

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

Разложим $9261 = 3^3 \cdot 7^3$

Найдём возможные цифры числа. Они

будут делителями числа 9261 от 1 до 9, то
есть это 1, 3, 7, 9. Посчитаем кол-во иско-
мых чисел.

1) В числе есть цифра 9. Тогда ~~в~~ числе
есть одна 3-ка, ~~и~~ три семерки и
три единицы (т.к. произв. ~~чисел~~ ~~это~~ ~~цифр~~ - это
 $9261 = 3^3 \cdot 7^3$). Тогда из такого набора цифр можно со-
ставить $N_1 = C_3^1 \cdot C_7^3 \cdot C_1^3 = 1120$ чисел

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 9-ка 3-ка 7-ка 1-ка

2) В числе нет 9-ки. Тогда оно состоит из цифр:

три 3-ки, три 7-ки, две 1-ки (т.к. ~~иначе~~
произв. ~~цифр~~ не будет равно $9261 = 3^3 \cdot 7^3$). Таких чисел

$$N_2 = C_3^3 \cdot C_7^3 \cdot C_2^2 = 560$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 3-ки 7-ки 1-ки

Всего ~~чисел~~ $N = N_1 + N_2 = 1120 + 560 = 1680$

Ответ: 1680.

№3

$$\left. \begin{aligned} (x^2 y^4)^{-\ln x} &= \ln\left(\frac{y}{x^2}\right) \quad (1) \\ (x) \end{aligned} \right\}$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \quad (2)$$

Преобразуем первое уравнение. По ф-ле $\log_a^b = \frac{\log a}{\log b}$
 $= \frac{\log a}{\log b} \quad (1) \Leftrightarrow$

$$\frac{-\ln(x^2 y^4)}{\ln(x)} = \ln\left(\frac{y}{x^2}\right) \Leftrightarrow \frac{-\ln(x^2 y^4)}{\ln(x)} = y - \ln\left(\frac{x^2}{y}\right) \quad (*)$$

$$\frac{\ln(x^2 y^4)}{\ln(x)} = y - \ln\left(\frac{x^2}{y}\right) \quad | \ln \Leftrightarrow$$

$$\ln(x^2 y^4) \cdot \ln(x) = \ln\left(\frac{x^2}{y}\right) \cdot \ln(y) \Leftrightarrow \text{т.к. по ОДЗ } \ln(x) \text{ и } \ln(y)$$

$$(\ln x^2 + \ln y^4) \ln x = (\ln x^2 - \ln y) \cdot \ln y \Leftrightarrow x, y > 0$$

$$(2 \ln x + 4 \ln y) \ln x = (2 \ln x - \ln y) \cdot \ln y \Leftrightarrow$$

$$\ln^2 y - 3 \ln y \cdot \ln x + 2 \ln^2 x = 0 \Leftrightarrow$$

$$(\ln y - 2 \ln x)(\ln y - \ln x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} \ln y &= \ln x \\ \ln y &= 2 \ln x = \ln x^2 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} y &= x \\ y &= x^2 \end{aligned} \right\} x, y > 0$$

Преобразуем второе ур-ие:

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \Leftrightarrow (y - 2x)(y + x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left. \begin{aligned} y &= 2x \\ y &= 4 - x \end{aligned} \right\}$$

Значит $(*) \Leftrightarrow$

$$\left. \begin{aligned} x, y &> 0; \\ y &= x \\ y &= x^2 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} y &= 2x \\ y &= 4 - x \end{aligned} \right\}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Разберём случаи.

$$1) \begin{cases} y = x \\ y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2x \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Но т.к. $x, y > 0$, то такое решение не подходит

$$2) \begin{cases} y = x \\ y = 4 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - x \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2x \\ y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \quad (\text{т.к. } x, y > 0)$$

$$4) \begin{cases} y = x^2 \\ y = 4 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 - x \\ y = 4 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ y = 4 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{1 - \sqrt{17}}{2} < 0 \\ -\frac{1 + \sqrt{17}}{2} > 0 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, y = 4 - x = 4 - \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} > 0$$

Ответ: $(2; 2), (2; 4), \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; \frac{9 - \sqrt{17}}{2}\right)$

№ 5

$$|x + y + 5| + |y - x + 5| = 10 \quad (1)$$

$$(|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \quad (2)$$

Найти графическую ~~интерпретацию~~
интерпретацию уравнения.

$$(1) \Leftrightarrow |(y+5) + x| + |(y+5) - x| = 10$$

$$1) \begin{cases} (y+5) + x \geq 0 \\ (y+5) - x \geq 0 \\ 2(y+5) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y+5=5 \\ 5 \geq x \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ 5 \geq x \geq -5 \end{cases}$$

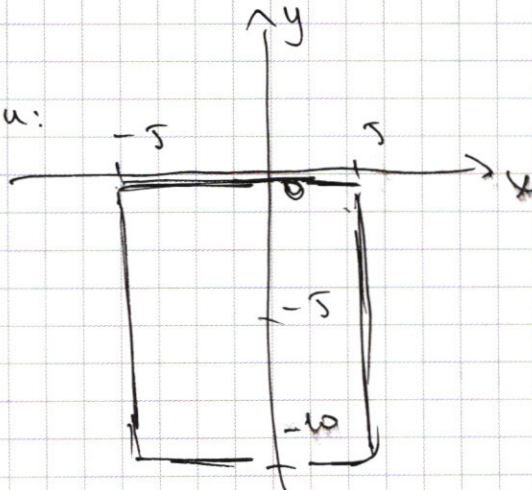
$$2) \begin{cases} (y+5) + x \geq 0 \\ (y+5) - x \leq 0 \\ 2x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ 5 \geq (y+5) \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ 0 \geq y \geq -10 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} (y+5) + x \leq 0 \\ (y+5) - x \geq 0 \\ -2x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ 5 \geq (y+5) \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ 0 \geq y \geq -10 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} (y+5) + x \leq 0 \\ (y+5) - x \leq 0 \\ -2(y+5) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y+5=-5 \\ 5 \geq x \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-10 \\ 5 \geq x \geq -5 \end{cases}$$

Изобразим на координатной плоскости:

Это квадрат с центром $(0; -5)$ и стороной 10.



$$(2) \Leftrightarrow$$

$$(|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a.$$

Если бы модулей не было, то это ур-ие задавало окружность с центром $(12; 5)$ и радиусом $\sqrt{a}$. Модуль на x задаёт симметричность ~~решения по оси~~ решений относительно оси y ; модуль на y — аналогично относительно оси x . Значит ур-ие (2) задаёт четыре

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

окружности с ~~радиусами~~ ^{радиусами} ~~радиусами~~ $\sqrt{74}$ и центрами $(12; 5)$, $(-12; 5)$, $(12; -5)$, $(-12; -5)$.

Изобразим ур-ня (1) и (2) на координатной плоскости. Ур-ня (1) — жирной линией, ур-ня (2) — пунктиром.

Таким образом, имеем симметричность каждого из ур-ня относительно оси y . Поэтому Если одна окр-ть имеет ~~по~~ ^{по оси y} ~~пересечения~~ ^{пересечения} с квадратом, то симметричная ей тоже пересекает квадрат в n точках. Всего решений тогда $2n$. По условию $2n=2 \Rightarrow n=1 \Rightarrow$ из двух окружностей, не симметричных по оси y , только одна пересекает квадрат, причём только в одной точке.

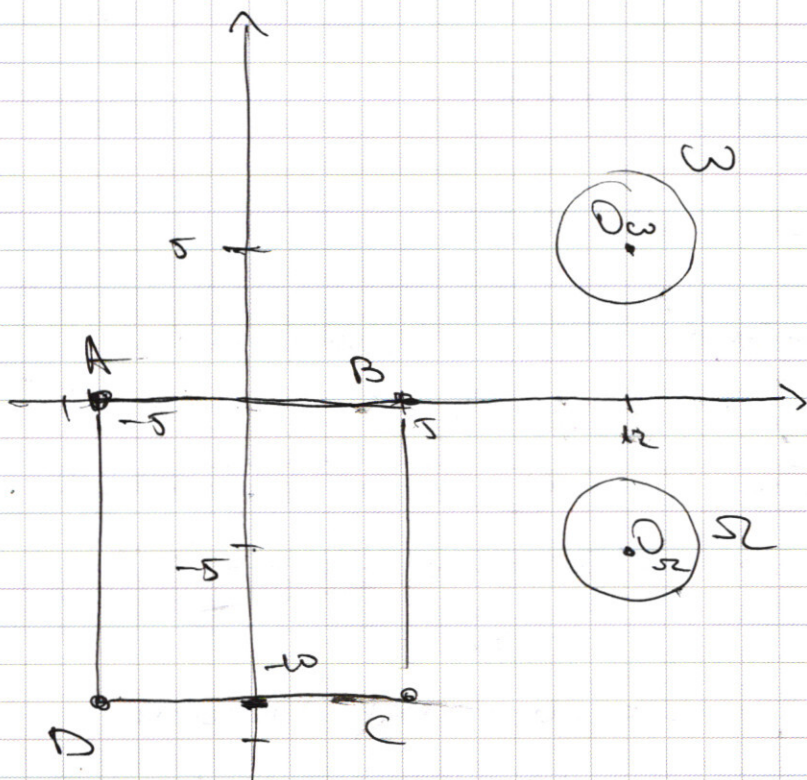
Рассмотрим окр-ти ~~Ω и Σ~~ ^{Ω и Σ} с центрами $(12; 5)$ и $(12; -5)$. Они, очевидно, не симметричны по оси y . Обозначим квадрат, как $ABCD$. (см. рисунок на другой стороне).

Окр-ть Ω пересек $ABCD$ в одной точке, если проходит через т. B или т. D .

1) $\Omega \cap ABCD = \tau.B$, $B = (5; 0)$, $O_\Omega = (12; 5)$

$\Rightarrow R_\Omega = \sqrt{(12-5)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{74} = \sqrt{74} \Rightarrow a=74$

$\Rightarrow B \in \Sigma$, $\Sigma: (x-12)^2 + (y+5)^2 = \frac{74}{4}$, $(x, y) = B = (5; 0)$



→ $49 = 49$. Значит есть два пересечения. Такой случай нам не подходит

2) $\omega \cap ABCD = \tau \cdot D$, ~~и центр окруж~~ $O_\omega = (12; 5)$,
 $D = (-5; -10) \Rightarrow$ радиусе окр-ти ω $R_\omega =$
 ~~$\sqrt{(12 - (-5))^2 + (5 - (-10))^2} = \sqrt{17^2 + 15^2} =$~~
 $2\sqrt{514} \approx 47.5 \Rightarrow a = 514$

Тогда расем. между O_Σ (~~и~~ центром Σ) и $\tau \cdot D$
 $r_1 = \sqrt{(12 - (-5))^2 + (-5 - (-10))^2} = \sqrt{17^2 + 5^2} =$
 $\approx \sqrt{314} < R_\Sigma = \sqrt{a} = \sqrt{514} \Rightarrow \tau \cdot D \notin \Sigma, \tau \cdot D$

находится внутри Σ . Аналогично ~~и~~ $\tau \cdot A$
находится внутри Σ . Значит ~~$\Sigma \in ABCD = \varnothing$~~ .
Значит $a = 514$ подходит.

Окр-ть Σ ~~пересекает~~ пересекает $ABCD$ в
одной точке ~~только~~, только если касается его

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

стороны BC . ~~Если она проходит~~ Если она проходит
через $\tau.A$, то проходит и через $\tau.D$, т.к.
расст. между $\tau.A$ и $\tau.O_\Sigma$ $f_A = \sqrt{(12 - (-5))^2 + (-5 - 0)^2}$
 $= \sqrt{17^2 + 5^2} = \sqrt{314}$ и расст. между $\tau.D$ и $\tau.O_\Sigma$
 $f_D = \sqrt{(12 - (-5))^2 + (-5 - (-10))^2} = \sqrt{17^2 + 5^2} = \sqrt{314}$, то есть
 $f_A = f_D$.

Если Σ кас-ся стороны BC , то
 $R_\Sigma = r(O_\Sigma, BC)$ ~~и $r(X, Y)$ - расст. между~~
т.к. прямая BC вертикальная, то $r(O_\Sigma, BC) =$
 $= (12 - 5) = 7 = 5a \Rightarrow a = 49$.

Расстояние между O_Σ и $\tau.B$ как мы выяснили
в пункте 1) равно $\sqrt{74}$, что больше 7. Значит,
 $\tau.B$ ~~не~~ будет лежать вне круга ω , то ~~есть~~ есть
 $\omega \cap ABCD \neq \emptyset$. Значит, $a = 49$ подходит.

Ответ: 49; ~~и~~ 514

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Т.к. $\angle JAC = \angle HAD = 90^\circ$ и $\angle JCA = \angle HDA$, то

$$\triangle JAC \sim \triangle HAD \Rightarrow \frac{JA}{JC} = \frac{AH}{HD}, \quad JC = HD = 20 \Rightarrow$$

$JA = AH \Rightarrow \triangle JAH$ — равнобедренный. $\Rightarrow \angle AJH = 45^\circ$

Т.к. $\triangle JAH$ — н/у, то $\angle AJH = 45^\circ \Rightarrow \angle JDB = 180^\circ - \angle JBD - \angle AJH = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \Rightarrow \triangle JBD$ — равноб.

$\Rightarrow JB = BD$. Итак, $JA = AH$, $JB = BD$, $\angle JDB = \angle BJD = 45^\circ$.

Аналогично показывается, что $HB = BC$, $CA = AD$,
 $\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$.

Значит, т.к. $CB = BH$, $BF = BD$ и $\angle CBF = \angle HBD = 90^\circ$, то $\triangle CBF \sim \triangle HBD \Rightarrow CF = HD$, $HD = 20$
 $\Rightarrow CF = 20$

б) Если $BC = 12$, то $BF = \sqrt{CF^2 - CB^2} = 16$ (по т. Пиф.)

и $JB = \sqrt{JC^2 - CB^2} = 16$. $\Rightarrow JH = JB - HB = 16 - 12 = 4$.

$JA = AH$ и $\angle JAH \Rightarrow \sqrt{JA^2 + AH^2} = \sqrt{2AH^2} = JH^2$

$\Rightarrow AH = \frac{JH}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$, $CH = \sqrt{HB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2}$

$\Rightarrow CA = 14\sqrt{2}$.

Найдём $\sin(\angle ACF)$. $\angle ACF = \angle ACD + \angle BCF$.

$\angle ACD = 45^\circ$, $\cos \angle BCF = \frac{BC}{CF} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$, $\sin \angle BCF =$
 $= \frac{BF}{CF} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$.

Значит $\sin(\angle ACF) = \sin(\angle ACD + \angle BCF) =$

$$= \sin \angle ACD \cdot \cos \angle BCF + \cos \angle ACD \cdot \sin \angle BCF =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7}{5\sqrt{2}}$$

Значит $S_{\triangle ACF} = \frac{AC \cdot CF \cdot \sin(\angle ACF)}{2} =$

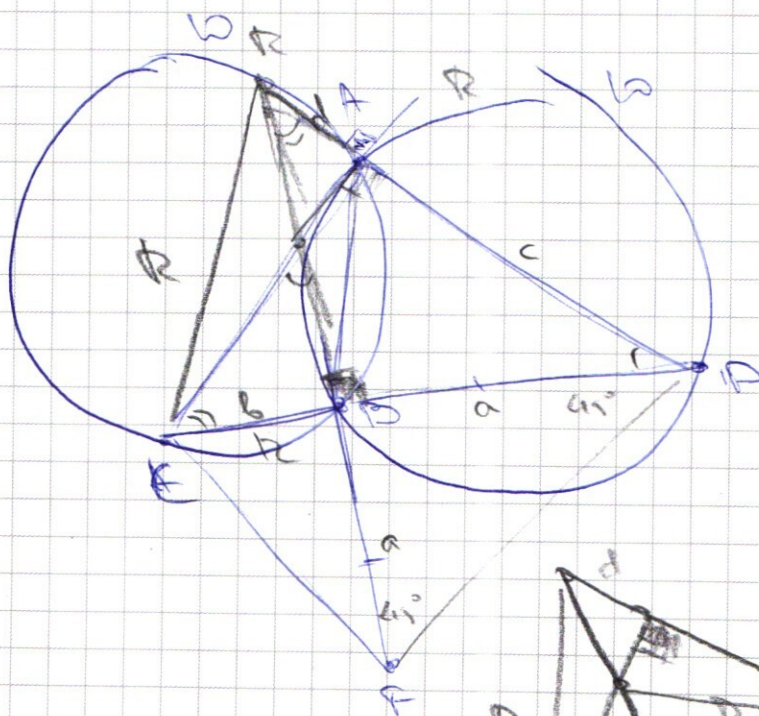
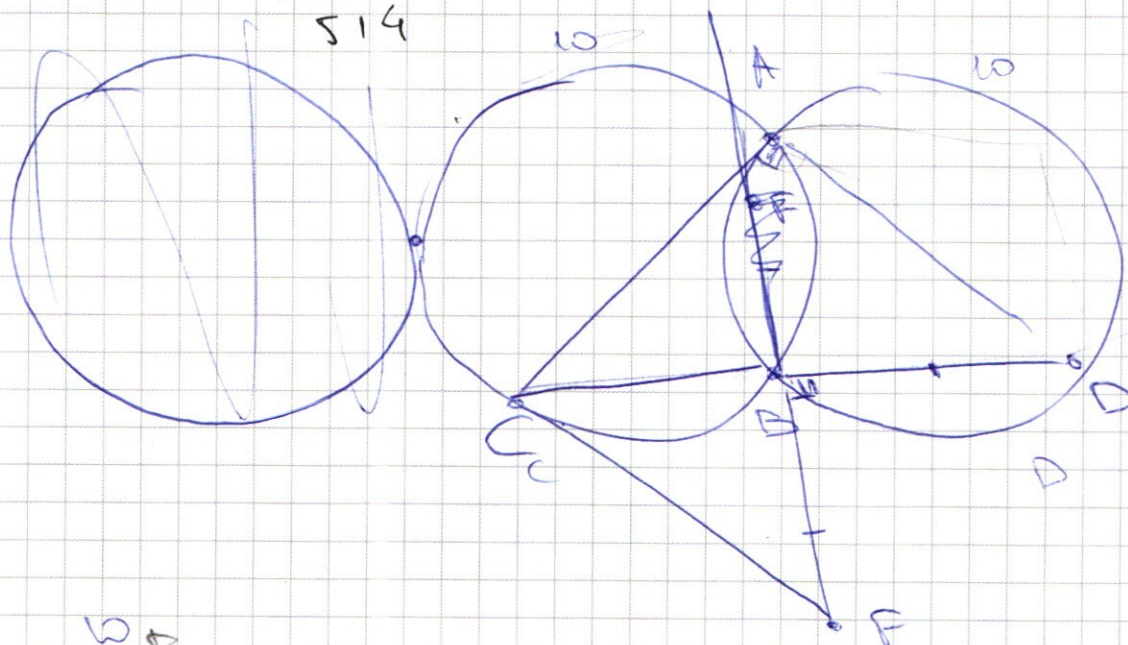
$$= \frac{14\sqrt{2} \cdot 20 \cdot \frac{7}{5\sqrt{2}}}{2} = 14 \cdot 10 \cdot \frac{7}{5} = 14 \cdot 2 \cdot 7 = 14 \cdot 14 = 196.$$

Ответ: ~~20~~ а) 20 б) 196.

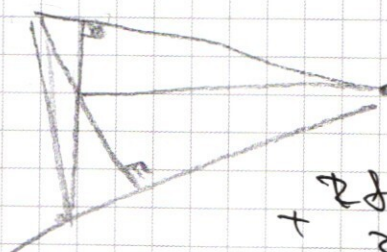
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6

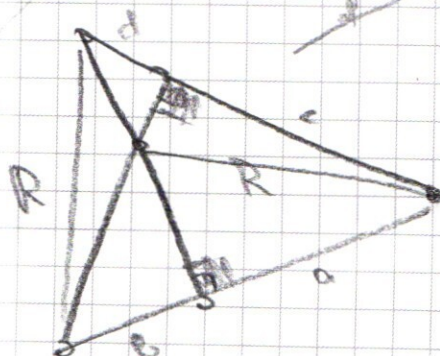
$$\begin{array}{r} 289 \\ + 225 \\ \hline 514 \end{array}$$



$$\frac{c}{a+b} = \frac{a}{c+d}$$



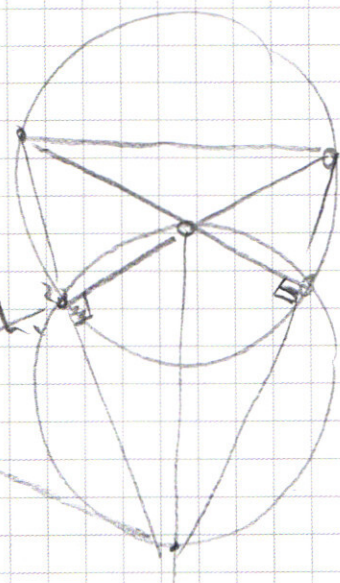
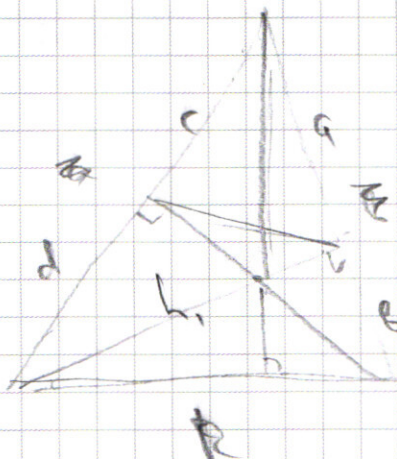
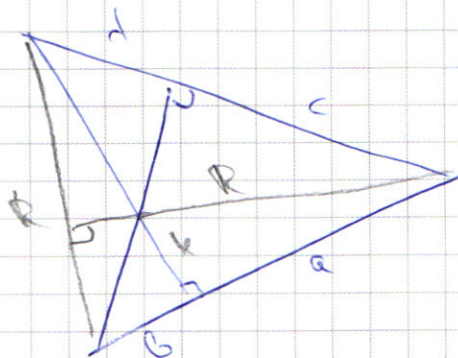
$$\begin{array}{r} 289 \\ + 225 \\ \hline 514 \end{array}$$



$$a^2 + b^2 = ?$$

$$\frac{c+d}{a} = \frac{a+b}{c}$$

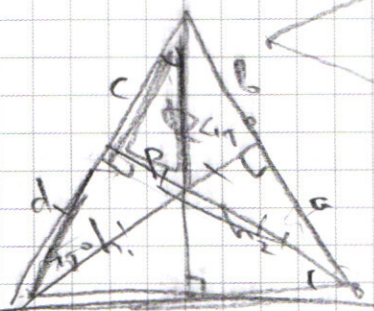
$$c+d = \frac{a}{c}(a+b)$$



$$G^2 = R^2 - h_1^2 \quad a^2 = (c+d)^2 - h_1^2$$

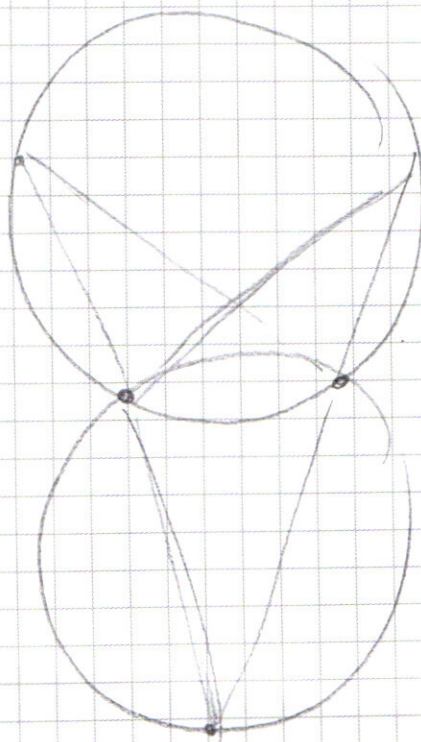
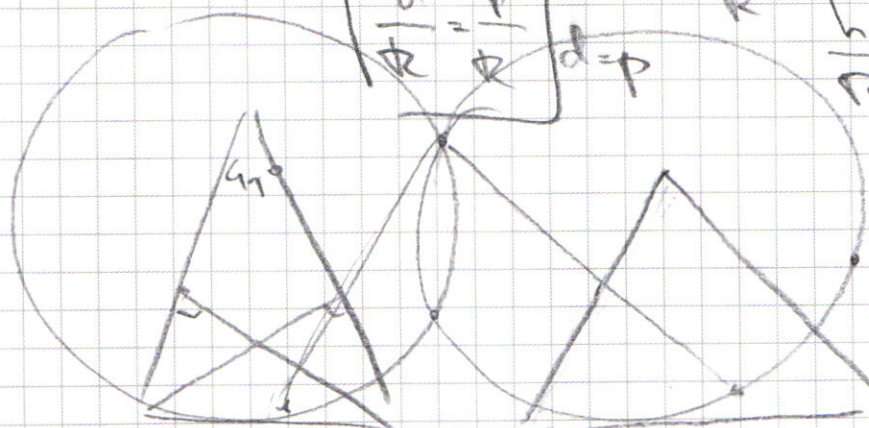
$$G^2 - a^2 = R^2 - (c+d)^2$$

$$(c+d)^2 = \frac{a^2(a+b)^2}{c^2}$$



$$\frac{d}{R} = \frac{p}{R} \quad d = p$$

$$\frac{h_2}{R} = \frac{c}{R} \quad h_2 = c$$



$$135 \quad 67,5$$

$$\leftarrow R \cdot \cos(67,5^\circ)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 3x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 3x + \sin 5x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin(3x + \frac{\pi}{2}) + \sqrt{2} \sin(5x - \frac{\pi}{2}) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \left(\sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) + \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \right)$$

$$\sin(\alpha + \beta) \Rightarrow \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$|x + y + r| + |y - x + r| = 10 \quad |(y + r) + x| + |(y + r) - x| = 10$$

$$x > y + r \Rightarrow y + r = r$$

$$-(y + r) < x < (y + r)$$

$$x > (y + r)$$

$$-x > (y + r)$$

$$x < -(y + r) \Rightarrow y \neq r = r$$

$$\begin{cases} (y + r) > x \\ (y + r) > -x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + r = 0 \\ y + r > x > -(y + r) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + r \neq 0 \\ y + r < x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -r \\ x > y + r > x \end{cases}$$

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = a$$

4 окружности

$$a = 48$$

$$48, 64$$

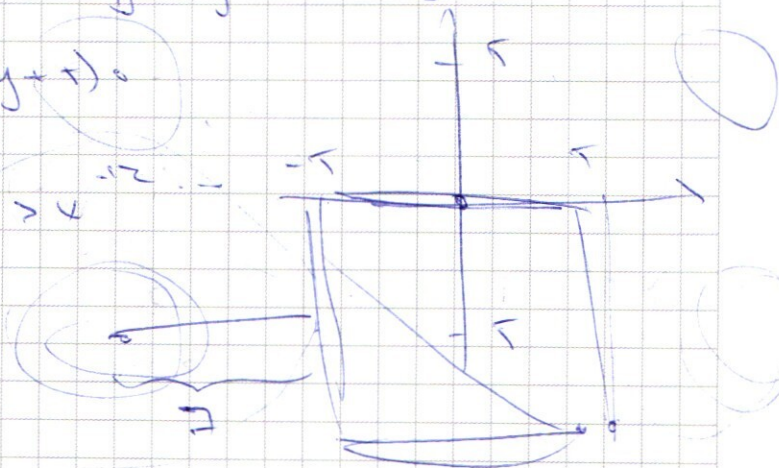
$$0 \leq r$$

$$a = r^2$$

$$\sqrt{a} = r$$

$$(-12), (15)$$

$$289 - 22r = 64$$



$$2 - 1226$$

$$1113 = 1226 - 1113$$

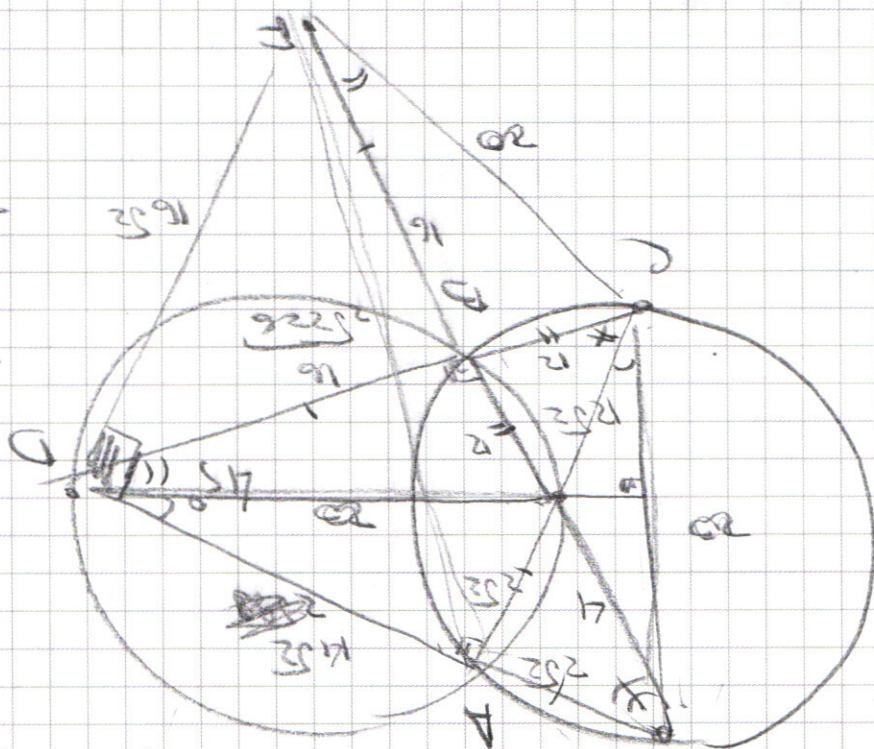
$$352 \cdot 8 \cdot 7$$

$$= 16$$

$$16 = 100 - 84$$

$$8 \cdot 2 = 16$$

$$98 - 2 = 96$$



17

$$2 = (x) f \quad \leftarrow \quad 9 = x \quad (1)$$

$$0 > 9x - x^2 + x^2 - 2 + 2 - 9 + x^2$$

$$2 \log_2 (2 - 2) = \log_2 \left(\frac{2}{2} \right) = \log_2 1 = 0$$

$$2 \log_2 \left(\frac{2}{2} \right) = 2 \cdot 0 = 0$$

$$0 > 9x - x^2 + x^2 - 2 + 2 - 9 + x^2 = (x) f$$

$$2 + 9x - x^2 + x^2 - 2 + 2 - 9 + x^2 = (x) f$$

$$2 < x^2 - (9 - x) \cdot 2 + 9x$$

$$9x - 2 \cdot 9$$

$$9x - 2 \cdot 9 + 2 < x^2 - x \cdot 2 + 9x$$

$$9x - 2 \cdot 9 + 2 < x^2 - x \cdot 2 + 9x$$

$$x \cdot (1 - 2) \cdot 2 + 9x > 9x - 2 \cdot 9 + 2$$

$$9x - 2 \cdot 9 + 2 < 9x$$

$$2 < (x) f$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 4 - x \end{cases}$$

$$y \ln\left(\frac{y}{x^2}\right) = x \ln\left(\frac{1}{x^2 y^4}\right) \rightarrow y - \ln\left(\frac{x^2}{y}\right) = x - \ln(x^2 y^4) \Leftrightarrow$$

$$y \ln\left(\frac{x^2}{y}\right) = x \ln(x^2 y^4) \quad | \text{ } \rightarrow \log \ln$$

$$\ln\left(\frac{x^2}{y}\right) \cdot \ln y = \ln(x^2 y^4) \cdot \ln x$$

$$(\ln(x^2) - \ln(y)) \ln y = (\ln x^2 + \ln y^4) \cdot \ln x \Leftrightarrow$$

$$(2 \ln x - \ln y) \cdot \ln y = (2 \ln x + 4 \ln y) \cdot \ln x \Leftrightarrow$$

$$2 \ln x \cdot \ln y - \ln^2 y = 2 \ln^2 x + 4 \ln y \ln x \Leftrightarrow$$

$$2 \ln^2 x - 2 \ln x \cdot \ln y + \ln^2 y = 0 \quad | 2x - 8$$

$$\ln y = \frac{2 \ln x \pm \sqrt{4 \ln^2 x - 8}}{2} = \frac{2 \ln x \pm \sqrt{4 \ln^2 x - 8}}{2}$$

$$(\ln y - 2 \ln x)(\ln y - \ln x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \ln y = 2 \ln x \\ \ln y = \ln x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln y = \ln x^2 \\ \ln y = \ln x \end{cases} \quad | e^{\quad} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow \dots$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 4 - x \end{cases}$$

N 1

8-ми цифр, $\Pi = 9261 = ?$

$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 343} \\ 12 \overline{) 12} \\ 12 \overline{) 12} \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ 28 \overline{) 49} \\ 63 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 9} \\ 9 \overline{) 1029} \\ 26 \overline{) 13} \\ 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 825 \overline{) 7} \\ 7 \overline{) 171} \\ 14 \overline{) 31} \\ 28 \overline{) 31} \\ 3 \end{array}$$

$$a \equiv 9261 = 9 \cdot 1029 = 9 \cdot 3 \cdot 343 = 27 \cdot 7 \cdot 49 =$$

A-миле цифр $= 3^3 \cdot 7^3$

Возм. цифр: 1, 3, 7, 9

$$\begin{array}{r} 14 \overline{) 8} \\ 32 \overline{) 8} \\ 142 \end{array}$$

1) Если 9. $\rightarrow A(\text{цифры}) = \{9, 3, 7, 7, 7, 1, 1, 1\}$

$$N_1 = \binom{8}{9} \cdot \binom{7}{3} \cdot \binom{6}{7} \cdot \binom{3}{7} = 8 \cdot 7 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} \cdot 1 = 8 \cdot 7 \cdot \frac{4^2}{10} = 8 \cdot 14 \cdot 10 = 1120$$

2) Если 9. $\rightarrow A = \{3, 3, 3, 7, 7, 7, 1, 1\}$

$$N_2 = \binom{3}{3} \cdot \binom{3}{7} \cdot \binom{2}{1} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 6}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} \cdot 1 = 560$$

$$N = N_1 + N_2 = 1680$$

~~N₁~~

$$y = 2x: \frac{(2x)^5 - x(2x) - 2x^2}{8x - 4(2x)}$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y \ln \left(\frac{y}{x^2} \right)$$

$$\begin{cases} y^2 - 4y - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \\ (y - 2x)(y + x - 4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ y + x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a \log_b c &= \log_b a^c \\ c \log_b a &= \log_b a^c \end{aligned}$$

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = y \ln \left(\frac{y}{x^2} \right) = \frac{1}{x \ln(x^2 y^4)} = x^{-\ln(x^2 y^4)} = x^{\ln \left(\frac{1}{x^2 y^4} \right)}$$

$$a \log_b c = c \log_b a = c \log_c a \cdot \log_c b = c \log_b c = x \ln \left(\frac{1}{x^2 y^4} \right)$$