МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6 ШИФІ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12, \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x = y - 4 \qquad y \in (0;4)$

$$\left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = \cancel{(-x)^{\lg(-xy)}} \qquad (4-y)^{\lg(y(4-y))}$$

$$\frac{(4-y)^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = (4-y)^{\lg y + \lg(4-y)}$$

$$\frac{(4-y)^{3\lg y}}{y^{2\lg y}} = \cancel{(4-y)^{\lg y}} \cdot (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$(4-y)^{3\lg y - \lg(4-y)} = y^{2\lg y}$$

$$(3\lg y - \lg(4-y))\lg(4-y) = 2\lg^2 y$$

$$\left(3\lg y - \frac{\lg 4}{\lg y}\right)\frac{\lg 4}{\lg y} = 2\lg^2 y$$

$$\lg y \;\lg\left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right) = (\lg y + \lg(4-y))(\lg(4-y))$$

$$\lg y\,(\lg(y-4)^4 - \lg y^2) = \lg y \cdot \lg(4-y) + \lg^2(4-y)$$

$$\lg y\,(4\lg(4-y) - 2\lg y) = \lg y\,\lg(4-y) + \lg^2(4-y)$$

$$4\lg y\,\lg(4-y) - 2\lg^2 y = \lg y\,\lg(4-y) + \lg^2(4-y)$$

$$3\lg y\,\lg(4-y) = 3\lg^2 y$$

Пусть $\lg y = a$, тогда $\lg(4-y) = b$

$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$

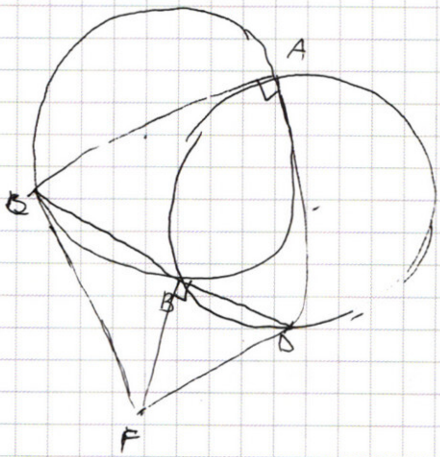
$D = 9b^2 - 8b^2 = b^2$, $\left[\begin{array}{l} a = \frac{3b-b}{4} = \frac{b}{2} \\ a = \frac{3b+b}{4} = b \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \lg y = \frac{\lg(4-y)}{2} \\ \lg y = \lg(4-y) \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} y^2 = 4-y \\ y = 4-y \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} y^2+y-4 = 0 \quad (1) \\ y = 2, \text{ тогда } x = -2 \end{array}\right.$

(1) $D = 1+16 = 17$, $\left[\begin{array}{l} y = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} - \varnothing, \text{ т.к. } y \in (0;4) \\ y = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} +, \text{ тогда } x = \frac{-9+\sqrt{17}}{2} \end{array}\right.$

Ответ: $(-4;2)$; $(-2;2)$; $\left(\frac{-9+\sqrt{17}}{2}; \frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)$

№6



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y = -\frac{x}{2}$

$y = x+2$

$x = -2y$

$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$

$2^{\log_3 2}$ $3^{\log_4 2} =$

$= 2+$

$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$

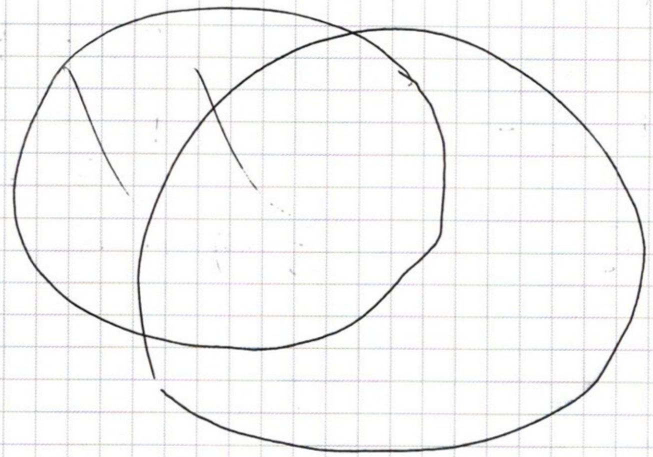
$\cancel{\log_c a} \cdot \log_c b = \log_c b \cdot \log_c a$

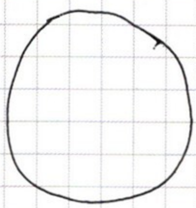
$(4y)^{\lg y^2} = (2y)^{\lg(2y^2)}$

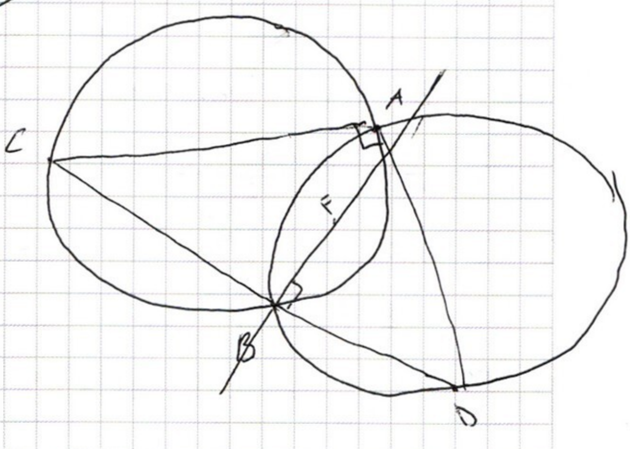
$a^{\log_c b} = \log_b a \cdot \log_c b = \log_b a \cdot \frac{\log_a b}{\log_a c} = -\log_c a$

$\begin{cases} y>0 \\ x<0 \end{cases}$ $xy<0$

$x \in (0; -2)$







☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№2

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$2\cos 5x \cos 2x - 2\sin 5x \cos 2x = \sqrt{2}\cos 10x$, $2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}\,\times$

$\times \cos 10x$, $2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x)$,

$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x)$,

$(\cos 5x - \sin 5x)(2\cos 2x - \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x)) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 5x = \sin 5x, \quad \cos 5x \neq 0 \\ \cos 2x - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 5x\right) = 0 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \operatorname{tg} 5x = 1 \\ \cos 2x - \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \ k \in \mathbb{Z} \\ -2\sin\frac{2x - 5x + \frac{\pi}{4}}{2}\sin\frac{2x + 5x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}k, \ k \in \mathbb{Z} \\ \sin\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \\ \sin\frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}k, \ k \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi n, \ n \in \mathbb{Z} \\ \frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi m, \ m \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}k, \ k \in \mathbb{Z} \\ 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z} \\ 7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m, \ m \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}k, \ k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n, \ n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi m, \ m \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

Ответ: $\frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}k, k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n, n \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi m, m \in \mathbb{Z}$

№1

$16875 = 5^4 \cdot 3^3$ — — — — — — — —

I случай, когда в 8-значном числе 5 – 4 штуки, 3 – 3 штуки, 1 – 1 штука

Тогда $8 \cdot C_7^4$ это кол-во чисел.

$8 \cdot \frac{7!}{4!\,3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 3} = 8 \cdot 35 = 280$.

II случай 5 – 4 штуки, 3 – 1 штука, 9 – 1 штука и 1 – 2 штуки.

Тогда $8 \cdot 7 \cdot C_6^4$ это кол-во чисел

$56 \cdot \frac{6!}{4!\,2!} = \frac{5 \cdot 6}{2} \cdot 56 = 15 \cdot 56 = 840$ Ответ: 1120

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

Заметим, что $\begin{cases} y>0 \\ xy<0 \end{cases}$ $\begin{cases} y>0 \\ x<0 \end{cases}$

$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$, $x^2 + x(4+y) - 2y^2 + 8y = 0$

$D = (y+4)^2 + 8y^2 - 32y = (3y-4)^2$

$$\left[\begin{array}{l} x = -2y \quad (1) \\ x = y-4 \end{array}\right.$$

(1) $x = -2y$

$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2}$

$\lg y \lg 16y^2 = \lg 2y^2 \lg 2y$, $\lg y(\lg 16 + \lg y^2) = (\lg 2 + \lg y^2)(\lg 2 + \lg y)$,

$4\lg 2 \lg y + \cancel{2\lg^2 y} = \lg^2 2 + \lg y \lg 2 + 2\lg y \lg 2 + \cancel{2\lg^2 y}$

$\lg 2 \lg y = \lg^2 2 \Rightarrow y = 2$, тогда $x = -4$

(2) $x = y-4 \Rightarrow y \in (0;4)$

$\left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (4-y)^{\lg(y(4-y))}$

$\cancel{\frac{(4-y)^{3\lg y}}{y^{2\lg y}}} = \cancel{(4-y)^{\lg y}} \cdot \cancel{(4-y)^{\lg(4-y)}}$, $\cancel{(3\lg y - \lg(4-y))\lg(4-y)} =$

$\cancel{2\lg^2 y}$ $\lg y \lg\left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right) = \lg(4-y)(\lg y + \lg(4-y))$

$\lg y(\lg(y-4)^4 - \lg y^2) = \lg y \lg(4-y) + \lg^2(4-y)$

$4\lg y \lg(4-y) - 2\lg^2 y = \lg y \lg(4-y) + \lg^2(4-y)$

$2\lg^2 y - 3\lg y \lg(4-y) + \lg^2(4-y) = 0$

№5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

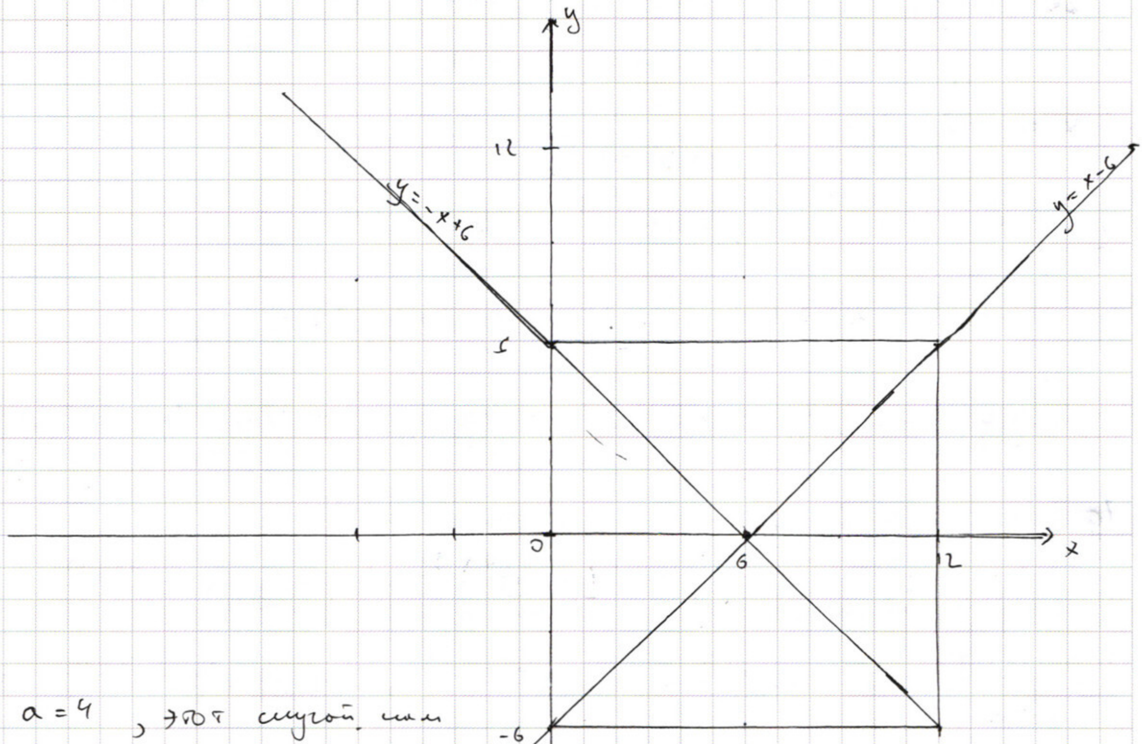
(1) $|x-6-y| + |x-6+y| = 12$

I $\begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y \leq x-6 \\ y \geq 6-x \end{cases}$ $x=12$

II $\begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y \leq x-6 \\ y \leq 6-x \end{cases}$ $y=-6$

III $\begin{cases} x-6-y \leq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y \geq x-6 \\ y \geq 6-x \end{cases}$ $y=6$

IV $\begin{cases} x-6-y \leq 0 \\ x-6+y \leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y \geq \cancel{x+6}\ x-6 \\ y \leq 6-x \end{cases}$ $x=0$



I $a=4$, этот случай нам подходит, т.к. при этом случае график функции $(|x|-6)^2+(|y|-8)^2=a$, будет представлять из себя 4 окр. с центр. $(6;8)$; $(-6;8)$; $(-6;-8)$; $(6;-8)$ с радиусом 2. И окр. с центрами $(6;8)$ и $(6;-8)$ будут касаться квадрата.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$2\cos 5x \cos 2x - 2\sin 5x \cos 2x = \sqrt{2}\cos 10x$

$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x)$

$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x)$

I $\cos 5x = \sin 5x$

II $2\cos 2x = \sqrt{2}\cos 5x + \sqrt{2}\sin 5x$

$2\cos 2x = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 5x\right)$

$\cos 2x = \cos\frac{\pi}{4}\cos 5x + \sin\frac{\pi}{4}\sin 5x$

$\cos 2x = \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$, $\cos 2x - \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$-2\sin\frac{2x - 5x + \frac{\pi}{4}}{2}\sin\frac{2x + 5x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$

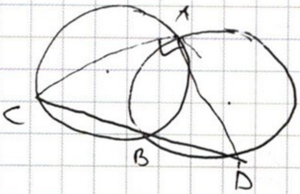
$\sin\left(+\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{7}{2}x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$

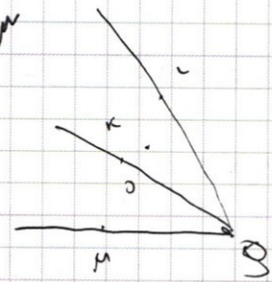
$\frac{-1+\sqrt{17}}{2} < 4$

$-1+\sqrt{17} < 8$

$\sqrt{17} < 9$

$\frac{-1+\sqrt{17}}{2} - 4 = \frac{-9+\sqrt{17}}{2}$





№3

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$2y^2 - y(x+8) - x^2 - 4x = 0$

$D = (x+8)^2 - 4\cdot 2(-x^2 - 4x) =$

$= x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x =$

$= 9x^2 + 48x + 64 = (3x+8)^2$

$\left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$

$\frac{(y-4)^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = (4-y)^{\lg(-y(y-4))}$; $(4-y)^{4\lg y}$

$y = \frac{x + \cancel{8} - 3x - \cancel{8}}{4} = -\frac{x}{2}$

$\begin{cases} -xy > 0 \\ y > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} xy < 0 \\ y > 0 \end{cases} \Rightarrow$

$y = \frac{x + 8 + 3x + 8}{4} = x + 2$

$\Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$

$\cancel{\lg(-\frac{x}{2}}$

$\left(\frac{x^4 \cdot 4}{\cancel{x^2}}\right)^{\lg -\frac{x}{2}} = (-x)^{\lg(\frac{x^2}{2})}$

$(4x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(\frac{x^2}{2})}$

$x = -2y$

$y = -\frac{x}{2}$

$x = -2y$

$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2}$

$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2}$

$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y \cdot y}$

$(4y)^{\lg y^2} = (2y)^{\lg 2y^2}$

$\cancel{(16y^2)}$

$(2y)$

$\lg(y^2) \cdot \lg(4y) = \lg(2y^2) \cdot \lg(2y)$

$\lg (16y^2)^{\lg y} = \lg (2y)^{\lg 2y^2}$

$\lg y^2 (\lg 4 + \lg y) =$
$= (\lg 2 + \lg y^2)$
$($

$\lg(y) \lg(16y^2) = \lg 2y^2 \lg 2y$

$\lg(y)(\lg 16 + \lg y^2) = \lg 2y \ (\lg 2 + \lg y^2)$

$\lg y^2 (\lg 4 + y) = (\lg 2 + \lg y^2)(\lg 2 + \lg y)$

$\lg y^2 (2a + y) = (a + \lg y^2)(a + \lg y)$

$2 \lg y^2 a + \lg y^2 y$

☑ черновик ☐ чистовик

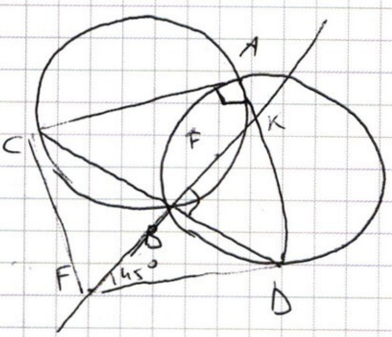
(Поставьте галочку в нужном поле)

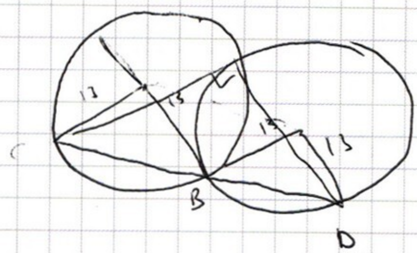
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6) + (|y|-8) = a \end{cases}$$

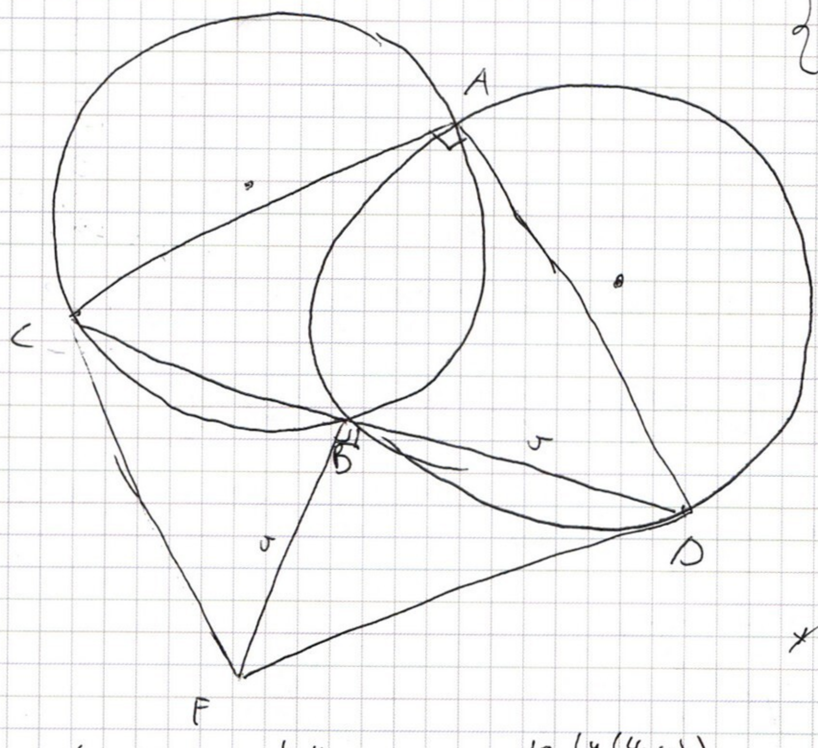
I $\begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y \leq x-6 \\ y \geq (-x+6) \end{cases}$

$2x - 12 = 12$

$x = 12$

II $\begin{cases} x-6-y \leq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases}$



$\cancel{x} \cancel{-6} - y + \cancel{6} \cancel{+x} - y = 12$

$y = -6$

$y + \cancel{6} \cancel{-x} + \cancel{x} \cancel{-6} + y = 12$

$y + 6 - x - x + 6 \cancel{-y}$

$-2x + \cancel{12} = 12$

$$\left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (4-y)^{\lg(y(4-y))}$$

$$\frac{(y-4)^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = (4-y)^{\lg y}$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$

$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$

$x^2 + x(4+y) - 2y^2 + 8y = 0$

$\log_a (a^{\log_c b}) = \log_c b$

$D = (y+4)^2 + 8y^2 - 32y =$

$= 9y^2 - 24y + 16 = (3y-4)^2$

$x = \frac{-y-4-3y+4}{2} = -2y$

$\begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$

$x = \frac{-y-4+3y-4}{2} = y-4$

$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 4$

$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ $(x-6)^2 + (y-8)^2 = 4$

$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2}$

$\cancel{16^{\lg y} \cdot y^{2\lg y} = 2^{\lg 2y^2}} \cdot y^{\lg}$

$\lg y \cdot \lg 16y^2 = \lg 2y \cdot \lg 2y^2$

$\lg y \cdot \lg 16 + \lg y \cdot \lg y^2 = \lg 2y^2 \cdot \lg y + \lg 2y^2 \cdot \lg 2$

$\lg y \cdot \lg 16 + \cancel{\lg y \cdot 2\lg y} = \lg 2 \cdot \lg y + \cancel{2\lg y \lg y} +$

$+ \lg 2 \cdot \lg 2 + 2\lg y \cdot \lg 2$

$4\lg y \cdot \lg 2 - 3\lg y \lg 2 = \lg^2 2$

$\lg y \cdot \lg 2 = \lg^2 2$

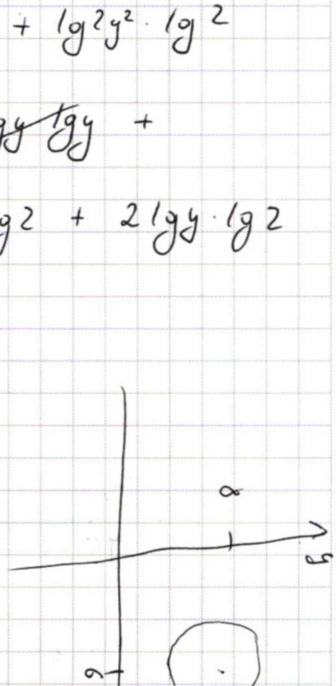
$\lg y = \lg 2$, $y = 2$, $x = -4$

56×15

280

$+56$

840



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$16875 : 5 = 3375$

$3375 : 5 = 675$

$675 : 5 = 135$

$135 : 5 = 27$

$16875 = 5^4 \cdot 3^3$

$8 \cdot 35 = 280$

$5^4 \cdot 9 \cdot 3$

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x =$

$= \sin 7x + \sin 3x$

$2\cos 5x \cos 2x = 2\sin 5x \cos 2x =$

$= \sqrt{2}\cos 10x$

$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}(\cos^2 5x$

1 3 9 1 _ _ _ _

$\cancel{8} \cdot C_7^4 = \frac{7!}{4!\,3!} = \frac{5\cdot 6\cdot 7}{\cancel{2\cdot 3}} = 35$

I $8 \cdot C_7^4$

II

№2

$C_8^1 = \frac{8!}{1!\,7!}$

4 3

5 , 3

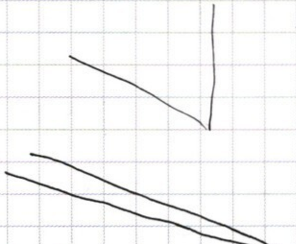
1 _ _ _ _ _ _ _

I случай 1 - единица

3 - тройки

4 - пятерки

$8\,C_7^4$



II случай 2 - единицы

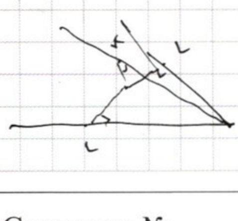
1 - тройка

1 - девятка

4 - пятерки

1 9

$C_8^2 \cdot C_6^4$



$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$2\cos$

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 3x \cos 7x + \sqrt{2}\sin 3x \sin 7x = \sin 7x + \sin 3x$

$\cos 7x - \sqrt{2}\cos 3x \cos 7x + \cos 3x = \sin 7x - \sqrt{2}\sin 3x \sin 7x + \sin 3x$

$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\sin 5x \cos 2x$

$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2\sin 5x \cos 2x$

$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}\cos^2 5x = 2\sin 5x \cos 2x - \sqrt{2}\sin^2 5x$

$\cancel{2}\cos 5x\left(\cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 5x\right) = \cancel{2}\sin 5x\left(\cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 5x\right)$

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$\cos 7x - \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2}\cos 10x$

$\cos 7x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 7x\right) + \cos 3x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = \sqrt{2}\cos 10x$

$-2\sin\frac{7x - \frac{\pi}{2} + 7x}{2}\sin\frac{7x + \frac{\pi}{2} - 7x}{2} - 2\sin\frac{3x - \frac{\pi}{2} + 3x}{2}\sin\frac{3x + \frac{\pi}{2} - 3x}{2} =$

$= \sqrt{2}\cos 10x$

$-2\sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right)\sin\frac{\pi}{4} - 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)\sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}\cos 10x$

$-\sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right)\cancel{\sqrt{2}} - \cancel{\sqrt{2}}\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \cancel{\sqrt{2}}\cos 10x$

$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \cos 10x$

$2\sin\frac{\frac{\pi}{4} - 7x + \frac{\pi}{4} - 3x}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{4} - 7x - \frac{\pi}{4} + 3x}{2} = \cos 10x$

$2\sin\left(\frac{\pi}{4} - 10x\right)\cos(2x) = \cos 10x$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)