

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x;$$

$$(\cos 11x - \cos 3x) - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 14x;$$

$$-2 \sin \frac{11x+3x}{2} \sin \frac{11x-3x}{2} - (2 \sin \frac{11x-3x}{2} \cos \frac{11x+3x}{2}) = \sqrt{2} \cos 14x;$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x;$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x);$$

$$\sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) + 2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = 0;$$

$$\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x) + 2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = 0;$$

$$(\cos 7x + \sin 7x) (\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x) = 0;$$

$$(\sqrt{2} \sin(7x + \frac{\pi}{4})) (\sqrt{2} (\sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} - 7x)) + 2 \sin 4x) = 0;$$

$$\sqrt{2} \sin(7x + \frac{\pi}{4}) (2 \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) + 2 \sin 4x) = 0;$$

$$\sqrt{2} \sin(7x + \frac{\pi}{4}) 2 (\sin(\frac{\pi}{4} - 7x) + \sin 4x) = 0; \quad \text{нельзя делить на } 2\sqrt{2}, \text{ т.к. } 2\sqrt{2} \neq 0;$$

$$(\sin(7x + \frac{\pi}{4})) (2 \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 7x + 4x}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{4} - 7x - 4x}{2}) = 0; \quad \text{нельзя делить на } 2, \text{ т.к. } 2 \neq 0;$$

$$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) \cdot \sin(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{8} - \frac{11x}{2}) = 0;$$

$$\text{Итак, } \begin{cases} \sin(7x + \frac{\pi}{4}) = 0, \\ \sin(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}) = 0, \\ \cos(\frac{\pi}{8} - \frac{11x}{2}) = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x + \frac{\pi}{4} = \pi k, \\ \frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = \pi k, \\ \frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad | : 7 \\ \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi k, \quad | : \frac{2}{3} \\ \frac{11x}{2} = \frac{5\pi}{8} + \pi k, \quad | : \frac{2}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7} k, \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3} k, \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi}{11} k, \quad k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$\text{Итак, } x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7} k, \quad x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3} k, \quad x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi}{11} k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7} k, \quad x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3} k, \quad x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi}{11} k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Задача 3.

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0;$$

① ОДЗ: Т.к. встречается $\lg x$, то $x > 0$. Т.к. встречается $\lg xy$ и $x > 0$, то $y > 0$.
Итак, $\begin{cases} x > 0; \\ y > 0; \end{cases}$

② Решение: 1) Рассмотрим первое уравнение:

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy};$$

логарифмируем обе части по основанию 10:

$$\lg\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = \lg(y)^{2\lg xy};$$

$$\lg x \cdot \lg\left(\frac{y^5}{x}\right) = \lg xy \cdot \lg(y)^2;$$

$$\lg x \cdot (\lg |y^5| - \lg |x|) = 2\lg y \cdot 2\lg y \cdot (\lg |x| + \lg |y|);$$

Замечаем, что, т.к. $x > 0$ и $y > 0$ (по ОДЗ), можно убрать знаки модуля:

$$\lg x (5\lg y - \lg x) = 2\lg y (\lg x + \lg y);$$

$$(2\lg^2 y + 2\lg y \cdot \lg x) - (5\lg y \cdot \lg x - \lg^2 x) = 0;$$

$$2\lg^2 y + 2\lg y \cdot \lg x + \lg^2 x - 5\lg y \cdot \lg x = 0;$$

$$2\lg^2 y - 3\lg y \cdot \lg x + \lg^2 x = 0;$$

$$(2\lg y - \lg x)(\lg y - \lg x) = 0;$$

$$\begin{cases} 2\lg y = \lg x, \\ \lg y = \lg x; \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 = x, \\ y = x. \end{cases}$$

Итак, $y^2 = x$ или $y = x$.

2) С полученными результатами, рассмотрим и решим второе уравнение.

а) Пусть $y = x$, тогда $x^2 - 2x^{\frac{3}{2}} - 4x - 3x^2 + 12x = 0;$
 $-2x^{\frac{3}{2}} - 4x^2 + 8x = 0;$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$-4x(x-2)=0; \quad \text{или } x-2=0;$$

$x=0$ т.к. $x=2$ — входит в ОДЗ.
 $x>0$ (по ОДЗ).

Итак, $x=2$ и $x=y$, знаменая $y=2$. Таким образом $(2, 2)$ — решение.

б) Пусть $y^2=x$, тогда $y^4-2y^3-4y^2-3y^2+12y=0$,
 $y^4-2y^3-7y^2+12y=0$;

Разделим обе части на y , т.к. $y \neq 0$ (по ОДЗ):

$$y^3-2y^2-7y+12=0;$$

$$y^3-2y^2-6y-\underline{y+12}=0;$$

$$y^2(y-2)-6(y-2)=y;$$

$$(y^2-6)(y-2)=y;$$

$$(y-6)(y+6)(y-2)=y;$$

$$y^3-2y^2-\underline{4y}-3y+\underline{12}=0;$$

$$(y^3-2y^2-3y)-\underline{4y-12}=0;$$

$$y(y^2-2y-3)-4(y-3)=0;$$

$$y(y-3)(y+1)-4(y-3)=0;$$

$$\cancel{y}-(y-3)(y(y+1)-4)=0;$$

$$(y-3)(y^2+y-4)=0;$$

$$y-3=0 \quad \text{или} \quad y^2+y-4=0;$$

$$y=3 - \text{входит в ОДЗ.}$$

$$\text{или} \quad D=1^2-4(-4)=1+16=17, \text{ т.к. } D>0, \text{ то:}$$

$$y=\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}; \quad y=\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2};$$

$$y_1=-2; \quad y_2=1; \quad y_1=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}, \quad y_2=\frac{\sqrt{17}-1}{2}.$$

Заметим, что y , явно меньше нуля,

т.к. $-1 - \sqrt{17} < 0$. y_2 - возрастает в ОДЗ.

Итак, $y = 3$ если $y = 3$, то $x = \sqrt{3}$ ($x = -\sqrt{3}$ - не является корнем т.к. $x > 0$ по ОДЗ).

Если $y = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$, то $x =$

Итак, если $y = 3$, то $x = 9$, т.к. $x = y^2$. $(9; 3)$ - решение

Если $y = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$, то $x = \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)^2 = \frac{17-2\sqrt{17}+1}{4} = \frac{18-2\sqrt{17}}{4} = \frac{9-\sqrt{17}}{2}$. $\left(\frac{9-\sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$ - решение.

Ответ: $(2; 2)$, $(9; 3)$, $\left(\frac{9-\sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$.

Задача 5.

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6, \quad (1)$$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 9, \quad (2)$$

1) Рассмотрим $|y-3-x| + |y-3+x| = 6$;

А) $\begin{cases} y-3-x \geq 0, \\ y-3+x \geq 0; \end{cases}$

то: $y-3-x + y-3+x = 6$;

$$2y - 6 = 6;$$

$$y = 6;$$

Если $y = 6$, то

$$\begin{cases} 6-3-x \geq 0, \\ 6-3+x \geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3, \\ x \geq -3; \end{cases}$$

$$-3 \leq x \leq 3.$$

Итак, при $y = 6$, $-3 \leq x \leq 3$

Б) $\begin{cases} y-3-x \geq 0, \\ y-3+x \leq 0; \end{cases}$

то: $y-3-x - y+3+x = 6$;

$$-2x = 6;$$

$$x = -3;$$

Если $x = -3$, то

$$\begin{cases} y-3+3 \geq 0, \\ y-3-3 \leq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 0, \\ y \leq 6; \end{cases}$$

$$0 \leq y \leq 6;$$

Итак, при $x = -3$, $0 \leq y \leq 6$;

В) $\begin{cases} y-3-x \leq 0, \\ y-3+x \leq 0; \end{cases}$

то: $-y+3+x - y+3-x = 6$;

$$-2y + 6 = 6;$$

$$y = 0;$$

Если $y = 0$, то

$$\begin{cases} -3-x \leq 0, \\ -3+x \leq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3, \\ x \leq 3; \end{cases}$$

$$-3 \leq x \leq 3.$$

Итак, при $y = 0$, $-3 \leq x \leq 3$;

Г) $\begin{cases} y-3-x \leq 0, \\ y-3+x \geq 0; \end{cases}$

то $-y+3+x + y-3+x = 6$;

$$2x = 6;$$

$$x = 3.$$

$$\begin{cases} y-3-3 \geq 0, \\ y-3+3 \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 6, \\ y \geq 0; \end{cases}$$

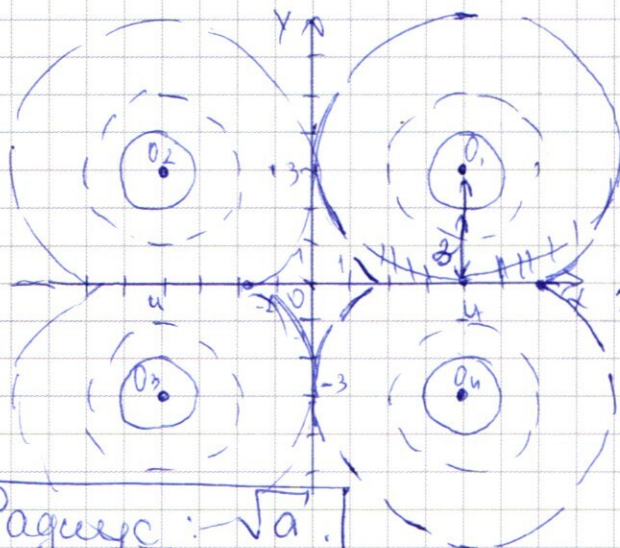
$$0 \leq y \leq 6.$$

Итак, при $x = 3$, $0 \leq y \leq 6$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Изучив данную функцию, можно констатировать, что ее график является прямой линией с углом в точках $(-3; 0)$, $(-3; 6)$, $(3; 6)$, $(3; 0)$.

2) Рассмотрим функцию $(|x+4|)^2 + (|y|-3)^2 = a$. Заметим, что данная функция является уравнением окружности, при этом она образует несколько окружностей с центрами $(-4; 3)$, $(-4; -3)$, $(4; 3)$, $(4; -3)$. Изобразим их графически:

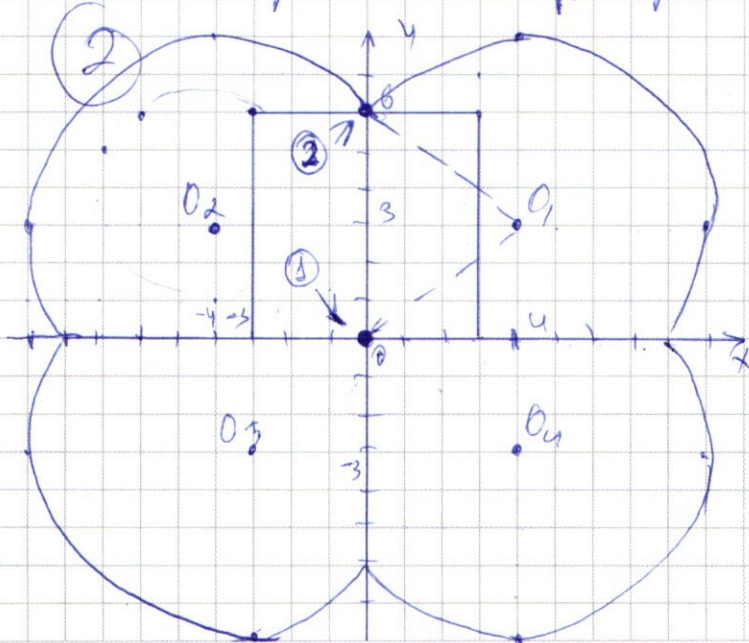
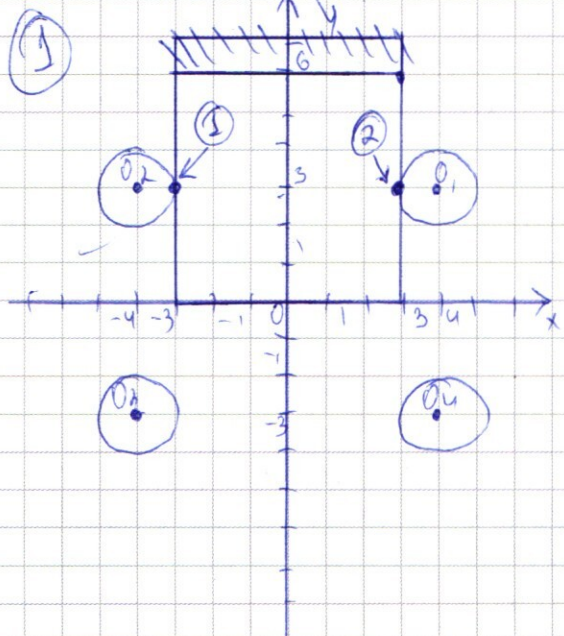


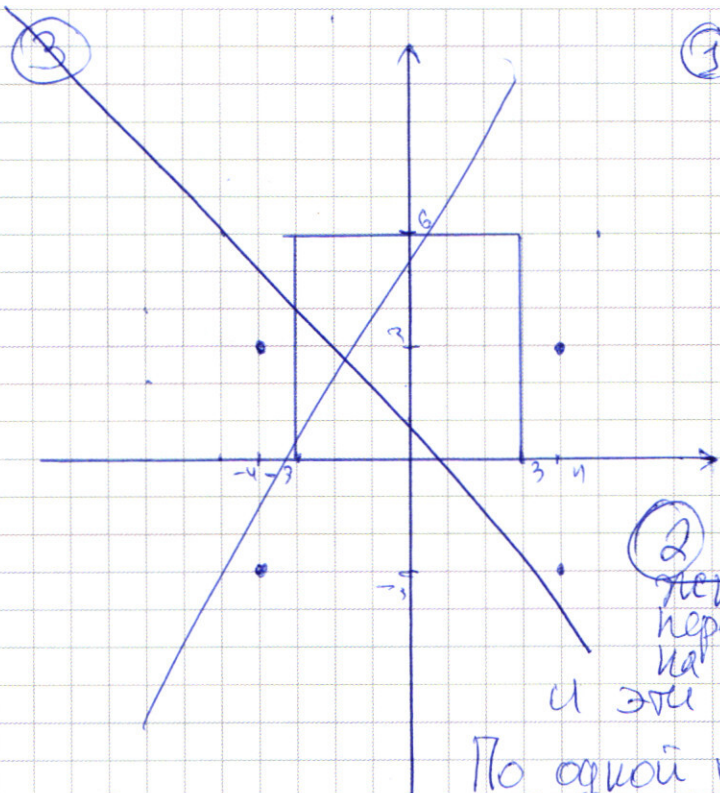
Полученные окружности, т.к. $\sqrt{a}$ — угол функции, всегда будут иметь одинаковый радиус.

Заметим, что при различных значениях a окружность будет входить только в одной плоскости. Она будет ограничена или неограничена.

Радиус: $\sqrt{a}$.

Рассмотрим все возможные случаи, когда система имеет всего 2 решения (2 пересечения).





③ Итак, в первом случае радиус каждой окружности равен 1, поэтому что от окружностей в I и II четвертях до прямоугольника всего одна единица, т.к. их центр $(10; 13)$, а стороны лежат на прямых $x = 3$ и $x = -3$. Т.к. $\sqrt{a}$ - радиус и радиус равен 1, то $a = 1$.

② Во втором случае ~~тоже два решения~~ точки пересечения графиков лежат на прямой $y = 0$ или $x = 0$. и эти точки: $(0; 0)$, $(0; 6)$.

По одной из этих точек возможно найти a , подставив x и y . Пусть $x = 0$, $y = 0$, тогда: $(10 - 0)^2 + (13 - 0)^2 = a$;

$$16 + 9 = a; \\ a = 25. - \text{искомое значение.}$$

Итак, данная система имеет решения при всех a ~~решения~~ при $a = 1$ и $a = 25$.

Ответ: $a = 1$; $a = 25$.

Задача 1.

Разложим число 3375 на простые множители:

3375	: 3	В таком случае искомого восьмизначного числа возможно с этими цифрами чисел:
1125	: 3	
375	: 3	
125	: 5	
25	: 5	
5	: 5	

1) 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1;
2) 9, 5, 5, 5, 3, 3, 1, 1.

① $3375 = 3^3 \cdot 5^3$ - Итак, в первом случае будет возможно рассмотреть первый случай: в числе всего 8 разрядов, то 5 из них будут занимать три тройки и две единицы, т.е. всего 10 возможных случаев. Оставшиеся разряды займут около 56 разрядов, т.е. всего возможно: $56 \cdot 10 = 560$ ~~$10 = 10 \cdot (2+1+1+1+1+1)$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим второй вариант. Там есть 3 катушки по 10 витков и две единицы, что помещается в 10 возможных случаев. Т.к. там же в школе дана инструкция одна 9 и две тройки, то все возможные случаи будут: $10 \cdot 21 \cdot 8 = 1680$, т.к.

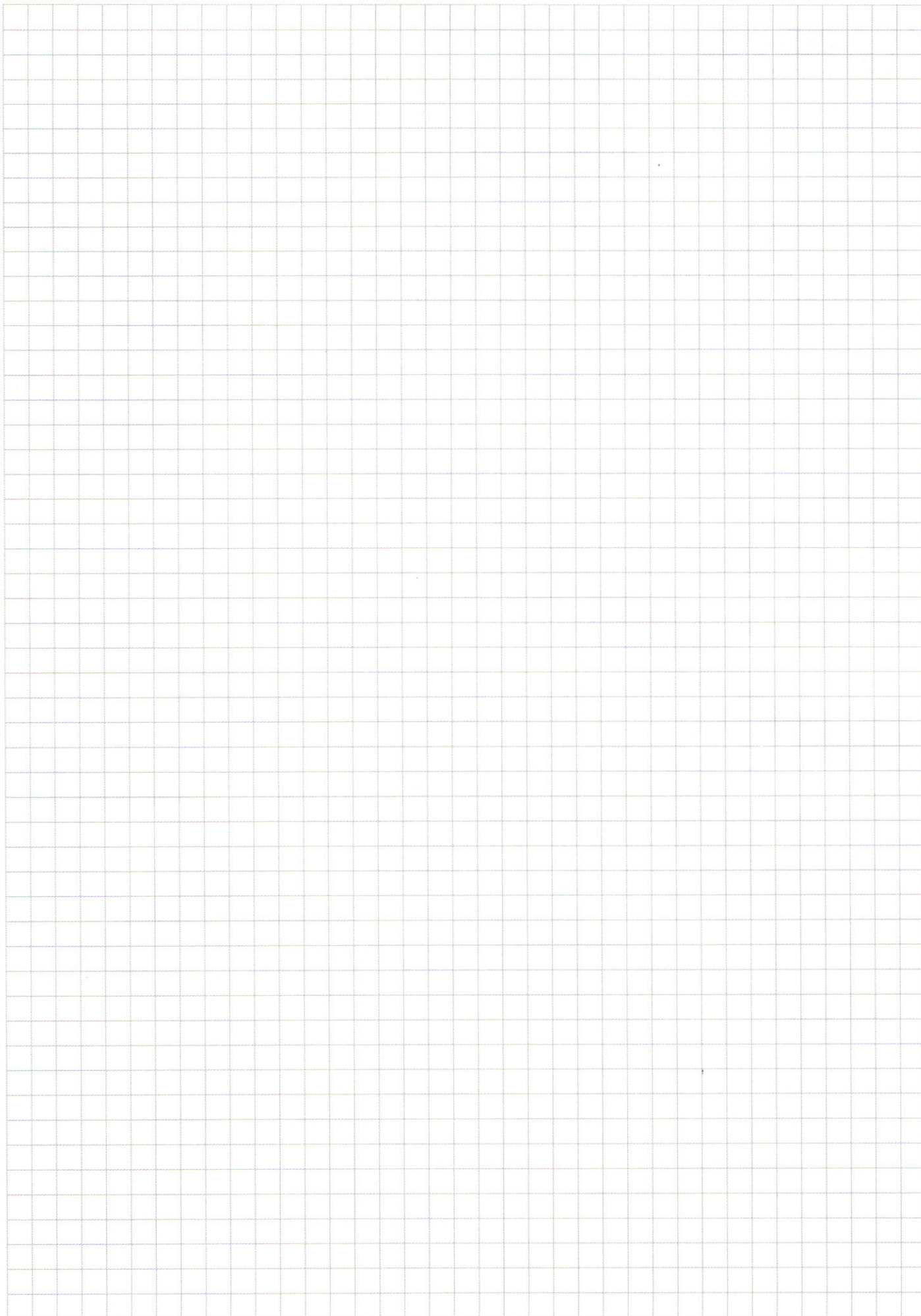
Итак, $1680 + 560 = 2240$.

Ответ: 2240.

$10 \cdot 21 \cdot 8 = 1680$, т.к. 9^{то} может быть на 8^и разном месте.

Итак, $1680 + 560 = 2240$.

Ответ: 2240.



☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 8
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

[illegible]

$$210 + 10 \cdot (15 + 10 + 6 + 3 + 1) = 210 + 10 \cdot 45 = 210 + 450 = 660$$

$$10 \cdot 21 + 10 \cdot 15 + 10 \cdot 10 + 10 \cdot 6 + 10 \cdot 3 + 10 \cdot 1 =$$

$$= 210 + 150 + 100 + 60 + 30 + 10 = 560$$

$$10(21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1) = 10 \cdot 56 = 560$$

$$\begin{array}{r} 1890 \\ + 560 \\ \hline 2450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0100 \\ + 0099 \\ \hline 0199 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0100 \\ + 0099 \\ \hline 0199 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 10 \cdot 1 \\ 10 \cdot 2 \\ 10 \cdot 3 \\ 10 \cdot 4 \\ 10 \cdot 5 \\ 10 \cdot 6 \\ 10 \cdot 7 \\ 10 \cdot 8 \\ 10 \cdot 9 \\ 10 \cdot 10 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10) \cdot 10 \\ & + (1+2+3+4+5+6+7+8+9) \cdot 10 \\ & + (1+2+3+4+5+6+7) \cdot 10 \\ & + (1+2+3+4+5) \cdot 10 \\ & + (1+2+3) \cdot 10 \\ & + (1+2) \cdot 10 \\ & + 1 \cdot 10 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} (y-4)(y(y+4)-3) &= 2y^2 & + & -4 \\ (y-4)(y^2+4y-3) &= 2y^2 & \times & -3 \\ (y-4)(y-3) & & & A_1 = 4+3 = 7 \end{aligned}$$

$$A_1 = 4 + 3 = 7$$

$$y = x.$$

$$x = y$$

$$\underline{x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0}$$

$$\begin{array}{r} + 2 \\ x - 7 \end{array}$$

~~$-4x^2 + 8x = 0$~~

~~$4x(x^2 - 8x) = 0; \quad 4x(x-2) = 0$~~

$$4x(x-8)=0$$

$$y = 5x \quad x = 8 \quad y = 8 \quad \pm u \quad \pm 64 - 36$$

$$+64 - 32 + 28 + 12 = 0;$$

46

$$\pm 216 - 72 \pm$$

$$x^2 - 2x\sqrt{x} - 4x - 3x + 12\sqrt{x} = 0;$$

$$x^2 - 7x + 12\sqrt{x} - 2x\sqrt{x} = 0$$

$$x(x-7) + 2\sqrt{x}(6-x) = 0;$$

$$y^4 - 2y^3 - (4y^2 + 3y^2) + 12y = 0;$$

$$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0$$

$$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0; \quad |y^2;$$

~~$$\frac{22 \cdot 7 - 84 \cdot 2}{21} = \frac{154 - 168}{21} = \frac{-14}{21} = -\frac{2}{3}$$~~

$$y^2(y-2) - 6y + 12 = y'$$

$$y^2(y-2) - 6(y-2) = y$$

$$(y^2 - 6)(y - 2) = y'$$

$$(y-6)(y+6)(y-2) = y.$$

$$y \neq 0, 6, -6, 2$$

$$y \neq 0, \text{ 则 } \pi, 2, 6,$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 55 \\ \hline 125 \\ 1250 \\ \hline 1375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 5 \overline{) 135} \\ \underline{10} \\ 35 \\ \underline{35} \\ 0 \end{array}$$

$$(-5, 5)(6, 5)(-1, 5) = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 275 \\ \times 55 \\ \hline 1375 \\ 13750 \\ \hline 15125 \end{array}$$

$$A_1 = 1 + 4 = 5$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{3} - \textcircled{2} \\ \times - 3 \end{array}$$

$$(y-3) \cdot (y(y+3) - 4) = 0;$$

$$(y-3) \cdot (y(y+3) - 4) = 0;$$

$$1 = \frac{27}{3^6} = \frac{27^{\frac{1}{3}}}{3} = \frac{3}{3}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 4 = \frac{27}{36} = \frac{3^3}{3^2} = 3^1 = 3$$



2,2

~~16~~ $16^{\lg 2} = 4^{\lg 2^2} +$

$$\frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{9} = 3^{2 \lg 3 \cdot 9}$$

$$4 - \underbrace{8 - 8}_{16} - 12 + 24 = 0;$$

$$24 - 16 - 12 + 4 = 0'$$

$$28 - 28 = 0 \quad \checkmark$$

$$= 0' \\ y^3 \lg y^2 = y^2 \lg y^3$$

$$y \circ \text{id}_Y = y$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2. $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 7x$;
 $-2 \sin \frac{11x+3x}{2} \cdot \sin \frac{11x-3x}{2} + 2 \sin \frac{3x-11x}{2} \cos \frac{3x+11x}{2} = \sqrt{2} \cos 7x$;
 $-2 \sin 7x \sin 4x + 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 7x$;
 $-2 \sin 4x (\sin 7x - \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 7x$; $\sin x = \sin(\frac{\pi}{2} - x)$;
 $-2 \sin 4x \cos 7x + 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 7x$;
 $-2 \sin 4x \cdot \sqrt{2} \cos(7x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 7x$;
 $-2 \sin 4x \cos(7x - \frac{\pi}{4}) = \cos^2 7x - \sin^2 7x$; $\sin 7x + \cos 7x =$
 $\sqrt{2} \cos 14x + 2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = 0$; $= \sqrt{2} (\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x) =$
 $\sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) + 2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} + 7x) =$
 $\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x) + 2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = 0$;
 $(\cos 7x + \sin 7x) (\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x) = 0$;
 $\cos 7x + \sin 7x = 0$; $\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x = 0$;
 $\sqrt{2} \cos(7x - \frac{\pi}{4}) = 0$; $\sin(\frac{\pi}{4} - 7x) + \sin 4x = 0$;
 $7x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; $2 \sin \frac{\pi}{4} - 7x + 4x = 0$;
 $7x = \frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; $\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{3x}{2}) = 0$; $\frac{\pi}{4} - 7x = \frac{\pi}{2}$;
 $x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi}{7} k, k \in \mathbb{Z}$; $\frac{4\pi}{8} - \frac{7x}{2} = \frac{5\pi}{8}$;
 $\sin(7x - \frac{\pi}{4}) = 0$; $\sqrt{2} \cos(11x + \frac{\pi}{4}) - (\cos 3x - \sin 3x) =$;
 $7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; $\sqrt{2} \cos(11x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos(3x + \frac{\pi}{4}) =$;
 $x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7} k, k \in \mathbb{Z}$; $= \sqrt{2} (-2 \sin \frac{14x + \frac{\pi}{2}}{2} \sin \frac{8x}{2}) = \sqrt{2} \cos 4x$;
 $\frac{2}{3} \cdot \frac{2\pi}{3 \cdot 8} + \frac{2\pi}{3} k =$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\frac{1}{4x}} = y^2 \lg x y,$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0;$$

$$\lg\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\frac{1}{4x}} = \lg y^2 \lg x y;$$

$$\lg x \cdot \lg\left(\frac{y^5}{x}\right) = \lg y^2 \cdot 2 \lg x y;$$

$$\lg x \cdot (\lg y^5 - \lg x) = 2 \lg y (\lg x + \lg y);$$

$$\lg x (5 \lg y - \lg x) = 2 \lg y (\lg x + \lg y);$$

$$5 \lg y \lg x - \lg^2 x = 2 \lg y \lg x + 2 \lg^2 y;$$

$$2 \lg^2 y - 3 \lg y \lg x + \lg^2 x = 0;$$

$$2w^2 - 3wt + t^2 = 0;$$

$$3y(y-4) = x(x-4) - 2xy;$$

$$(2w - t)(w - t) = 2w^2 - tw - 2wt + t^2 = 0;$$

$$2w^2 - tw - 2wt + t^2 = 0;$$

$$(2w - t)(w - t) = 0;$$

$$\begin{cases} 2 \lg y = \lg x, \\ \lg y = \lg x; \end{cases} \begin{cases} y^2 = x, \\ y = x; \end{cases} \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

(1)

$$1 - 2 + 7 + 12 = 0;$$

$$\text{Ееее } x = y^2, \text{ тогда:}$$

$$1 - 2 + 7 + 12 = 0;$$

$$y^4 - 2y^3 - (4y^2 + 3y^2) + 12y = 0; \quad 8 - 8 - 14 + 12 = 0;$$

$$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0; \quad -16 - 14 + 12 = 0;$$

$$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0; \quad 27 - 18 - 21 + 12 = 0;$$

$$y = 0 \Rightarrow y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0; \quad +64 -$$

$$\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4.$$

$$3y(y-4) = y^2(y^2-4) - 2y^3;$$

$$y^2(y-4)(y+4) - 3y(y-4) - 2y^3 = 0;$$

$$y(y-4)(y+4) - 3(y-4) - 2y^2 = 0;$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

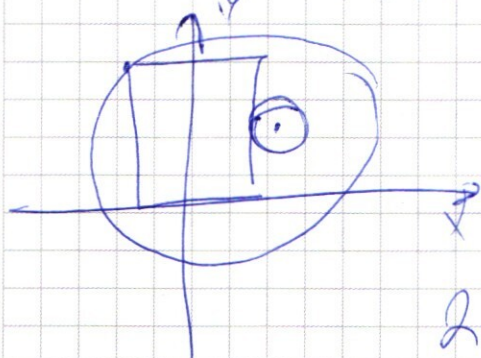
$$|1-x-3| + |x-2| = 6;$$

$$|x-2| + |x-2| = 6; \quad 1) (4; 3)$$

(-3)

$$|1| + |-5| = 6.$$

$$2) (-3; 6)$$



$$(|4-3|-4)^2 + (|3|-3)^2 = a;$$

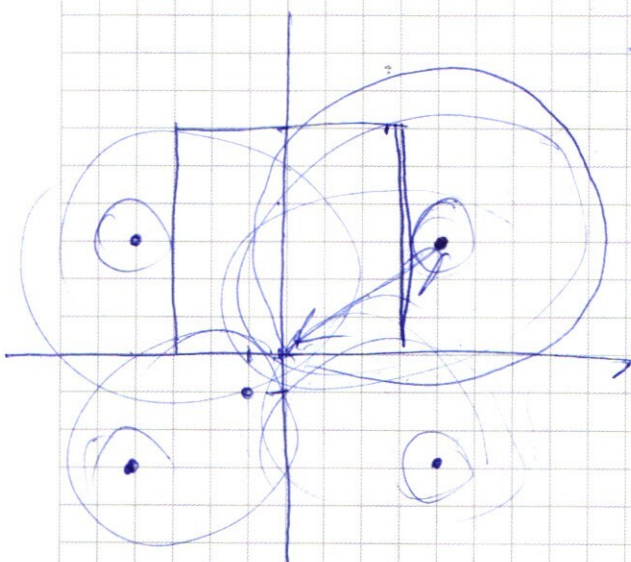
$$1^2 = a;$$

$a=1$ - радиус.

$$2) (|-3|-4)^2 + (|6|-3)^2 = a;$$

$$1 + 3^2 = a;$$

$a=10 \Rightarrow$ радиус $\sqrt{10}$.



$$(-1; -1)$$

$$9 + 4 = a;$$

$$13 = a.$$

$$2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{13}.$$

$$9 + 4 = \sqrt{13}$$

$$(4+9)$$

$$36 + 49 =$$

$$a = 85$$

$$a = \sqrt{85}.$$

$$16 + 9 = 25.$$

5

$$|y-x-3| + |y+x-3| = 6;$$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = a \quad \text{— окр}$$

$$x=3=y.$$

$$1+0=a.$$

$$a=1$$

$$|y-x-3| + |y+x-3| = 6;$$

x	0	1
y	0	0

$$|y-4| + |y-2| = 6;$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} y-x-3 \geq 0 \\ y+x-3 \geq 0 \end{cases}$$

$$y-x-3+y+x-3=6.$$

$$2y-6=6.$$

$$y=6 \Rightarrow x \leq 3,$$

$$x \geq -3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$$

$$\begin{cases} y-x \geq 3 \\ y+x \geq 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} y-x-3 \leq 0 \\ y+x-3 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y-x \leq 3 \\ y+x \leq 3 \end{cases}$$

$$y-x-3+y+x-3=6;$$

$$-2x=6;$$

$$x=0 \Rightarrow \begin{cases} y \geq 3 \\ y < 3 \end{cases} \Rightarrow y=3.$$

$$(0, 3)$$

$$1+9=a;$$

$$\sqrt{10}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} y-x-3 < 0 \\ y+x-3 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y-x < 3 \\ y+x < 3 \end{cases}$$

$$-y+x+3-y+x+3=6;$$

$$-2y=0, y=0 \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x < 3 \end{cases}$$

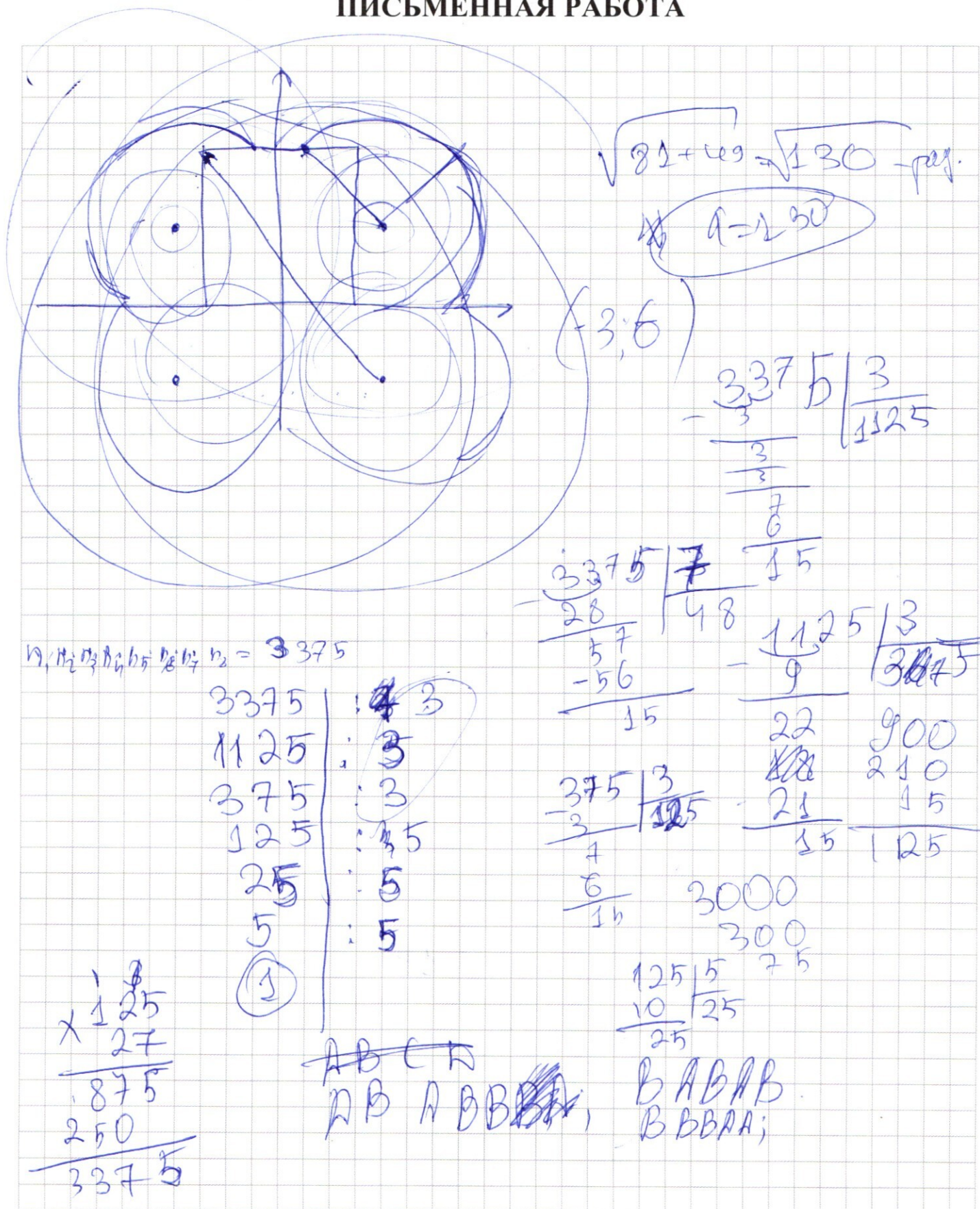
$$2x=6;$$

$$x=3 \Rightarrow \begin{cases} y \leq 6 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$0 \leq y \leq 6$$

$$-3 < x < 3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1, 1, 1, 0, 0, 0

$$\frac{n!}{(n-m)!}$$

1 1 1 0 0 0

$n=6$

1 1 0 1 0 0

1 1 0 0 1 0

1 1 0 0 0 1

1 0 1 1 0 0

1 0 1 0 1 0

1 0 1 0 0 1

1 0 0 1 1 0

1 0 0 1 0 1

1 0 0 0 1 1

0 1 1 1 0 0

0 1 1 0 1 0

0 1 1 0 0 1

0 1 0 1 1 0

0 1 0 1 0 1

0 1 0 0 1 1

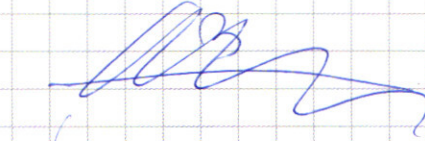
0 0 1 1 1 0

0 0 1 1 0 1

0 0 1 0 1 1

0 0 0 1 1 1

120



6

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \cdot 20 \cdot 6 = 720$$

$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!$$

720

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 2 \\ \hline 240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 20 \\ \hline 720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 720 \overline{) 20} \\ 60 \\ \hline 320 \end{array}$$

$$36 = 6 \cdot 3 \cdot 2$$

6!

$$\frac{6!}{(3!)^2}$$

8!

1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8

$$\frac{8!}{8^2}$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1$$

20

40

$$5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1$$

20