

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

~~Решение~~ По формулам разности косинусов и суммы синусов:

$$-2 \sin \frac{9x+5x}{2} \cdot \sin \frac{4x}{2} - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin \frac{9x+5x}{2} \cdot \cos \frac{4x}{2} = 0$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

либо $\cos 2x - \sin 2x = 0$ /: $\cos 2x \neq 0$ т.к. $\cos 2x \neq 0$ по условию

$$1 - \tan 2x = 0$$

$$\tan 2x = 1$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$

и $\sin 2x = 0$, а это невозможно.

либо

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4})$$

По формуле сокращенного аргумента:

$$2 \sin 7x - 2 \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \quad /: 2$$

$$\sin 7x - \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

По формуле разности синусов:

$$2 \cos \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \sin \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\cos \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$9x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9} k, k \in \mathbb{Z}$$

или $\sin \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$

$$\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$5x - \frac{\pi}{4} = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5} n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} \ell, \ell \in \mathbb{Z};$
 $x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3} k, k \in \mathbb{Z};$
 $x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5} n, n \in \mathbb{Z}.$

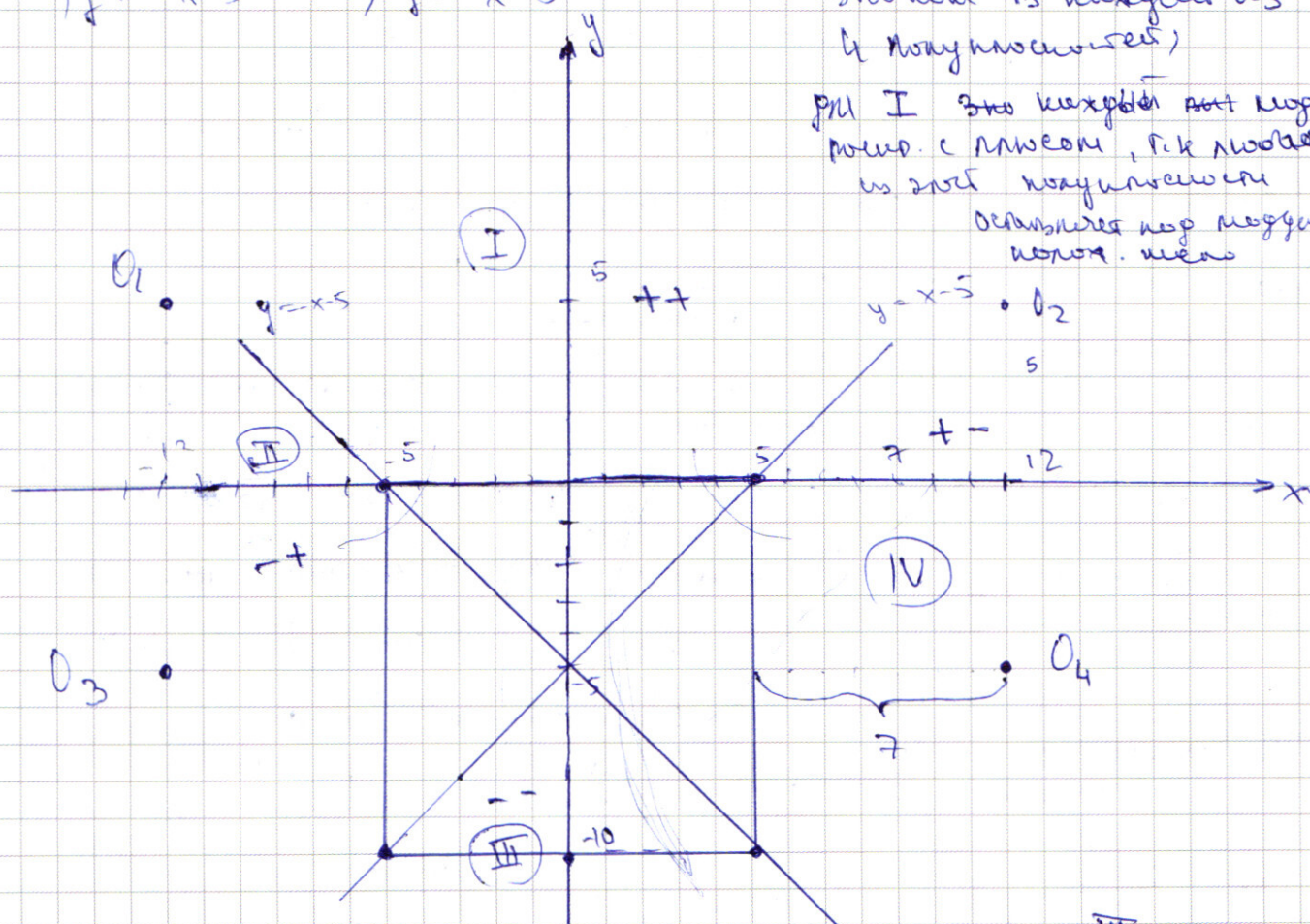
№5 $\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$

Преобразуем на координатной плоскости две прямые, эта же линия которых содержит каждую из точек

1) $y = -x - 5$ 2) $y = x - 5$

Рассмотрим модуль относительно знаков в каждой из 4 полуплоскостей,

при I это квадрат есть модуль равно с нулем, так модуль равен из этой полуплоскости останется под модулем только ноль.



при I: ++

$$x+y+5+y-x+5=10$$

$$2y=0$$

$$y=0$$

при II: - +

$$-x-y-5+y-x+5=10$$

$$-2x=10$$

$$x=-5$$

при IV: + - $x+y+5-y+x-5=10$

$$x=5$$

при III: - -

$$-x-y-5-y+x-5=10$$

$$-2y=20$$

$$y=-10$$

Решим все прямые в системе: полуплоскостей.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (Продолжение)

$$(x-12)^2 + (y-5)^2 = a \rightarrow 4 \text{ окружности с } R = \sqrt{a}$$

с центрами в точках $(12; 5)$, $(-12; 5)$, $(12; -5)$, $(-12; -5)$.

4 окружности с одинак. радиусами $R = \sqrt{a}$.

$O_1; O_2; O_3; O_4$ — центры окружностей:

с увеличением параметра $a \rightarrow$ радиусы окружностей увеличиваются;

Анализируем кол-во пересечений окружностей с кривой Π :

при $R=0 \rightarrow 0$ пересечений

при $R=7 \rightarrow 2$ пересечения.

при $R \in (0; 7) \rightarrow 0$ пересечений.

Первое касание окружностей с кривой Π в точках $O_3; O_4$, тк. пер-е касание при $O_1; O_2$ происходит,

$$R = \sqrt{25+49} = \underline{\underline{\sqrt{74}}}$$

$R \in (7; \sqrt{74}) \rightarrow 4$ решения;

$R = \sqrt{74} \rightarrow 6$ решений;

R больше 2 решений

$R \in (\sqrt{74}; 13) \rightarrow 8$ решений

до момента, когда

$R = 13 \rightarrow 6$ решений;

при R и Π пересекаются

в точках $(0; 0)$ и $(10; 10)$

$$\text{или } R = \sqrt{144+25} = 13$$

6 решений

Далее кол-во решений никак не может превышать 2, пока

Окружности O_3 и O_4 не выйдут за пределы кривой Π ,

$$\text{то происходит при } R = \sqrt{289+25} = \underline{\underline{\sqrt{314}}}$$

В итоге будет 4 решения; пока

O_3 и O_4 не выйдут за пределы кривой Π

$$R = \sqrt{225+289} = \sqrt{514} \rightarrow \underline{\underline{2 \text{ решения}}}$$

при $R > \sqrt{514} \rightarrow$ нет решений; все 4 отрицательны. ~~Дано.~~
 Пусть $R = \sqrt{a}$, тогда значение возьмем равным 3
 случай. $R=7 \Rightarrow \sqrt{a}=7$ и $R=\sqrt{514}$

$$\boxed{a=49}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{514}$$

$$\boxed{a=514}$$

Ответ: 49; 514;

№3 $(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)}$
 $y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

Решим 2-ое уравнение: $y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$

$$D = (x+4)^2 - 4(-2x^2 + 8x) = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{9} = \frac{4}{3}$$

$$9\left(x - \frac{4}{3}\right)^2$$

$$y_{1,2} = \frac{(x+4) \pm \sqrt{9\left(x - \frac{4}{3}\right)^2}}{2}$$

$$y_1 = \frac{x+4 + 3\left|x - \frac{4}{3}\right|}{2}$$

$$x \geq \frac{4}{3}: y_1 = 2x$$

$$x < \frac{4}{3}: y_1 = \frac{-2x+8}{2} = -x+4$$

$$y_2 = \frac{x+4 - 3\left|x - \frac{4}{3}\right|}{2}$$

$$x \geq \frac{4}{3}: y_2 = \frac{-2x+8}{2} = 4-x$$

$$x < \frac{4}{3}: y_2 = 2x$$

$\Rightarrow$

См. график

1 случай $y = 2x$, тогда подставляем в 1-е уравнение:

$$(x^2 (2x)^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln\left(\frac{2x}{x^2}\right)}$$

$$1 = \frac{(16x^6)^{\ln x} \cdot \ln 2 - 6 \ln x}{(2x)^{\ln 2 - 6 \ln x}}$$

$$1 = \frac{16 \ln x \cdot x^{6 \ln x} \cdot \ln 2}{x^{6 \ln x} \cdot 2x^{\ln 2}} = \frac{x^{6 \ln x} \cdot 16 \ln x \cdot \ln 2 \cdot (2x)^{\ln 2}}{x^{6 \ln x} \cdot 2^{6 \ln x}}$$

$$\Rightarrow \frac{4 \cdot (2x)^{6 \ln x}}{x^{6 \ln x} \cdot 2 \cdot \ln 2 \cdot \ln 2} = \frac{4 \ln x \cdot \ln 2 \cdot \ln 2}{2 \cdot x \cdot 2} \Rightarrow$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (Продолжение). Рассмотрим 1-ый случай:

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 4 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \\ y = 2x \end{cases}$$

$$(16x^2 \cdot x^4)^{-\ln x} = y 2x^{\ln(\frac{2}{x^6})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{16^{\ln x} \cdot x^{6/\ln x} \cdot (2x)^{\ln 2}}{(2x)^{6 \ln x}} \Rightarrow 1 = \frac{2^{4 \ln x} \cdot x^{6/\ln x} \cdot 2^{\ln 2} \cdot x^{\ln 2}}{x^{6 \ln x} \cdot 2^{6 \ln x} \cdot 2^{2 \ln x}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{2 \ln x} = 2^{\ln 2} \cdot x^{\ln 2} \quad \text{логарифмируем по основанию } e:$$

$$\ln 2^{2 \ln x} = \ln 2^{\ln 2} \cdot \ln x^{\ln 2} \Rightarrow 2 \ln x \cdot \ln 2 = \ln 2 \cdot \ln 2 \cdot \ln x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln x = 0 \quad \boxed{x=1} \quad y = 2x \Rightarrow \boxed{y=2}$$

Рассмотрим 2-ой случай:

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \\ y = 4 - x \end{cases}$$

$$\frac{1}{(x^2 (4-x)^4)^{\ln x}} = (4-x)^{\ln(4-x) - \ln x^7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{x^{2 \ln x} \cdot (4-x)^{4 \ln x} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)}}{\ln(4-x)^{7 \ln x} (4-x)^{3 \ln x}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (4-x)^{3 \ln x} = x^{2 \ln x} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)} \quad \text{логарифмируем по основанию } e:$$

$$\ln(4-x)^{3 \ln x} = \ln x^{2 \ln x} \cdot \ln(4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$\ln(4-x)^{3 \ln x} \cdot \ln(4-x) = 2 \ln x \cdot \ln x \cdot \ln(4-x) \cdot \ln(4-x)$$

$$\ln(4-x) = 0 \quad 4-x = 1 \quad \boxed{x=3} \quad \boxed{y=1}$$

$$3 = 2 \ln x \cdot \ln(u-x) \rightarrow \text{искл (решения)}$$

Отзер (1; 2); (3; 1).

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

(Продолжение)

$$4 = x^{\ln^2} \cdot 2^{\ln^2}$$

Логарифмируем по основанию e .

$$2\ln 2 =$$

$$\ln 4 = \ln x^{\ln^2} \cdot \ln 2^{\ln^2}$$

$$\ln 4 = \ln 2 \cdot \ln x \cdot 1$$

$$4 = 2 \ln x$$

$$\ln x = 2$$

$$\ln x = \ln e^2$$

$$x = e^2$$

$$y = 2e^2$$

И пусть $y = 4 - x$

$$1 = \left(x^2 (4-x)^4 \right)^{\ln x} \cdot (4-x)^{\ln \frac{(4-x)}{x^2}}$$

$$1 = \frac{x^{2 \ln x} \cdot (4-x)^{4 \ln x}}{(4-x)^{3 \ln x}}$$

$$1 = \frac{x^{2 \ln x} \cdot (4-x)^{4 \ln x}}{(4-x)^{2 \ln x} \cdot (4-x)^{3 \ln x}}$$

$$(4-x)^{3 \ln x} = x^{2 \ln x}$$

Логарифмируем по основанию e :

$$3 \ln x \ln (4-x) = 2 \ln x \ln x$$

$$3(4-x)$$

$$(4-x)^3 = x^2$$

$$(16 - 8x + x^2)(4-x) = x^2$$

$$x^3 + 8x^2 - 16x + 4x^2 - 32x + 64 = x^2$$

$$x^3 + 12x^2 - 48x + 64 = x^2$$

$$x^3 + 11x^2 - 48x + 64 = 0$$

Нет корней.

Ответ $(e^2, 2e^2)$;

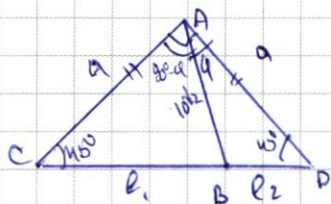
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6 (Продолжение). Дана $CA = AD$, так $\triangle CAD$ равнобедренный,
т.е. $\angle ACD = \angle ADC$.
Пусть $CA = AD = a$, тогда $R = 10$

по теореме синусов в
 $\triangle CAB$:

$$\frac{AB}{\sin 40^\circ} = 2R \Rightarrow AB = \frac{20 \cdot \sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$$

Пусть $\angle ABD = \varphi$; тогда $\angle CAB = 90^\circ - \varphi$.



Пусть $CB = \ell_1$; а $BD = \ell_2$, тогда

по теореме косинусов в $\triangle ACB$:

по теореме синусов в $\triangle ACB$: а в $\triangle ABD$:

$$(1) \frac{\ell_1}{\sin(90^\circ - \varphi)} = 2R \quad (2) \frac{\ell_2}{\sin \varphi} = 2R$$

из (1)

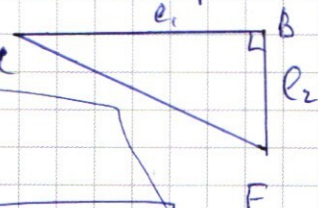
$$\ell_1 = 20 \cdot \cos \varphi$$

из (2)

$$\ell_2 = 20 \sin \varphi$$

так $BD = BF = \ell_2 = 20 \sin \varphi$, то

по теореме Пифагора в $\triangle CBF$:



$$CF^2 = CB^2 + BF^2$$

$$CF^2 = \ell_1^2 + \ell_2^2$$

$$CF^2 = 400 \cos^2 \varphi + 400 \sin^2 \varphi$$

$$CF^2 = 400 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)$$

$$CF^2 = 400$$

$$CF = 20$$

д) Дано: $BC = 12$;

$S_{\triangle ACF} = ?$

$$\ell_1 = 12$$

по теореме Пифагора в
 $\triangle CBF$:

$$\ell_2^2 = 400 - 144$$

$$\ell_2 = 16$$

$$CD = \ell_1 + \ell_2 = 12 + 16 = 28$$

по Т-Пифагора в $\triangle CAD$:

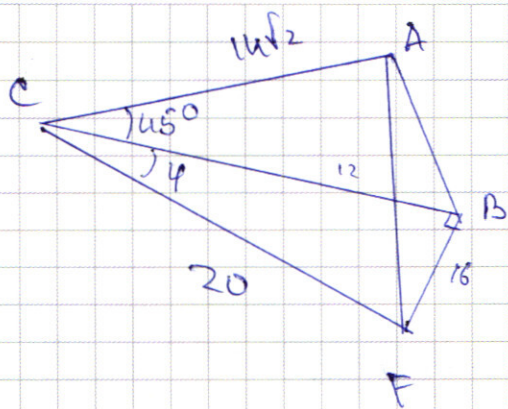
$$2a^2 = 784$$

$$a = \frac{28 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 14\sqrt{2}$$

$$a = \frac{28\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}$$

$$FD = 16\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 28 \times 28 \\ \hline 224 \\ 56 \\ \hline 784 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Ответ: } 20 \end{array}$$



$$CB = 12$$

$$\sin \angle BCF = \frac{BF}{CF} = \frac{4}{5} \quad \left| \begin{array}{l} \angle \\ \text{as } \angle = \frac{3}{5} \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} \angle = \arcsin \frac{4}{5} \\ \text{as } \angle = \frac{3}{5} \end{array} \right.$$

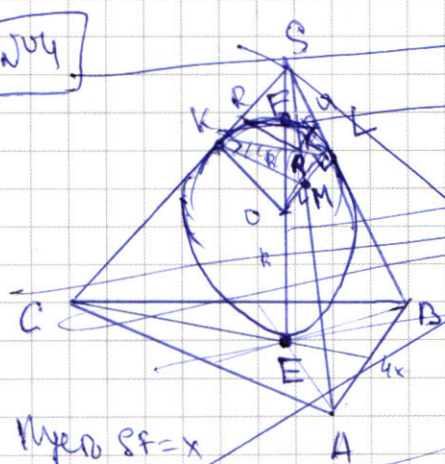
$$S_{ACF} = \frac{1}{2} \sin(45^\circ + \arcsin \frac{4}{5}) \cdot 14\sqrt{2} \cdot 20$$

$$\begin{aligned} \sin(45^\circ + \varphi) &= \sin 45^\circ \cdot \cos \varphi + \cos 45^\circ \cdot \sin \varphi = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5} \right) = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{7}{5} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{ACF} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7}{5} \cdot 14\sqrt{2} \cdot 20 = \frac{7\sqrt{2} \cdot 14\sqrt{2} \cdot 20}{20} = 7 \cdot 14 \cdot 2 = \\ &= 14 \cdot 14 = 196 \quad \boxed{\text{Ответ: } 196} \end{aligned}$$

- Ответ: а) $CF = 20$;
б) $S_{\triangle ACF} = 196$;

July



Случай?

$$S_{ABC} = 16$$

$$S_{PAR} = 1$$

$\triangle PAR \sim \triangle ABC$ по 2 углам;

$$k^2 = \frac{S_{ABC}}{S_{PAR}}$$

$$k^2 = 16 \Rightarrow k = 4$$

по теореме о касательных и секущих:

$$SL^2 = SF \cdot SE$$

$$SL^2 = x \cdot (x + 2R)$$

$$SL^2 = x^2 + 2xR$$

Пусть $SF = x$

$F \in (SO)$

№3 (Другим способом)

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 4 - x \end{cases}$$

преобразуем в (1-ое) уравнение:

$$(16x^2 - x^4) \cdot \ln x = (2x) \ln \left(\frac{2}{x^6} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{16 \ln x \cdot x \cdot \ln x \cdot (2x)}{(2x) \ln x^6} = 1 \Rightarrow$$

$$\ln 2 \cdot 2 \ln x = \ln 2 \cdot \ln 2 \cdot \ln 2 \ln x$$

$$\ln x = 0 \rightarrow \text{решение}$$

$$x = 1 \rightarrow \text{решение} \quad y = 2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{2 \ln x \cdot x \cdot \ln x \cdot 2 \ln 2 \cdot x \ln 2}{2 \ln x \cdot x \cdot \ln x \cdot 2 \ln 2 \cdot x \ln 2} &= 1 \\ 2 \ln x &= 2 \ln 2 \cdot \ln 2 \cdot \ln 2 \ln x \\ 2 \ln x &= \ln 2 \cdot \ln 2 \cdot \log_2 x \end{aligned}$$

логарифмируем по все e:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

W05 $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$

$y = -x-5$ (1)
 $y = x-5$ (2)

Решено 2 решения;

±: $x+y+5 + y-x+5 = 10$
 $2y+10=10$
 $y=0$

III: $-x-y-5 - y+x-5 = 10$
 $-2y-10=10$
 $-2y=20$
 $y=-10$

II: $-x-y-5 + y-x+5 = 10$
 $-2x=10$
 $x=-5$

$R=13$

$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 0$ окружности
 $R=\sqrt{0}$

$(12; 5)$ $(-12; -5)$
 $(-12; 5)$ $(12; -5) \rightarrow$ Координаты

Анализ кон-во 8-тих чисел произв. учасов

$144+25=169$
 $\sqrt{169}=13$
 $\sqrt{814}$

$9261 \div 9 = 1029$
 $1029 \div 3 = 343$
 $343 \div 7 = 49$
 $49 \div 7 = 7$
 $7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$

$1029 \div 3 = 343$
 $343 \div 7 = 49$
 $49 \div 7 = 7$
 $7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$

$343 \cdot 3 \cdot 9$

$7^3 \cdot 3^3$

Черезно уривнект; $y=0 \Rightarrow x=0$.

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$D = (x+4)^2 - 4(-2x^2 + 8x) =$$

$$= x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x =$$

$$= 9x^2 - 24x + 16 = 0 \quad \frac{16 \cdot 9 = 144}{144}$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 16 \cdot 9}}{9}$$

$$x_1 = \frac{4}{3} \quad 9\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = 0$$

$$9\left(x^2 - \frac{8x}{3} + \frac{16}{9}\right)$$

Купи $x > \frac{4}{3}$

$$y = \frac{x+4}{2} = \frac{2x+\frac{4}{3}}{2}$$

$$y = -2x$$

$$\frac{x+4+3x-4}{2} = \frac{4x}{2} = 2x$$

$$y_2 = \frac{x+4-3x+4}{2} = \frac{-2x+8}{2} = -x+4$$

$$y_2 = -x+4$$

$$y_1 = \frac{x+4-3x+4}{2} = \frac{-2x+8}{2} = -x+4$$

$$y_2 = 2x$$

$$y = 2x$$

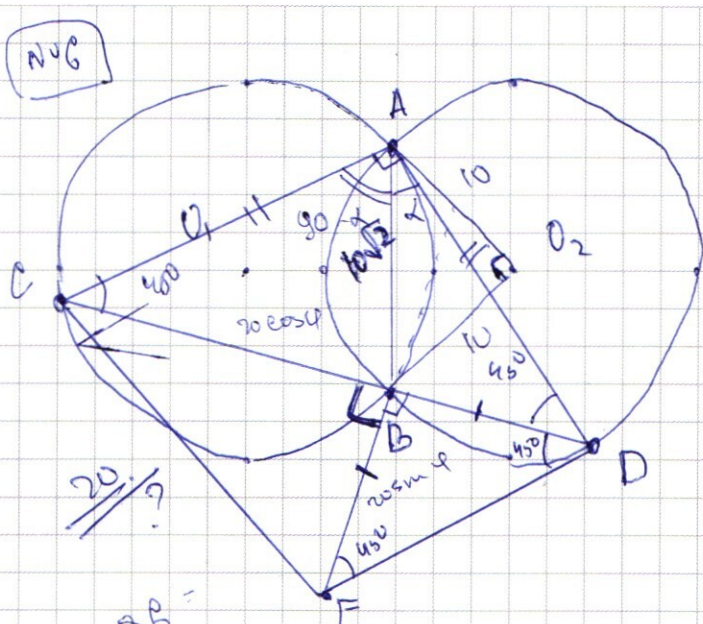
h(1)

$$(x^2 (2x)^4)^{-\ln x} = 2x^{\ln\left(\frac{2x}{x^2}\right)}$$

$$\frac{1}{16 \cdot x^6} \ln x = 2x^{\left(\ln \frac{2}{x^6}\right)} = \ln 2 - 6 \ln x$$

$$\frac{1}{16 x^6} = \frac{16^{\ln x} \cdot x^{6 \ln x} \cdot 2x^{\ln 2}}{2x^{6 \ln x} \cdot x^{6 \ln x} \cdot \ln x \cdot \ln 2 \cdot 1}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$R_1 = R_2 = \underline{\underline{10}}$$

CF-? = w

$\Delta CAD \sim \Delta FBD$ по 2 углам.

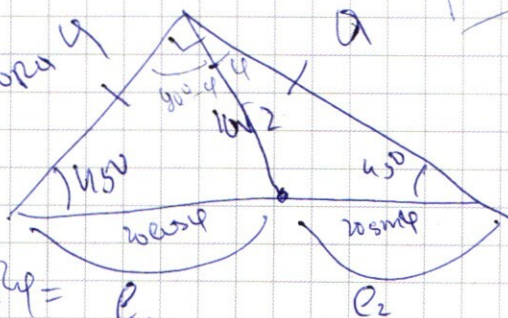
$$X^2 = w$$

$$\chi = 10\sqrt{2}$$

$$AB = 10\sqrt{2}$$

$$\frac{210 \text{ K}}{27} = 7.78$$

$$\frac{\cos \varphi}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)} = \sin \varphi$$



$$8 + 44 + 64 - 96 = 120$$

По мере

$$CF = 400 \cos^2 \theta + 600 \sin^2 \theta = 200$$

$$x^7 = 400$$

$$(1; 2)$$

24-20

$\frac{b_2}{\text{smk}} = 20$

$$\begin{array}{r} 2-2-2 \\ +8-8 \end{array} \quad \textcircled{+}$$

$$l_2 = w_{\text{smf}}$$

$$\binom{0}{16} = 2$$

$$\ln\left(\frac{2}{1}\right)$$

$$\lambda = 2^{\ln 2}$$

$$\frac{c_1}{\sin(90^\circ - \phi)} = 20$$

$$\ln 2 = 1$$

$$(e)^{-\ln 3} = 1^{\ln(\frac{1}{3^7})}$$

$$\frac{1}{3^{2 \ln 3}} = 1$$

$20 \sin 4^\circ$
 e_2

$$e_1^2 = a^2 + 200 - 20\sqrt{2}a \cdot \sin 4^\circ$$

$$e_2^2 = a^2 + 200 - 20\sqrt{2}a \cdot \cos 4^\circ$$

$$e_1^2 - a^2 + 200 = 800a^2 \sin^2 4^\circ$$

$$e_2^2 - a^2 - 200 = 800a^2 \cos^2 4^\circ$$

$$800a^2 = (e_1^2 - a^2 - 200) + (e_2^2 - a^2 - 200)$$

$$800a^2 = (k_1^2 - a^2 - 200) + (k_2^2 - a^2 - 200)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(30^\circ + 30^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

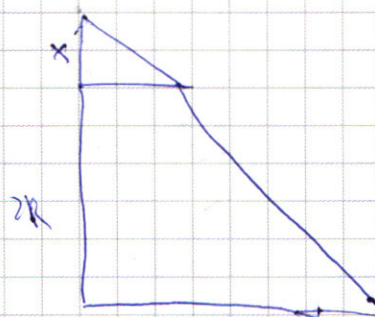
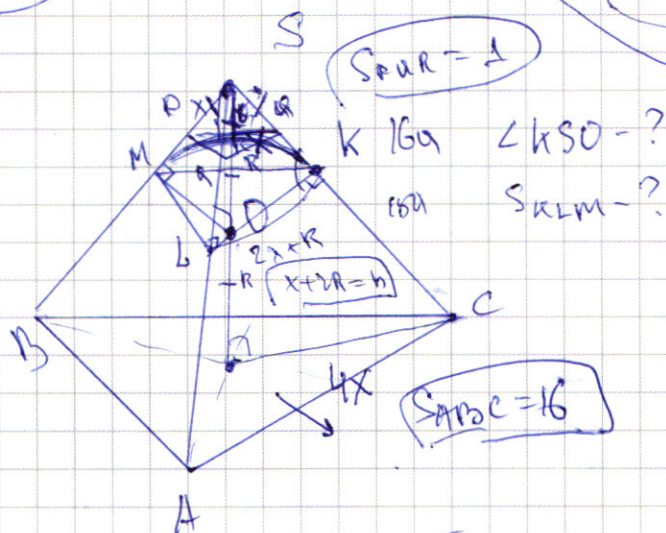
$$\sin(45^\circ + 45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7}{5}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7}{5}$$

$$\begin{array}{l} 1 - 10^\circ \\ 2 - 50^\circ \\ 3 - 20^\circ \\ 4 - 30^\circ \\ 5 - 60^\circ \\ 6 - 70^\circ \\ 7 - 10^\circ \end{array}$$

$$90^\circ + 70^\circ + 10^\circ = 170^\circ$$

NOY



$$\frac{1}{(x^2 y^4) \ln x} = y \ln y \cdot \ln x \quad \ln y \ln^2 y = \ln \cdot k$$

$$1 = x^{2 \ln x} \cdot y^{4 \ln y} \cdot y \ln y = 1$$

$$y \ln y = k$$

$$\ln y = \log_y k$$

$$y \ln y = 1$$

$$(2x)^{3 \ln x} = x^{2 \ln x} \cdot 2x \ln 2x$$

$$y^x = k \quad \ln y = \log_y k$$

$$x = \log_y k$$

$$2^{3 \ln x - \ln 2x} = x \quad \ln 2x - \ln x = 3 \ln x \quad x^{3 \ln x} = x^{2 \ln x}$$

$$x \ln x = 2^{\ln 2x} \cdot x^{\ln 2x}$$

$$x^{\ln 2x} = \frac{\ln 2 + \ln x}{x}$$

$$2^{3 \ln x} \cdot x \ln x = 2^{\ln 2x} \cdot x^{\ln 2x}$$

$$3 = 2 \ln x (\ln 2x)^2$$

$$3 \ln x \ln 2x = \ln x \cdot 2 \ln x \cdot \ln 2x \cdot \ln 2x$$



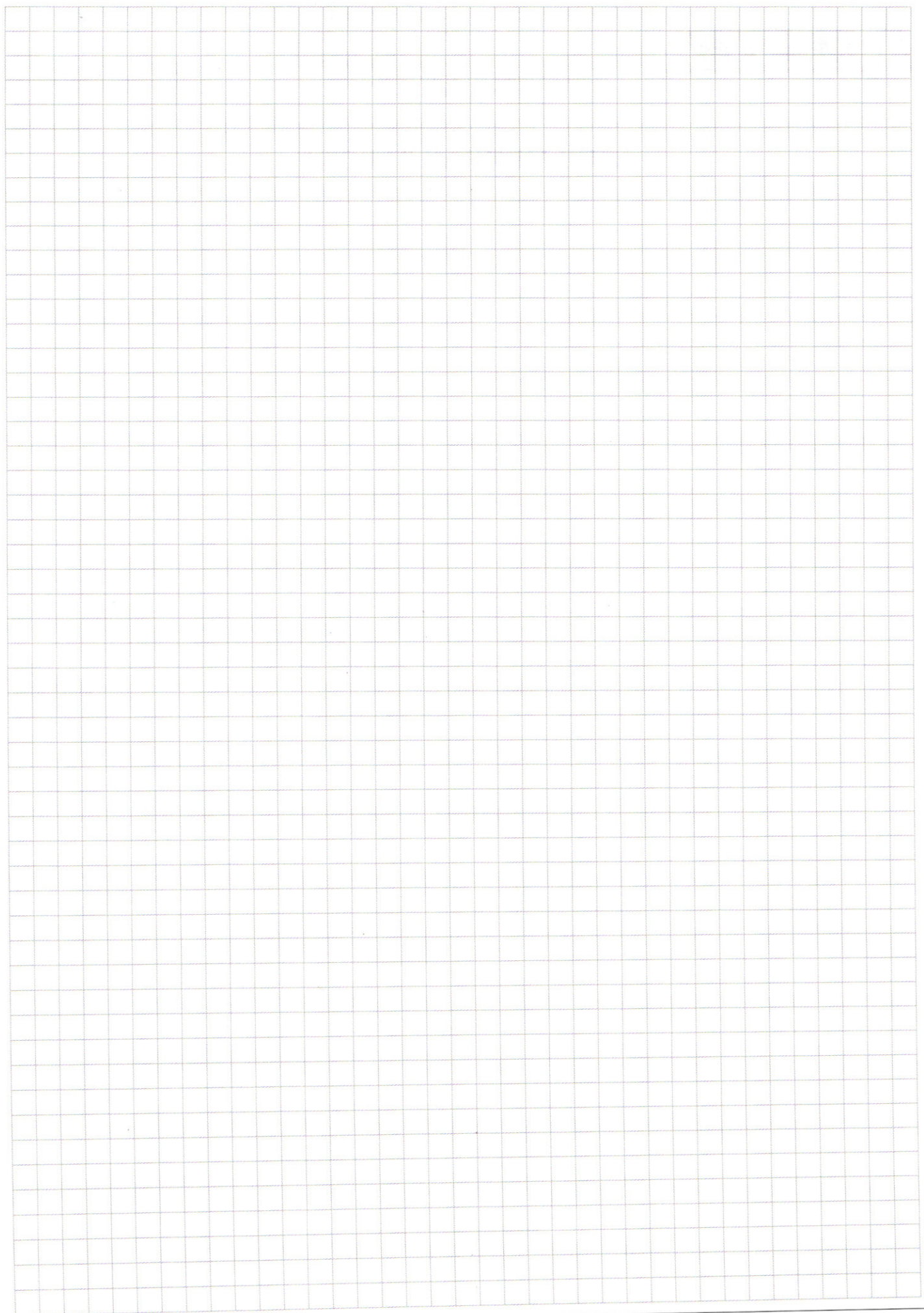
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $\begin{matrix} a & b & c & d & e & f & g & h \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{matrix}$ каждый пункт.

$\begin{matrix} 129 & 129 & 129 & 129 & 129 & 129 & 129 & 129 \\ 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 \\ 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \end{matrix}$

$129 \cdot 9 = 1161$
 $129 \cdot 9 = 1161$
 $129 \cdot 9 = 1161$
 $129 \cdot 9 = 1161$
 $129 \cdot 9 = 1161$
 $129 \cdot 9 = 1161$
 $129 \cdot 9 = 1161$
 $129 \cdot 9 = 1161$

$$\cos 8x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 8x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 8x + \sin 8x + \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad \cos 2x + \sin 2x =$$

1) $\cos 2x + \sin 2x =$

$$\sqrt{2} \cdot \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos 8x - \cos 5x + \sin 8x + \sin 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$-2 \cdot \sin \frac{14x}{2} \cdot \sin 2x + 2 \cdot \sin \frac{14x}{2} \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x + 2 \sin 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$-\sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

1) $\cos 2x = \sin 2x$ $\div: \cos 2x$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$1 = \tan 2x$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

ответ 1)

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos^2 x + 2 \sin x \cos x - \sin^2 x) = 0$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (2 \sin x \cos x - 2 \sin(2x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\sin 7x - \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$2 \cdot \cos \frac{7x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \sin \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\cos \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\sin \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi n$$

$$5x - \frac{\pi}{4} = 2\pi n$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}n$$

$$9x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k$$

$$9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{3\pi}{4 \cdot 9} + \frac{2\pi}{9}k$$

Или:

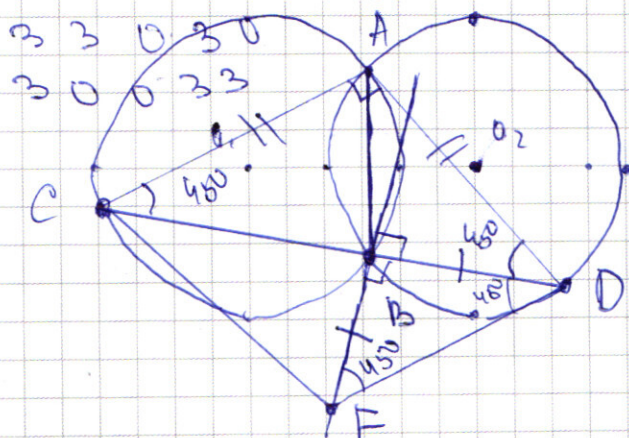
$$1) x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}n, n \in \mathbb{Z}$$

$$3) x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}p, p \in \mathbb{Z}$$

3 3 3 0 0
□ □ □ □ □

0 3 0 3 3
0 0 3 3 3
0 3 3 3 3



$$R_1 = R_2 = 10$$

$$\angle CAD = 80^\circ$$

CF?

AB - хорда.

$\triangle CAD \sim \triangle FBD$

по 2 углам.

1 +
2 +

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$2^{\ln 2} = k$$

$$\ln 2 = \log_2 k$$

$$2^{\log_2 k} = k$$

$$\begin{array}{r} 225 + \\ 789 \\ \hline 514 \end{array}$$