

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$$\begin{array}{r} 33753 \\ 11253 \\ 3753 \\ 1255 \\ 255 \\ 55 \\ 1 \end{array}$$

$$3375 = 3^3 \cdot 5^3$$

~~Из всех~~ Если в восьмизначном числе есть цифра, $\sqrt[3]{x}$ разделим на простые $\sqrt[3]{x}$ которых делителей есть что-то кроме 3 и 5, то произведение $\neq 3375$.

Значит подходят цифры 1, 3, 5, 9.

Получим среди 8 цифр есть ровно 3 цифры "5"

А вот с 3 и 9 возможны 2 варианта: три "3" и одна "9" или одна "3" и одна "9"

Рассмотрим случай три "3"

Есть 8 цифр, нужно поставить три "5" и три "3" и где "1" $\Rightarrow$ ка-то способом $\rightarrow C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1 =$

$$= \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{2!}{1! \cdot 1!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4}{6} \cdot 1 = 56 \cdot 10 = 560$$

$$C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{4! \cdot 1!} \cdot \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot 1 =$$

воспользуемся методом "5" $\uparrow$ для "3" $\uparrow$ для "9" $\uparrow$ остаток "1"

$$\odot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1 = 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 56 \cdot 20 = 1120$$

Итого $560 + 1120 = 1680$ способов т.е. вар-тов.
Ответ: 1680.

Задача 5.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Пусть $y-3-x \geq 0$ и $y-3+x \geq 0$, тогда

$$y-3-x + y-3+x = 6$$

$$y=6$$

причем $\begin{cases} y-3-x \geq 0 \\ y-3+x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ 3+x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq -3 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow |x| \leq 3$$

подставляем y в (2) уравнение

Заметим, что если пара x, y $x=x_0$ является решением, $y=y_0$

то пара $x=-x_0$ также является решением. т.к.

то уравнения (1) и (2) являются четными функциями относительно x .

Значит существует единственное решение вида $y=y_0$

~~$$(|x|-4)^2 = a - (|y|-3)^2$$~~

причем $x \neq 0$ или
есть 2 решения вида
 $x=0$ $y=y_1$
 $x \neq 0$ $y=y_2$

Подставим $x=0$

$$\begin{cases} |y-3| + |y-3| = 6 \\ (-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} |y-3| = 3 \\ (|y|-3)^2 = a-16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} y=6 \\ y=0 \end{cases} \\ (|y|-3)^2 = a-16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=25 \\ \begin{cases} y=6 \\ y=0 \end{cases} \end{cases}$$

пусть $|y-3|=t$, тогда

$$\begin{cases} t=3 \\ t^2 = a-16 \end{cases}$$

Решение есть при $a=25$

$$\begin{cases} a=25 \\ t=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=25 \\ |y-3|=3 \end{cases} \Rightarrow$$

при $a \neq 25$ $x \neq 0$ решений нет

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Теперь проверим, есть ли решения при $x \neq 0$~~

~~Пусть $y = 3 - x$~~

Пусть $y = 3$

$$\begin{cases} |3 - 3 - x| + |3 - 3 + x| = 6 \\ \text{и } (x - 4)^2 + (3 - 3)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x| = 3 \\ (x - 4)^2 = a \end{cases}$$

Есть 2 решения: $a = 1$ $y = 3$ $x = \pm 3$

Поскольку мы знаем, что решение на $x = x_0$ дает решение $x = -x_0$ при $x =$

и случаи $x < 0$ уже рассмотрели, то рассмотрим случаи

$x > 0$, в этом $y - 3 + x > y - 3 - x$

пусть $y - 3 - x \geq 0$

$$\begin{cases} y - 3 - x + y - 3 + x = 6 \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6 \\ (|x| - 4)^2 = a - 9 \end{cases}$$

при $a < 9$ $\emptyset$

при $a \geq 9$

$$|x| - 4 = \sqrt{a - 9}$$

$$|x| = 4 + \sqrt{a - 9}$$

$x = \pm 4 + \sqrt{a - 9}$, т.к. $x > 0$, то $x = 4 + \sqrt{a - 9}$ и т.к.

~~мы знаем, что $x = -(4 + \sqrt{a - 9})$ тоже подходит, то есть~~

$y - 3 - x \geq 0$, то $3 - 4 - \sqrt{a - 9} > 0 \Rightarrow \emptyset$ противоречие.

Значит в случае $y-3-x > 0$ $\emptyset$

или $y-3-x < 0$ и $y-3+x > 0$

$$\begin{cases} -y+3+x+y-3+x=6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ (|y|-3)^2 = a-1 \end{cases}$$

или $a < 1$ $\emptyset$

или $a \geq 1$

$$\begin{cases} x=3 \\ |y|-3 = \sqrt{a-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ |y| = 3 + \sqrt{a-1} \end{cases}$$

$y = \pm(3 + \sqrt{a-1}) \Rightarrow 2$ решения
так $3 + \sqrt{a-1} \neq 0$

(т.е. всего 4 решения (учитая $\pm x$) $\Rightarrow$ не подходит.

или $y-3+x < 0 \Rightarrow y-3-x < 0$

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ \begin{cases} -y+3+x-y+3-x=6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=0 \\ (|x|-4)^2 = a-9 \end{cases}$$

или $a < 9$ $\emptyset$

или $a \geq 9$

$$\begin{cases} y=0 \\ |x| = 4 + \sqrt{a-9} \end{cases}$$

так $x > 0$, то 1 решение $\Rightarrow$ в случае $x \neq 0$ 2 решения $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ но $y-3+x < 0 \Rightarrow 0-3+4+\sqrt{a-9} < 0 \Rightarrow$ против-
положение

Значит в случае $x \neq 0$ 2 решений не бывает.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

А для случая $x=0$ мы уже разбирали в начале (стр 2)
Там получили, что при $a=25$ решений

$$\begin{cases} a=25 \\ x=0 \\ y=6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a=25 \\ x=0 \\ y=0 \end{cases}$$

и при $a \neq 25$ $\emptyset$

Итого 2 решения только при $a=25$.

Ответ: $a=25$.

Задача 5.

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^{2 \lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lg x \cdot \lg \frac{y^5}{x} = y^{2 \lg xy} \cdot \lg y \quad (1) \\ (x+y)^2 - 4(y^2 + x + 3y) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x > 0 \\ y^{2 \lg xy} > 0 \end{cases} \quad \text{это условия проверки ответа, пока что его писать не будем}$$

$$1) \lg x \cdot (5 \lg y - \lg x) = 2 \lg x \cdot \lg y + 2 \lg^2 y$$

пусть $\lg x = a$

$\lg y = b$

тогда $x = 10^{\lg x} = 10^a, x > 0$
 $y = 10^{\lg y} = 10^b, y > 0$

$$\begin{cases} 5ab - a^2 = 2ab + 2b^2 \\ (10^a + 10^b)^2 - 4(10^{2b} + 10^a + 3 \cdot 10^b) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+b)^2 + b^2 - 5ab = 0 \\ (10^a + 10^b)^2 - 4(10^{2b} + 10^a + 3 \cdot 10^b) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 3ab + 2b^2 = 0 \quad (2) \\ (10^a + 10^b)^2 - 4(10^{2b} + 10^a + 3 \cdot 10^b) = 0 \end{cases}$$

$$(2) \quad a = \frac{3b \pm \sqrt{9b^2 - 8b^2}}{2} = \frac{3b \pm b}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ a = b \end{cases}$$

Подставим $a = b$

$$\begin{cases} b^2 - 3b^2 + 2b^2 = 0 \\ (10^b + 10^b)^2 - 4(10^{2b} + 10^b + 3 \cdot 10^b) = 0 \quad (3) \end{cases}$$

$$(3) \quad 0 \quad 4 \cdot 10^{2b} - 4 \cdot 10^{2b} + 8 \cdot 10^b = 0$$

$$\begin{aligned} 8 \cdot 10^b &= 0 \Rightarrow \text{подставим } 10^b = y \\ -4 \cdot 10^b (10^b - 2) &= 0 \quad -4y^2 + 8y = 0 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $\begin{cases} x=2, y=2 \\ y \geq 3, x=9, y=3. \\ x = \frac{69}{4} - \sqrt{17}; y = \sqrt{17} - \frac{1}{2}. \end{cases}$

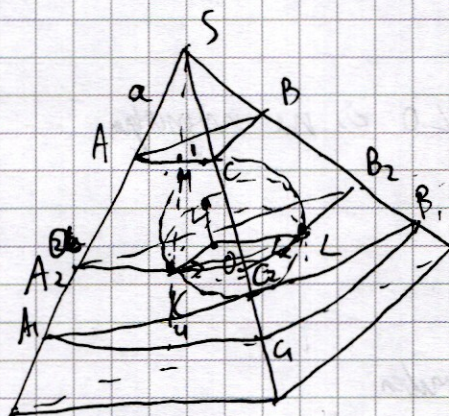
Задача № 7.

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1) \cdot x \end{cases}$$

Заметим, что $y > \text{т.к. } 2^x > 0, \text{ то } y > 3 \cdot 2^{65}$

Вспомогательная $70 + (2^{64} - 1) \cdot x \leq 2$

Задача № 4



$$\begin{aligned} S_{ABC} &= 1 \\ S_{A_1B_1C_1} &= 4 \end{aligned} \Rightarrow \frac{SA}{AA_1} = \frac{SB}{BB_1} = \frac{SC}{CC_1} = \sqrt{\frac{1}{4}} = 1:2$$

Поскольку $S_{KLM} \parallel S_{ABC} \parallel S_{A_1B_1C_1}$
и т.к. KLM находится

между ABC и A₁B₁C₁ и $SO \perp \text{пл. } \triangle ABC = \text{пл. } \triangle A_1B_1C_1$,
то $AA_2 = \frac{a}{2} \Rightarrow SA_2 = 1,5a \Rightarrow S_{KLM} = \left(\frac{1,5}{1}\right)^2 \cdot S_{ABC} = 2,25$.

SO - высота пирамиды.

Ответ: $S_{KLM} = 2,25$.

$$-4y(y-2) = 0$$

$$\begin{cases} y=0 \Rightarrow \text{не подходит} \\ y=2 \Rightarrow \end{cases}$$

полагая $y=2$, то $x=2$ т.к. $a=b$ ~~и $x=10$~~
логически $a=2b$

$$\text{т.к. } a=\lg x \text{ и } a=2b, \text{ то } x=y^2$$

подставляем в исходное уравнение

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0$$

$$\begin{cases} y=0 \Rightarrow \text{не подходит} \\ y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0 \quad (4) \end{cases}$$

$$(4) \quad (y-3)(y^2+y-4) = 0$$

$$\begin{cases} y=3 \\ y = \frac{-1+\sqrt{1+16}}{2} \\ y = \frac{-1-\sqrt{1+16}}{2} \Rightarrow y < 0 \Rightarrow \text{не подходит} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=3 \\ y = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \end{cases}$$

тогда для пары x, y имеем

$$\begin{cases} \begin{cases} y=3 \\ x=9 \end{cases} \\ \begin{cases} y = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ x = (\frac{\sqrt{17}-1}{2})^2 \end{cases} \quad (5) \end{cases}$$

$$(5) \quad x = (\frac{\sqrt{17}-1}{2})^2 = 17 - \sqrt{17} + \frac{1}{4} = \frac{69}{4} - \sqrt{17}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 7.

$$\text{при } \begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1) \cdot x \end{cases}$$

$$\text{при } 70 + (2^{64} - 1) \cdot x \leq 2^x + 3 \cdot 2^{65} \quad \text{умножим на } -1$$

$$\begin{aligned} \text{при } x=6 \\ 70 + (2^{64} - 1) \cdot 6 &\leq 2^6 + 3 \cdot 2^{65} \\ 3 \cdot 2^{65} + 64 &\leq 64 + 2^{65} \\ 0 &\leq 0 \Rightarrow x=6 \text{ не подходит} \end{aligned}$$

~~при $x < 6$~~

Решения

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < y \leq 70 + (2^{64} - 1) \cdot x \Rightarrow$$

$$\text{при } \Rightarrow 2^x + 3 \cdot 2^{65} \leq 70 + (2^{64} - 1) \cdot x$$

при $x=6$ выполняется равенство. $\Rightarrow x=6$ не подходит

при $x < 6$ левая часть не выполняется (т.к. $x \in \mathbb{Z}$, то

следующее x это 5, а при этом $3 \cdot 2^{65} > 70 + 2^{64} \cdot x$

а при $x < 0$ левая часть > 0 , правая $< 0 \Rightarrow$ не выполняется)

Рассмотрим случай $x \geq 7$

$$y \text{ лежит между } 2^x + 3 \cdot 2^{65} \text{ и } 70 + (2^{64} - 1) \cdot x$$

т.к. $x \in \mathbb{Z}$, то при этом также числа $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ между ними. Не важно числа между ними

+ или $70 + (2^{64} - 1) \cdot x$ является решением для y , а этот интервал

открыт. $70 + 2^{64} \cdot x - x - 2^x + 3 \cdot 2^{65} \Rightarrow$ решение для

$$\begin{aligned}
 \text{Каждому } x \text{ соответствует } 70 + 2^{64} \cdot x - x - 2^x - 3 \cdot 2^{65} + 1 &= \\
 = 2^{64} (x - 6) + 71 - x - 2^x &= \\
 = 2^{64} (x - 6 - 2^{x-64}) + 71 - x &
 \end{aligned}$$

число решений будет < 1 при $x \geq 70$.

$$\begin{aligned}
 2^{64} (70 - 6) + 71 - 70 - 2^{70} &= \\
 = 2^{70} - 2^{40} + 71 - 70 &= 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Значит число решений функции} &= \sum_{x=7}^{70} -3 \cdot 2^{65} + 2^{64} \cdot x - 2^x + 71 - x = \\
 = 64 \cdot (-3 \cdot 2^{65} + 71) + \sum_{x=7}^{70} 2^{64} \cdot x - \sum_{x=7}^{70} 2^x - \sum_{x=7}^{70} x &= \\
 = -3 \cdot 2^{71} + 64 \cdot 71 + 2^{64} \cdot \frac{77 \cdot 64}{2} - \frac{77 \cdot 64}{2} + & \\
 + \sum_{x=7}^{70} 2^x &
 \end{aligned}$$

вычислим $\sum_{x=7}^{70} 2^x$ отдельно

$$\begin{aligned}
 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n &= 2^{n+1} - 1 \Rightarrow \sum_{x=7}^{70} 2^x = \sum_{x=0}^{70} 2^x - \sum_{x=0}^6 2^x = \\
 &= 2^{71} - 1 - 2^7 + 1 = 2^{71} - 2^7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Итого кол-во решений} &= -3 \cdot 2^{71} + 64 \cdot 71 + 2^{64} \cdot 2464 - 77 \cdot 64 - \\
 &\quad - 2^5 \cdot 77 + 2^{71}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 71 \cdot 2^6 + 2^{64} \cdot 77 \cdot 2^5 - 77 \cdot 2^5 - 2^{71} + 2^7 - 3 \cdot 2^{65} \cdot 2^6 &= \\
 = 2^{69} \cdot 77 - 2^{69} \cdot 2^{69} (77 - 12) + & \\
 + 71 \cdot 2^6 - 77 \cdot 2^5 - 2^{71} + 2^7 &= \\
 = 2^{69} (77 - 12 - 4) + 71 \cdot 2^6 - 77 \cdot 2^5 + 2^7 &= \\
 = 2^{69} \cdot 61 + 4544 - 2464 + 128 &= \\
 = 2^{69} \cdot 61 + 2208 &
 \end{aligned}$$

Ответ: всего $2^{69} \cdot 61 + 2208$ пар.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Подставим $a = 2b$

Черновики

$$\begin{cases} 4b^2 - 3 \cdot 2b \cdot b + 2b^2 = 0 \\ (10^{2b} + 10^b)^2 - 4(10^{2b} + 10^{2b} - 3 \cdot 10^b) = 0 \quad (4) \end{cases}$$

$$(4) \quad 10^{4b} + 2 \cdot 10^{3b} + 10^{2b} - 8 \cdot 10^{2b} + 12 \cdot 10^b = 0$$

~~10^b пусть $10^b = t, t > 0$~~

~~$$t^4 + 2t^3 + t^2 - 8t^2 + 12t = 0$$~~

~~$$t(t^3 + 2t^2 - 7t + 12) = 0$$~~

~~$$t^3 + 2t^2 - 7t + 12 = 0 \quad (т.к. t > 0)$$~~

Решим, что $10^b = y$

$$y^4 + 2y^3 + y^2 - 8y^2 + 12y = 0$$

т.к. $y > 0$, то $y = 0$ не может быть решением.

$$y^3 + 2y^2 - 7y + 12 = 0$$

~~$$\begin{array}{r} y^3 - 2y^2 - 7y + 12 \\ - (y^3 + 2y^2) \\ \hline -9y + 12 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 27 - 18 - 21 + 12 \\ \hline -6 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} y^3 - 2y^2 - 7y + 12 \\ - (y^3 - 2y^2 - 7y + 12) \\ \hline 0 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} y^2 - 7y \\ - (y^2 - 7y) \\ \hline 0 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} y^2 + y - 4 = 0 \\ y = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 27 \\ -18 \\ \hline 9 \end{array}$$~~

$$\cos x = \sin x$$

$$\cos(a+b) - \sin(a+b) =$$

$$= \cos a \cos b - \sin a \sin b - \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

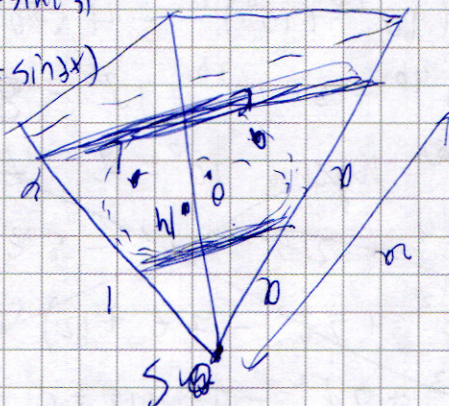
$$= \cos a (\cos b - \sin b) - \sin a (\cos b + \sin b)$$

$$= (\cos a - \sin a) (\cos b - \sin b)$$

$$\cos 14 - \sin 14 \quad \cos(-3) - \sin(-3)$$

$$(\cos 14 - \sin 14) (\cos 3 + \sin 3)$$

$$\cos 14 = 1$$



$$\left((x_1 - \frac{h}{2}) u_1 - (\frac{h}{2} + x_1) u_1 \right) \frac{z}{l} =$$

$$= x_1 \cos \frac{h}{2} = (x_1 \cos \frac{h}{2}) x_1 \cos \frac{h}{2} -$$

$$\left| x_1 \cos \frac{h}{2} \right| = \left| x_1 \cos \frac{h}{2} + 1 \right| x_1 \cos \frac{h}{2}$$

$$x_1 \cos \frac{h}{2} = x_1 \cos \frac{h}{2} + x_1 \cos \frac{h}{2}$$

$$x_1 \cos \frac{h}{2}$$

$$x_1 \cos \frac{h}{2} = x_1 \cos \frac{h}{2} + x_1 \cos \frac{h}{2}$$

$$x_1 \cos \frac{h}{2} = (x_1 \cos \frac{h}{2} + x_1 \cos \frac{h}{2})$$

$$x_1 \cos \frac{h}{2} = x_1 \cos \frac{h}{2} + x_1 \cos \frac{h}{2}$$

$$x_1 \cos \frac{h}{2} = x_1 \cos \frac{h}{2} + x_1 \cos \frac{h}{2}$$

Муратов

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2

Черновик

Черновик

$$\cos 11x - \cos 3x = -2 \sin \frac{11x+3x}{2} \sin \frac{11x-3x}{2} = -2 \sin 7x \sin 4x$$

$$\sin 3x - \sin 11x = 2 \sin \frac{3x+11x}{2} \cos \frac{3x-11x}{2} = 2 \sin 7x \cos 4x =$$

$$= -2 \sin 4x \cos 7x$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = -2 (\sin 7x \sin 4x + \sin 4x \cos 7x) =$$

$$= -2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x)$$

$$1 + \sin 14x = \sin^2 7x$$

$$\sin 7x + \cos 7x = \sin 7x + \sin \left(\frac{\pi}{2} - 7x \right) = 2 \sin \frac{7x + \frac{\pi}{2} - 7x}{2} \cos \frac{7x - \frac{\pi}{2} + 7x}{2} =$$

$$= 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 \sin 4x \cos 7x = -2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) =$$

$$= -2 \sin 4x \cdot \sqrt{2} \cos \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos 14x = -2 \sin 4x \cdot \cos \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) = -2 \cdot \frac{1}{2} \left(\sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) - \right.$$

$$\left. - \sin \left(-3x + \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$\cos 11x - \cos 3x = \cos(14x - 3x) =$$

$$= \cos 14x \cos 3x + \sin 14x \sin 3x$$

$$-2 \sin 4x (1 +$$

$$4 \sin^2 4x \cdot (1 + \sin 14x) = \text{or } 2 \cos^2 14x$$

$$z_{\max}$$

$$2x^2 - 3 \cdot 2^{65} + 2 \cdot x - x - 2^{64}$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12 = 0$$

$$(x-y)^2 - 4(y^2 + x - 3y) = 0$$

$$(y^2 - y)^2 - 4(y^2 - 3y) = 0$$

$$y(y-1)^2 - 4x(2y-3) = 0$$

$$(2y)^2 - 4(y^2 - 3y) = 0$$

$$m^2 - m^2 - 2g^2$$

$$h = h_1 \cdot h_2$$

$$h = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{h}$$

$$y^2 - h^2 - 2y^2 - 3h^2 + 2y = 0$$

$$-4y^2 + 8y = 0$$

$$u y (x - y^2) = 0$$

$$\begin{array}{r} 444 \\ 426 \overline{) 1716} \\ \underline{444} \\ 826 \\ 826 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\frac{2}{2} = 1 \quad \frac{2}{2} = 1$$

69

2

Phonics and Spelling

$X = 6$ se mengrupkan

$$3.2^{05} \times 64 \leq 2^{06} + 3.2^{03}$$

826

$$T_0 + (k_2 - 1) \cdot X \in Z^{X+3.2^{k_5}}$$

3



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Черновик.

$$\cos x - \cos y =$$

$$x = \frac{a+b}{2} \quad y = \frac{a-b}{2}$$

$$\sin \frac{a+b}{2} - \sin \frac{a-b}{2}$$

$$x+y = 2a$$

$$a = \frac{x+y}{2}$$

$$b = x-a$$

$$b = x-a$$

$$y = a-x+a$$

$$x-y = 2b$$

$$b = \frac{x-y}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{4} = 2$$

$$\cos a \sin b + \sin a \cos b - \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\sin a \cos b + \sin b \cos a - \sin a \cos b + \sin b \cos a =$$

$$= 2 \sin b \cos a = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2} = \sin x - \sin y$$

$$\cos a \cos b - \cos a \cos b = \cos^2 a - \sin^2 b - \cos^2 a + \sin^2 b$$

$$= \cos a \cos b - \sin a \sin b - \cos a \cos b + \sin a \sin b =$$

$$= -2 \sin a \sin b =$$

$$-\cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$= -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} =$$

$$= \cos x - \cos y$$

$$1 + \sin 4x = \sin^2 2x + 2 \sin 2x \cos 2x + \cos^2 2x =$$

$$= (\sin 2x + \cos 2x)^2$$

$$\sin(a+b) + \sin(a-b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a +$$

$$+ \sin a \cos b - \sin b \cos a = 2 \sin a \cos b = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} =$$

$$\sin x + \sin y$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} (\sin(a+b) - \sin(a-b))$$

$$b \in [0, 5a]$$

$$b(5a-b) \geq 0$$

$$5ab - b^2 \geq 0$$

$$(a+b)^2 + b^2 - 5ab = 0$$

$$2b^2 + 2ab + a^2 - 5ab = 0$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$a = 3b$$

$$a = 3b$$

или

$$a = b$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$x = 2y$$

$$-2x + 18 + 12 + 21 + 12 = -64 + 32 + 28 + 12 = 12$$

$$(b_1 + x b_1)^2 = b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$b_1^2 (1 + x)^2$$

$$\frac{1}{10} \log_{10} x = x$$

$$\log_{10} x = 10x$$

$$\log_{10} x = 10x$$

$$\log_{10} x = 10x$$

$$\log_{10} x = 10x$$

$$\log_{10} x = 10x$$

$$\log_{10} x = 10x$$

$$\log_{10} x = 10x$$

$$\log_{10} x = 10x$$

$$0 = (y_1 + x + y_2) - (y_1 - x)$$

$$0 = y_1 + x + y_2 - y_1 + x = 2x + y_2$$

$$0 = y_1 + x + y_2 - y_1 + x = 2x + y_2$$

$$b = \left(\frac{x}{y^2} \right)$$

$$x = y^2$$

$$\left(\frac{y^5}{y^2} \right)$$

$$(y^2 + y)^2 = 4(y^2 + y^2 - 3y)$$

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР



Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

✓ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.

✓ 3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.

✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ANALOGUE AND DIGITAL FILTERS IN SIGNAL PROCESSING

1. INTRODUCTION

2. THEORY

3. DESIGN

4. ANALOGUE FILTERS

5. DIGITAL FILTERS

6. IMPLEMENTATION

7. CONCLUSION

8. REFERENCES

9. APPENDIX

10. BIBLIOGRAPHY

11. SUMMARY

12. ACKNOWLEDGEMENTS

13.

14. REFERENCES

15. APPENDIX

16. BIBLIOGRAPHY

17. SUMMARY

18. ACKNOWLEDGEMENTS

19.

20. REFERENCES