac{3\pi}{2} + 3\pi n = \pi + 4\pi n$$

Мет решения
мет пересечения

$$\frac{2(3+8n)}{7}, \frac{3\pi+8\pi n}{7}, \frac{3\pi+8\pi n}{7}, \frac{3\pi+8\pi n}{7}$$



$$\sin 4x \geq 0$$

$$\sin(3x + \frac{\pi}{4}) \geq 0$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$\sin 3x \geq 0; m$
 $\sin 4x \geq 0; m$

~~3x~~

$$t(-\sqrt{1-t^2} + 1) + y(\sqrt{1-t^2} + 1) = 0$$

$$\begin{cases} t \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases} \quad t(-\sqrt{1-t^2} + 1) + t(\sqrt{1-t^2} + 1) = 0$$

~~3x~~

$$t + y + y\sqrt{1-t^2} - t\sqrt{1-t^2} = 0$$

~~Onbena:~~ $\frac{3\pi + 8\pi n}{4} - \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$
 $k \in \mathbb{Z}$
 $\frac{3\pi + 8\pi n}{4}; n \in \mathbb{Z}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r|l} 64827 & 3 \\ 21609 & 3 \\ 7203 & 3 \\ 2401 & 7 \\ 343 & 7 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & 7 \end{array}$$

$$7777$$

$$\frac{5.6.7.8}{3.2}$$

$$\frac{5.6.7.8}{2}$$

$$\begin{array}{r} x^2 \\ x \quad 2401 \\ \quad 24 \\ \quad 16807 \\ \quad 4802 \\ \quad 64827 \end{array} \quad -3x^2 + 12x(12+24) + 49 + 9^2 = 0$$

$$123456789 = 144 + 484 + 49^2 + 484 + 129^2$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12xy + 9 = 0 \Rightarrow 144 + 96y + 49^2$$

$$(y+2)^2 - y - 3x^2 - 12x + 2xy = 0$$

$$(y+2)^2 - y - 3(x^2 + 4x + 4) + 12 + 2xy = 0$$

$$(y+2)^2 - 3(x+2)^2 + 8 + 2xy = 0$$

$$x^2 - 2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$x^2 - 2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$840$$

$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = \sqrt{2} \cdot \sin(4x + \frac{\pi}{4})$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x \cdot \cos 5x$$

$$2(\cos(5x - 2x))$$

$$5 \cos 5x$$

$$\left(\frac{-x^7}{5}\right)^{\ln(-5)} = x^2 \ln(x+5^2)$$

$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 7x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos(4x+3x) = \cos 4x \cdot \cos 3x - \sin 4x \cdot \sin 3x$$

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{2x} \sin 4x \cdot \cos 3x + \sin 3x \cdot \cos 4x$$

$$y \leq 93 + 3(3^{2x} - 1)x$$

$$\left(-\frac{x^4}{y}\right)^{\ln(-y)} = y^2 \ln(xy^2)$$

$$\sqrt{2} \cdot (2\cos^2 x - 1)$$

$$\begin{aligned} x > 0 & \quad \sqrt{2} \sin\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \\ y < 0 & \quad \sin 4x \cdot \cos 3x + \frac{\pi}{4} + \cos 4x \cdot \sin 3x + \frac{\pi}{4} + \cos 4x = 0 \end{aligned}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$\cos 4x (\sin 3x + 1) + \cos 3x (\sin 4x + 1) = 0$$

$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x \cdot \cos x - \sin 4x \cdot \sin x = 0$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

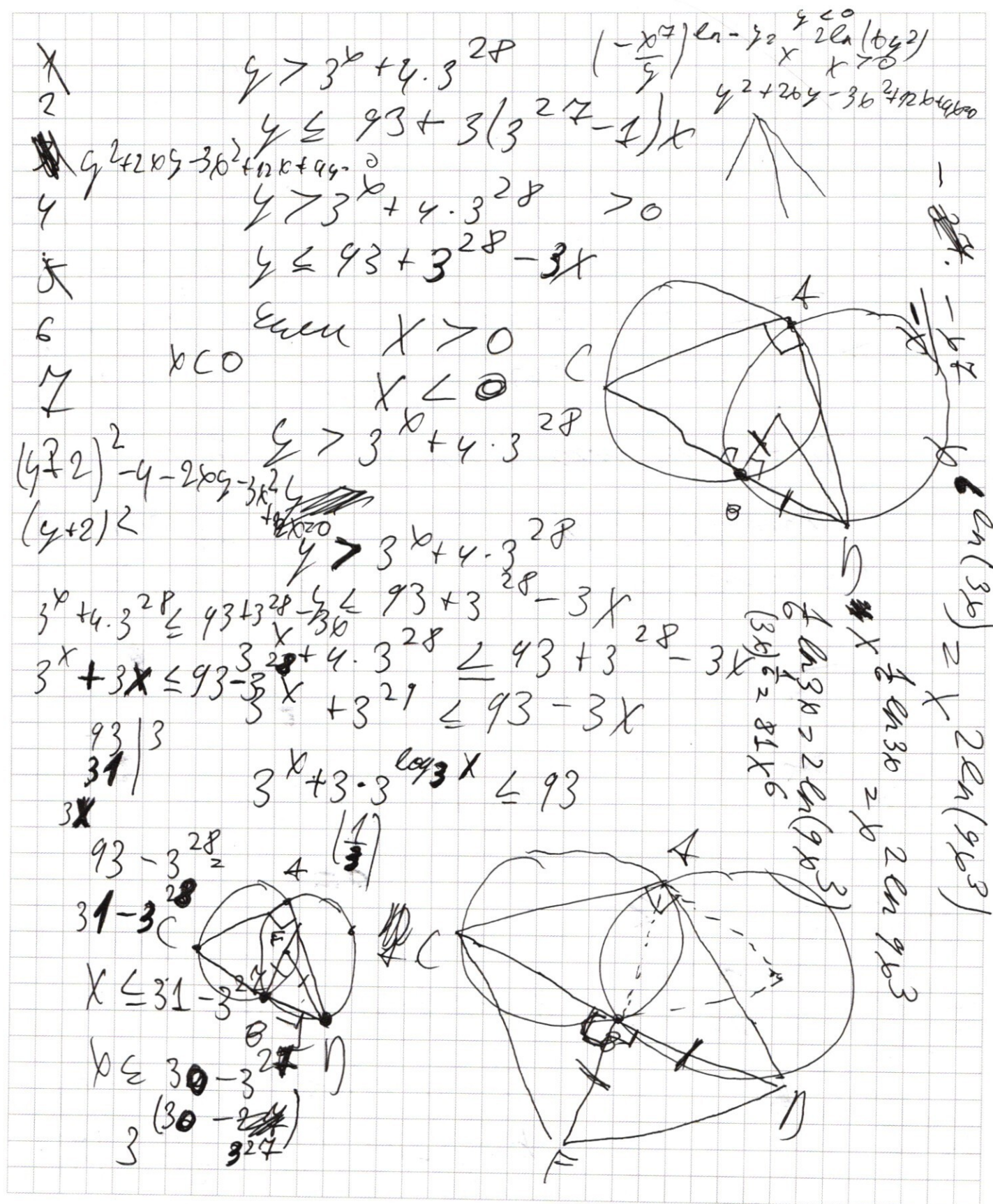
$$\begin{aligned} y^2 + (y+2)^2 - 4 & \quad x^2 \ln x + 4 \ln |y| \\ & \quad \cos 4x \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x - \frac{\pi}{4} - 3x + \frac{\pi}{4} & \\ y^2 - 3x + \frac{\pi}{4} & \\ & = 4x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) & \\ \sqrt{2} \cos 3x & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 7x + \cos 7x \cos 4x + \sin 4x \cdot \sin 7x & \\ + \sin 7x + \sin 4x \cdot \cos 4x - \sin 4x \cdot \cos 7x & \\ + \sqrt{2} \cos 4x & \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{aligned}
 & 1) \quad a \in \mathbb{R}^2 + \mathbb{R}^2: p^2 + 15^2 - q^2 \text{ делится на } 2 \\
 & 2) \quad a \in \mathbb{R}^2 + \mathbb{R}^2: p^2 + 15^2 - q^2 \text{ делится на } 2 \\
 & 3) \quad a \in \mathbb{R}^2 - \text{одно слагаемое} + 1 \\
 & 4) \quad a \in (\mathbb{R}^2: \mathbb{R}^2 + 8^2) - q^2 \text{ делится на } 2 \\
 & 5) \quad a \in \mathbb{R}^2 + 7^2 - \text{одно слагаемое} + 1 \\
 & 6) \quad a \in \mathbb{R}^2 + 15^2 + 1 \\
 & 7) \quad a \in (\mathbb{R}^2: \mathbb{R}^2 + 15^2) + 2 \\
 & 8) \quad a \in \mathbb{R}^2 + 15^2 + 1 \\
 & 9) \quad a \in \mathbb{R}^2 + 15^2 + 1 \\
 & 10) \quad a \in \mathbb{R}^2 + 15^2 + 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 3x + 4 \cdot 3^{28} \leq 93 + 3(3^{28} - 1)x \\
 & 3x + 4 \cdot 3^{28} \leq 93 + 3^{28}x - 3x \\
 & 3x + 3x \leq 93 + 3^{28}(x - 4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2x \geq 0 \\
 & x \geq 0 \\
 & 47 - 8 \\
 & -4 \geq -8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & b = \sqrt{15^2 - 15^2} = 0 \\
 & x + y \geq -8 \\
 & x - y \geq -8 \\
 & x + y + 8 + x - y + 8 = 16 \\
 & |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16 \\
 & b = \sqrt{15^2 - 15^2} = 0
 \end{aligned}$$