

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ✓ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.

- ✓ 3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

- ✓ 4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.

- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .

- ✓ 7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

Разложим 3375 на множители:

$$3375 = 5^3 \cdot 3^3$$

Это значит, что набор цифр в числе может быть либо таким: $\{5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1\}$, либо таким: $\{5, 5, 5, 3, 9, 1, 1, 1\}$.

Давайте для каждого случая посчитаем кол-во восьмизначных чисел, состоящих из такого набора цифр:

$$1) k_1 = C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2 \cdot 3} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 8 \cdot 7 \cdot 10 = 560$$

$$2) k_2 = C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2 \cdot 3} \cdot 5 \cdot 4 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 1120$$

Всего:

$$k_1 + k_2 = 560 + 1120 = 1680$$

Ответ: 1680 чисел.

Задача №5

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4y)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

Давайте изобразим на плоскости Ox, Oy верхнее равенство. Прямые $y-3-x=0$ и $y-3+x=0$ делят плоскость на 4 части, в каждой из которых модули раскрываются по-разному. Пронумеруем эти части числами от 1 до 4:

$$\textcircled{1} \quad y-3-x \geq 0, \quad y-3+x \geq 0$$

$$y-3-x + y-3+x = 6$$

$$y = 6$$

$$\textcircled{2} \quad y-3-x \leq 0, \quad y-3+x \geq 0$$

$$-y+3+x + y-3+x = 6$$

$$x = 3$$

$$\textcircled{3} \quad y-3-x \leq 0, \quad y-3+x \leq 0$$

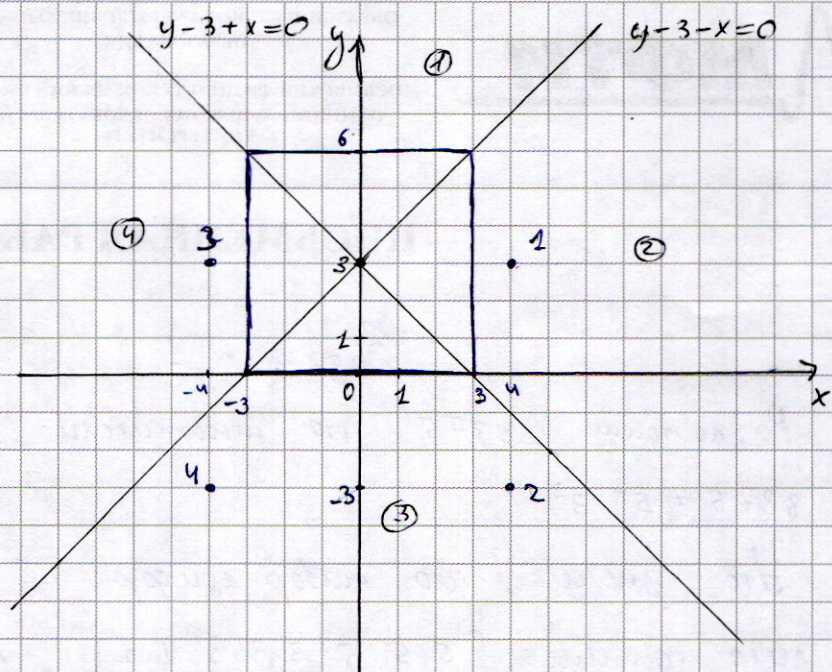
$$-y+3+x - y+3-x = 6$$

$$y = 0$$

$$\textcircled{4} \quad y-3-x \geq 0, \quad y-3+x \leq 0$$

$$y-3-x - y+3-x = 6$$

$$x = -3$$



Теперь посмотрим на второе уравнение и заметим, что это 4 окружности радиуса $\sqrt{a}$ с центрами в $(4; 3)$, $(4; -3)$, $(-4; 3)$ и $(-4; -3)$ (Обозначим их как 1, 2, 3, и 4)

Заметим, что получившаяся в первом уравнении фигура симметрична относительно оси OY , так же как и ~~четыре~~ окружности. Отсюда следует, что если окружность 1 пересекает фигуру в точке (x_0, y_0) , то окружность 2 проходит через точку $(x_0, -y_0)$, которая также лежит на фигуре из первого уравнения. Отсюда вытекают 3 возможные конфигурации:

1) Окружность 1 пересекает фигуру в одной точке.

Такой случай и правда возможен при $a=1$. Тогда окружности ^{1 и 3} касаются фигуры и дают 2 решения $((3; 3); (-3; 3))$, а окружности 2 и 4 не имеют общих

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

точек с фигурой и соответственно не даёт больше решений.

2) Окружность 1 пересекает фигуру в тех же точках, что и окружность 3. Такое возможно только если они обе будут проходить через точки $(0,0)$ и $(0,6)$, что в свою очередь возможно только при $a=25$ ($\sqrt{a}=5$), т.к. расстояние между $(4,3)$ и $(0,0) = 5$. Однако в этом случае окружности 2 и 4 будут пересекать фигуру ещё в одной точке каждая. Т.к. решений получается уже 4, этот случай не подходит.

3) Окружность 1 не пересекает фигуру. Следовательно, окружность 3 тоже не пересекает фигуру.

Т.к. ~~2~~ окружности 2 и 4 симметричны относительно Oy , то если окружность 2 пересекает фигуру в точке $(x; y)$, то окружность 4 пересекает её в точке $(-x; y)$.

Существует всего одно a , при котором в данном случае система имеет 2 решения. Это $a=130$

(~~т.е.~~ $\sqrt{a}$ - расстояние между точкой $(-4; -3)$ и $(3; 6)$)

При $a=130$ окружность 2 пересекает фигуру в точке $(-3; 6)$, а 4 - в $(3; 6)$ соответственно. При больших a точек пересечения нет вообще, при меньших их либо 2, либо окружности 1 и 3 пересекают фигуру, чего не

может быть в таком случае. Значит, для этого случая существует одно решение $a=130$.

Мы разобрали все случаи и нашли 2 решения.

Ответ: $a_1=1$; $a_2=130$.

Задача 57

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 2^x + 6 \cdot 2^{64} \\ y \leq 70 - x + 2^{64} \cdot x \end{cases}$$

Давайте найдем верхнюю и нижнюю границу x (то есть те значения, при которых решений не существует, а при $x+1$ или $x-1$ - существует).

Несложно посчитать, что это - 6 и 70. Проверим:

При $x=6$:

$$\begin{cases} y > 2^6 + 6 \cdot 2^{64} \\ y \leq 70 - 6 + 6 \cdot 2^{64} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 64 + 6 \cdot 2^{64} \\ y \leq 64 + 6 \cdot 2^{64} \end{cases} \quad - \text{очевидно что решений нет.}$$

При $x < 6$ получится, что y затянута между двух чисел, меньшее из которых больше большего (то есть если записать систему в виде $a < y \leq b$, то при $x < 6$ $a > b$), то есть решений нет.

Аналогично для $x=70$ получается что $a < y \leq a$:

$$\begin{cases} y > 2^{70} + 6 \cdot 2^{64} \\ y \leq 70 - 70 + 2^{64} \cdot 70 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y > 2^{64} (2^6 + 6) \\ y \leq 2^{64} \cdot 70 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 2^{64} \cdot 70 \\ y \leq 2^{64} \cdot 70 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 2^{64} \cdot 70 \\ y \leq 2^{64} \cdot 70 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 2^{64} \cdot 70 \\ y \leq 2^{64} \cdot 70 \end{cases}$$

- решений нет.

При больших x ситуация будет аналогично $x < 6$.

Кол-во решений при фиксированном x равно:

$$k = (70 - x + 2^{64} \cdot x) - (2^x + 6 \cdot 2^{64})$$

Посчитаем общее кол-во решений, считая что

$$7 + 8 + 9 + \dots + 68 + 69 = S;$$

$$k_{\text{общ}} = \sum_{x=7}^{69} ((70 - x + 2^{64} \cdot x) - (2^x + 6 \cdot 2^{64})) =$$

$$= 70 \cdot (69 - 7 + 1) - S + 2^{64} \cdot S - (2^7 + 2^8 + \dots + 2^{68} + 2^{69}) + 6 \cdot 2^{64} \cdot (69 - 7 + 1) =$$

$$= 70 \cdot 63 - S + 2^{64} \cdot S - (2^{70} - 2^7) - 2^{64} \cdot 6 \cdot 63 =$$

$$= 2^{64} (S - 6 \cdot 63) + 70 \cdot 63 - S - 2^6 \cdot 2^{64} + 2^7 =$$

$$= 2^{64} (S - 6 \cdot 63 - 64) + 70 \cdot 63 + 128 - S$$

$$S = 7 + 8 + \dots + 68 + 69 = \frac{76 \cdot 63}{2} = 2394$$

$$k_{\text{общ}} = 2^{64} (2394 - 378 - 64) + 4410 + 128 - 2394 =$$

$$= 2^{64} \cdot 1952 + 2144.$$

Ответ: $2^{64} \cdot 1952 + 2144$.

Задача №3

$$\left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = y^2 \lg x y$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy \\ (x-3y)(x+y-4) = 0 \end{cases}$$

$$1) x = 3y$$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^2 \lg 3y^2$$

$$\cancel{y^4} y^4 \lg 3y = y^2 \lg 3y^2 \cdot 3 \lg 3y$$

$$\cancel{y^4 \lg 3y}$$

$$y^4 \lg 3 \cdot y^4 \lg y = y^4 \lg y \cdot y^2 \lg 3 \cdot 3 \lg 3y$$

$y \neq 0$ (т.к. тогда $x=0$, что невозможно).

$$y^4 \lg 3 = y^2 \lg 3 \cdot 3 \lg 3y$$

$$y^2 \lg 3 = 3 \lg 3y$$

$$\left(\frac{y^2}{3}\right)^{\lg 3} = 3 \lg y$$

$$\left(\frac{y}{3}\right)^{\lg 3} \cdot y \lg 3 = \left(3^{\lg \log_3 y}\right)^{\frac{1}{\log_3 10}}$$

$$\left(\frac{y}{3}\right)^{\lg 3} \cdot y^{\frac{1}{\log_3 10}} = y^{\frac{1}{\log_3 10}}$$

$$\left(\frac{y}{3}\right)^{\lg 3} = 1$$

$$\boxed{\begin{matrix} y = 1 \\ x = 3 \end{matrix}} \quad - \text{ первое решение.}$$

$$2) x + y - 4 = 0$$

$$x = 4 - y$$

$$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg(4-y)} = y^2 \lg(y(4-y))$$

$$y^5 \lg(4-y) = y^2 \lg(y(4-y)) \cdot (4-y) \lg(4-y)$$

$$\frac{y \lg(4-y)^5}{y \lg(y^2(4-y)^2)} = (4-y) \lg(4-y)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y \lg \left(\frac{(4-y)^5}{y^2(4-y^2)} \right) = (4-y) \lg(4-y)$$

$$y \lg \left(\frac{(4-y)^3}{y^2} \right) = (4-y) \lg(4-y)$$

$$y^{3 \lg(4-y)} = (4-y)^{\lg(4-y)} \cdot y^{2 \lg(y)}$$

$$(4-y)^{3 \lg y} = (4-y)^{\lg(4-y)} \cdot y^{2 \lg(4-y)}$$

$$\left(\frac{4-y}{y} \right)^{2 \lg y} \cdot (4-y)^{\lg \left(\frac{4-y}{4-y} \right)} = 1$$

$$(4-y)^{\lg \left(\frac{4-y}{4-y} \right)} = \left(\frac{y}{4-y} \right)^{2 \lg y}$$

$$(4-y)^{\lg \left(\frac{4-y}{4-y} \right)} = (y^2)^{\lg \left(\frac{4-y}{4-y} \right)} \quad \left(\frac{y}{4-y} \neq 0, \text{ т.к. } y \neq 0 \right)$$

$$4-y = y^2$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4 \cdot 4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

y не может быть меньше 0, поэтому $y = \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$

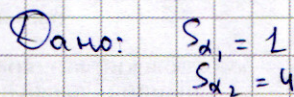
$$x = 4-y = 4 - \frac{-1+\sqrt{17}}{2} = \frac{9-\sqrt{17}}{2} > 0 \quad \text{— поэтому подходит}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \\ x &= \frac{9-\sqrt{17}}{2} \end{aligned}$$

— второе решение

Ответ: $x_1 = 3, y_1 = 1; x_2 = \frac{9-\sqrt{17}}{2}, y_2 = \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$.

Задача № 4



Решения!

Посмотрим на треугольник, образованный SAB .

(См. и летат в α_1). Из этого следует, что $AC = CS$, $BD = DS$ и что высота в ~~тетраэдре~~ тетраэдре, образованном плоскостью α_1 , в 2 раза меньше высоты в тетраэдре, образованном плоскостью α_2 .

Также заметим, что если d_1 касается сферы, ~~и~~ и d_2 касается сферы и они параллельны, расстояние между ними равно $2R$ радиусам сферы. (еще имеет значение, что $SO \perp d_1$ и $SO \perp d_2$, безусловно) То есть $SO = 3R$ (где R - радиус сферы).

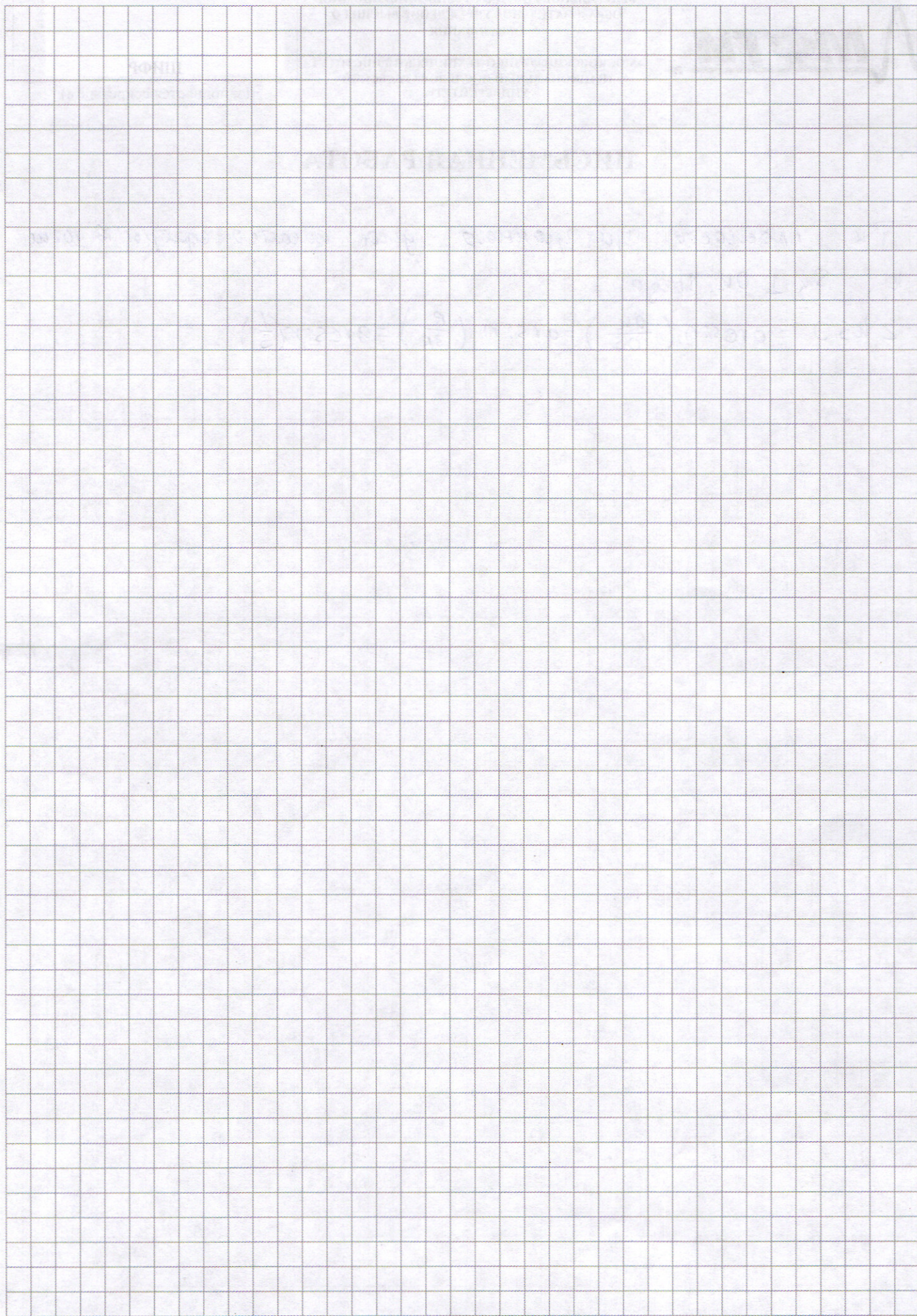
☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Т.к. плоскость трёхгранного угла касается сферы в точке K , $SK \perp OK$. Тогда:

$$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{OK}{OS}\right) = \arcsin\left(\frac{R}{\frac{R}{\sin\alpha}}\right) = \arcsin(\sin\alpha)$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases} \quad y=0.$$

$$\begin{aligned} (2^3)^5 &= 8^5 = 2^{15} \\ 2^2 + 2^3 &= 2^5 \end{aligned}$$

$$(x^2 - 2)^2 - 4 + 3(y - 2)^2 + 12 - 2xy = 0$$

$$(x - 2)^2 - 3(y - 2)^2 - 2xy + 8 = 0$$

$$(x - y)(x + y + 2) = x^2 - xy + xy$$

$$= x^2 - xy - xy + y^2 + x - y = x^2 - 2xy + y^2 + x - y$$

$$(x - 3y)(x + y - 4) = 0$$

$$= x^2 - 3xy + xy - 3y^2 - 4x + 12y = x^2 - 2xy - 3y^2 - 4x + 12y$$

$$(x - 3y)(x + y - 4) = 0.$$

$$x = 4 - y$$

$$1) x = 3y$$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 10(3y)} = y^2 \cdot \lg 10 \cdot 3y^2$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\lg 10(3y)} \cdot y^4 \lg 10(3y) = y^2 \cdot \lg 10(3y^2)$$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 10(3y)} = y^2 \cdot \lg 10 \cdot 3y^2$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 10(3y)} = y^2 \cdot \lg 10(3y^2)$$

$$(y^4)^{\lg 10 3y} = y^2 \cdot \lg 10(3y^2) \cdot 3^{\lg 10(3y)} \cdot \frac{1}{2^{\lg 2(14)}} = \sqrt{2}.$$

$$y^4 \cdot \lg 10(3y) = y^2 \cdot \lg 10(3y^2) \cdot 3^{\lg 10(3y)}$$

$$y^4 \cdot \lg 10(3) \cdot y^4 \cdot \lg 10(y) = y^2 \cdot \lg 10(3) \cdot y^4 \cdot \lg 10(y^2) \cdot 3^{\lg 10(3)} \cdot 3^{\lg 10(4)}$$

$$y^2 \cdot \lg 10(3) = 3^{\lg 10(3)} \cdot 3^{\lg 10(4)}$$

$$y^2 \cdot \lg 10(3) = 3^{\lg 10(3y)}$$

$$\left(\frac{y}{3}\right)^{\lg 10(3)} \cdot y^{\lg 10(3)} = 3^{\lg 10(y)}$$

$$3 \lg y = \frac{\lg 3y}{\lg 3} = (3^{\lg 3y})^{\frac{1}{\lg 3}}$$

$$\frac{\log a}{a^{\log a(b)}} = 1$$

$$a^{\log a(a)} =$$

$$= a^{\frac{\log a(a)}{\log a(b)}} = a^{\frac{1}{\log a(b)}} = \boxed{y^{\lg 3} = 3^{\lg y}}$$

$$2^{\lg 4(2)} = \sqrt{2}.$$

$$2^{\frac{1}{\lg 2(14)}} =$$

$y = 3$ - решение

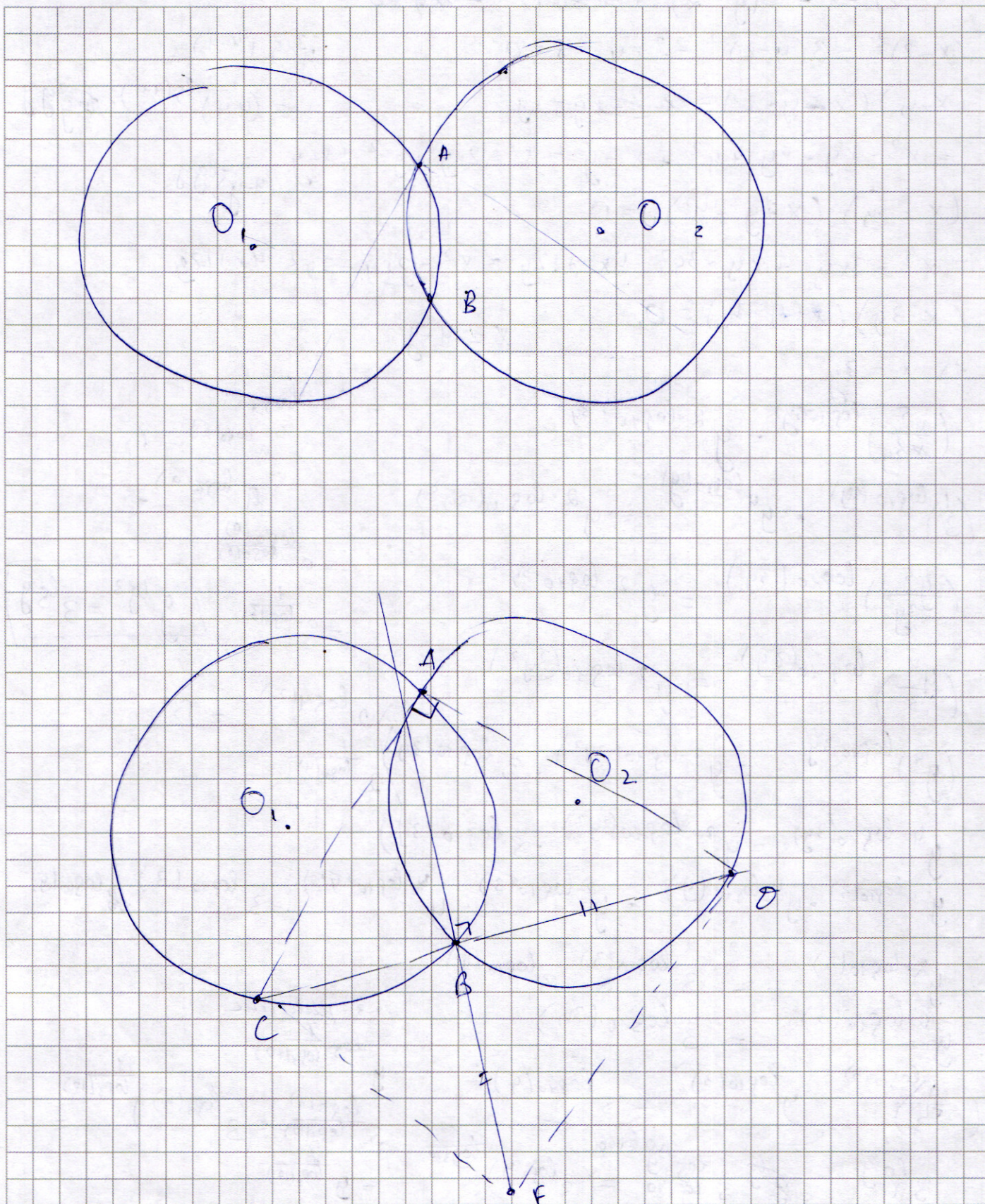
$$\frac{1}{\log_3(10)}$$

$$y^{\frac{\log_3(4)}{\log_3(10)}} = (3^{\log_3(4)})^{\frac{1}{\log_3(10)}} =$$



(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

u2

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < y \leq 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < y \leq 70 - x + 2^{64} \cdot x$$

$$2^6 + 3 \cdot 2^{65} < y \leq 70 - 6 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$2^{12} + 3 \cdot 2^{65} < y \leq 70 - 12 + 3 \cdot 2^{65} \cdot 2$$

~~x=6~~

$x=6$ — нет решений

$x=12$

$$2^x + x + 3 \cdot 2^{65} < y + x \leq 70 + 2^{64} \cdot x$$

$$2^7 + 3 \cdot 2^{65} < y \leq 70 - 7 + 2^{64} \cdot 7$$

$x=7$

когда это
кончится?

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < y \leq 70 - x + 2^{64} \cdot x$$

$$2^{64} + 6 \cdot 2^{64} < y \leq 70 - 64 + 2^{64} \cdot 64$$

$x=65$
 $x=64$

$$2^{64} + 6 \cdot 2^{64} < y \leq 70 - 64 + 2^{64} \cdot 64$$

$$2^{64} + 6 \cdot 2^{64} < y \leq 6 + 2^{64} \cdot 64$$

$$2^{70} + 6 \cdot 2^{64} < y \leq 2^{64} \cdot 70$$

$$2^{64} \cdot 70 < y \leq 2^{64} \cdot 70$$

— решений нет

$$x \in (6; 70)$$

$x=7$

$x=3$

~~2^3~~

$$2^3 + 6 \cdot 2^{64} < y \leq 70 - 3 + 2^{64} \cdot 3$$

$$2^7 + 6 \cdot 2^{64} < y \leq 70 - 7 + 2^{64} \cdot 7$$

$$128 + 6 \cdot 2^{64} < y \leq 63 + 7 \cdot 2^{64}$$

$$y \in (7 \cdot 2^{64} + 63 - (128 + 6 \cdot 2^{64}), 2^{64} - 65)$$

$x=8$

$$2^8 + 6 \cdot 2^{64} < y \leq 70 - 8 + 2^{64} \cdot 8$$

$$y \in (2 \cdot 2^{64} + 70 - 8 - 2^8, 2 \cdot 2^{64} + 62 - 2^8)$$

При $x = 69$

$$2^{69} + 6 \cdot 2^{64} < y \leq 1 + 2^{64} \cdot 69$$

$$2^{64} \cdot 69 + 1 - 2^{69} - 6 \cdot 2^{64} =$$

$$= 2^{64} \cdot 63 + 1 - 2^{64} \cdot 2^5 = 2^{64} \cdot 31 + 1$$

Нужно просуммировать

Можно ли

$$\sum_{x=7}^{x=69} (2^{64} \cdot x + 70 - x) - 2^x + 3 \cdot 2^{65} =$$

$$= 2^{64} (7 + 8 + \dots + 68 + 69) + 70 \cdot (69 - 7 + 1) - (2^7 + 2^8 + \dots + 2^{69}) =$$

$$S = 7 + 8 + \dots + 68 + 69$$

$$= 2^{64} \cdot S + 70 \cdot 63 - S - 3 \cdot 2^{65} \cdot 63 - (2^7 + 2^8 + \dots + 2^{69}) =$$

$$= 2^{64} \cdot S + 70 \cdot 63 - S - 6 \cdot 63 \cdot 2^{64} - (2^{70} - 2^7) =$$

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^k = 2^{k+1} - 1$$

$$1 + 2 + 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 = 2^7 - 1$$

$$2^4 - 2^0 = 16 - 1 = 15$$

$$2^4 - 2^0 = 16 - 1 = 15$$

$$= 2^{64} \cdot (S - 6 \cdot 63) + 70 \cdot 63 - S - 2^{70} + 2^7 =$$

$$= 2^{64} \cdot (S - 6 \cdot 63 - 2^6) + 70 \cdot 63 - S + 2^7$$

$$S = 7 + 8 + \dots + 68 + 69 = \frac{69 \cdot 70}{2} - \frac{6 \cdot 7}{2} = 2394$$

$$7 \dots 32 = 25 + 1 = 26$$

$$S = 76 \cdot \frac{69 - 7 + 1}{2} = 76 \cdot 63 = 38 \cdot 63$$

$$S = 76 \cdot \frac{69 - 7 + 1}{2} = 76 \cdot 63 = 38 \cdot 63$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 63 \\ 6 \\ \hline 378 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 63 \\ 70 \\ \hline 4410 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10^2 \\ - 2394 \\ 378 \\ \hline 2016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 2016 \\ 64 \\ \hline 1952 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4410 \\ + 128 \\ \hline 4538 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 4538 \\ 2394 \\ \hline 2144 \end{array}$$

3 4 5 6 7 8 9

63 слагаемых

S

$$\begin{array}{r} 4^2 \\ \times 69 \\ 35 \\ \hline 345 \\ 2020 \\ \hline 2394 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 63 \\ 38 \\ \hline 504 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 189 \\ \times 2 \\ \hline 2394 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

нб.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

① $y-3-x=0$
 $y=x+3$

② $y-3+x=0$
 $y=-x+3$

1) $y-3-x+y-3+x=6$
 $2y=12$
 $y=6$

2) $-y+3+x+y-3+x=6$
 $2x=6$
 $x=3$

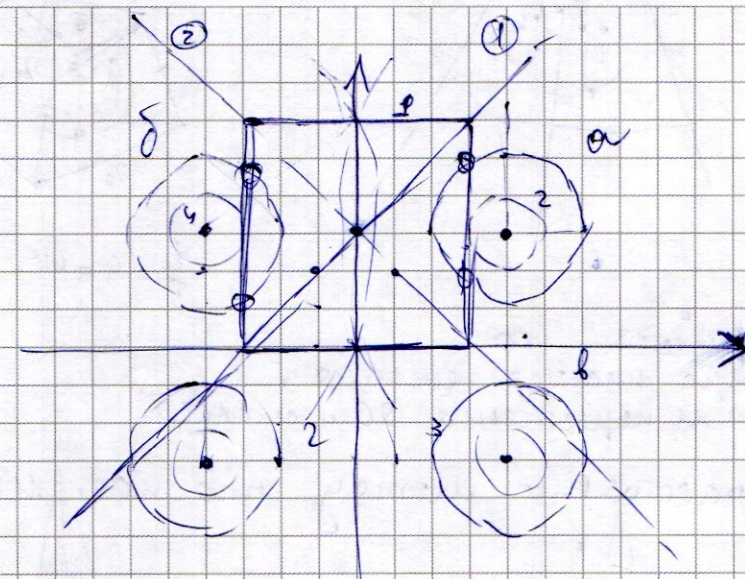
3) $-y+3+x-y+3-x=6$
 $-2y=0$
 $y=0$

4) $y-3-x-y+3-x=6$
 $-x=3$
 $x=-3$

$$(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$$

a) $x \geq 4$
 $y \geq 3$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{a})^2$$



Если окружность
а пересекает в
точках, то и
окружность б
пересекает в одну
точку.

~~решение~~
нет
2

$a=4$
 2^2

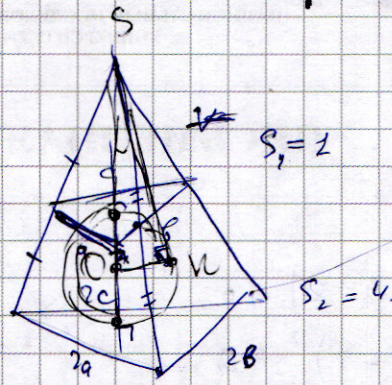
$x=0$ $x=2$
 $y=3$ $y=3$

$(-4; -3) \dots (3, 6)$

$7^2 + 9^2 = 49 + 81 = 130$

и

$$V = \frac{1}{3} S \cdot h$$

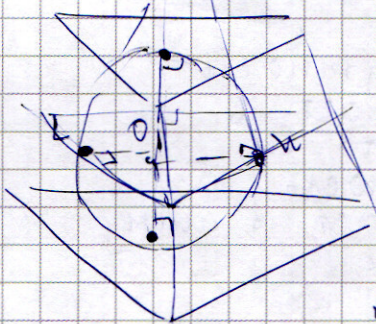


$$\frac{S_2}{S_1} = 4 = k^2$$

$$\begin{array}{r} \times 8 \\ \times 2 \\ \hline 1680 \end{array}$$

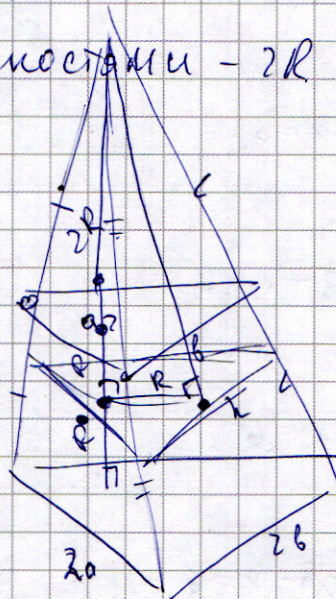
Получается, что сфера касается сечения в точке пересечения SO и сечения

расстояние между плоскостями - 2R

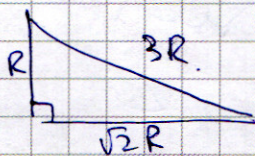
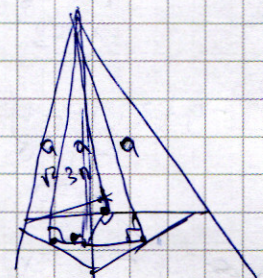


$$r = \frac{\sqrt{2}}{3} R$$

$$S =$$

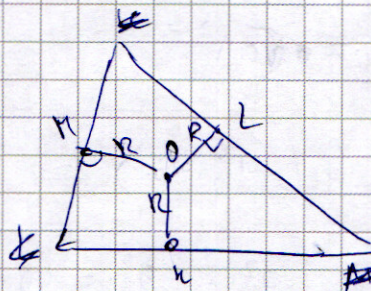
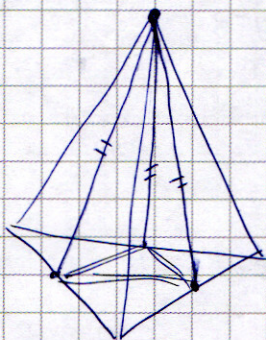


$$h = 4R$$



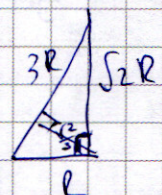
$$\sin \angle KSO = \frac{1}{3}$$

$$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right)$$



$$r = \frac{2S}{P} = \frac{2S}{a+b+c}$$

$$S = \frac{a+b+c}{2} \cdot R$$



Почему они будут параллельны тем основаниям? сечениям?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

83H

$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 27 = 5^3 \cdot 3^3$$

3 пятерки. минимум 2 семерки.

3 3 3

3 9 1

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 5} \\ \underline{30} \\ 37 \\ \underline{35} \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 5} \\ \underline{5} \\ 17 \\ \underline{15} \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 5} \\ \underline{10} \\ 27 \\ \underline{35} \end{array}$$

№2

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cdot \cos 14x$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\sqrt{2} \cdot \cos(11x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cdot \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cdot \cos 14x$$

$$\cos(11x + \frac{\pi}{4}) - \cos(3x + \frac{\pi}{4}) - \cos 14x = 0$$

$$\cos a - \cos b = 2 \cdot \cos(\frac{a+b}{2}) \cdot \sin(\frac{a-b}{2})$$

$$\cos(\frac{\pi}{2}) - \cos(\frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2} = 2 \cdot \cos \frac{5\pi}{12} \cdot \sin \frac{\pi}{12}$$

$$\cos(\frac{\pi}{4}) - \cos(\frac{\pi}{4}) = 2 \cdot \cos(\frac{\pi}{4}) \cdot \sin(0)$$



$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$$

$$2 \cdot \cos(7x) \cdot \sin(4x) - \cos 14x = 0$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$3 < a \leq 6$$

$$4 \leq b$$

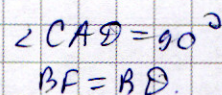
$$6 - 3$$

~~$$2 \cdot \cos(7x) \cdot \sin(4x) - \cos 14x = 0$$~~

$$\} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$(x-4) \cdot x(x-4) - 2xy - 3y(y-4) = 0$$

1.



$$\cap K = K \cap \emptyset$$

$$(4-y)^3 \lg y = (4-y)^{\lg(4-y)} \cdot y^2 \lg y$$

$$(u-y)^{2\lg y} \cdot (y-y)^{\lg y} = \dots$$

$$\left(\frac{y-y}{y}\right)^{2\log y} \cdot \left(\frac{y-y}{y}\right)^{\log y}$$

