

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $3345 = 5^3 \cdot 3^3$ тогда в каждом из чисел могут встречаться только цифры: 1, 5, 3, 9.

то есть есть числа, составленные из: 1, 1, 5, 5, 5, 3, 3, 3

а есть числа, составленные из 1, 1, 1, 9, 3, 5, 5, 5

а других наборов цифр в числе - нет.

тогда способов расставить составные ^{цифры} числа 1-ого типа:

$$\frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 3!}, \text{ а второго типа: } \frac{8!}{3! \cdot 3!};$$

$$\text{тогда всего чисел: } \frac{8!}{3! \cdot 3!} \left(\frac{1}{2} + 1 \right) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2} =$$

$$= 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 3 = 30 \cdot 56 = 1680.$$

Ответ: 1680.

5. $|y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6$ ①

$(|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a$ ②

① I $y - 3 - x \geq 0$

$y - 3 + x \geq 0$

$2y - 6 = 6$

$y = 6, \text{ т.е. } \begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq -3 \end{cases}$

II

$y - 3 - x \geq 0$

$y - 3 + x \leq 0$

$-2x = 6$

$x = -3, \text{ т.е. } \begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq 6 \end{cases}$

III

$y - 3 - x \leq 0$

$y - 3 + x \geq 0$

$2x = 6$

$x = 3, \text{ т.е. } \begin{cases} y \leq 6 \\ y \geq 0 \end{cases}$

IV

$y - 3 - x \leq 0$

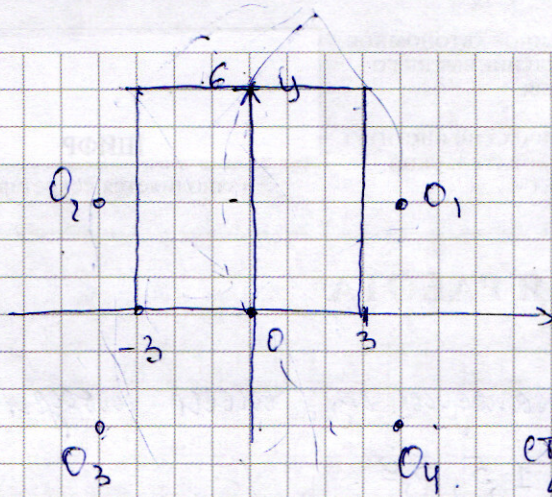
$y - 3 + x \leq 0$

$-2y + 6 = 6$

$y = 0, \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 3 \end{cases}$

② это 4 окружности с радиусом 4а и центрами.

$O_1(4; 3) \quad O_2(-4; 3) \quad O_3(-4; -3) \quad O_4(4; -3).$



2 решения, т.т.т. к
у окр-тей и квадрата равно
2 т. пересечения.

если у ω_1 есть и тоже
пересечение, то и у ω_2 есть
столько же
они, т.е.

Подходящих нам вариантов 5:

когда $a = 1$. у ω_1 - 1 точка, у ω_2 - 1, а у ω_3 и ω_4 - 0.

когда $a = \sqrt{5}$: у ω_2 - 2 точки $(0, 0)$ и $(0, 6)$ у ω_2 - тоже

у ω_3 - 1 точка $(0, 0)$ - и она же у ω_4

если $a < 1$, то точек пересек. нет.

если $a > 1$. и $a < 5$, то их infinitely ч.

2 - у ω_1 и 2 - у ω_2 и они не совпадают.

если $a = 5$, то их 3. 2 - у ω_1 и ω_2 ; кот.

совп. и по 2 у ω_3 и ω_4 , где $(0, 6)$ - общий убеек

и у ω_3 и ω_4 - еще 2 разные.

если $a > 5$. то много т. пересек.

если $a > \sqrt{58}$, то ω_1 и ω_2 не имеют т. пересек.

а ω_3 и ω_4 имеют по две

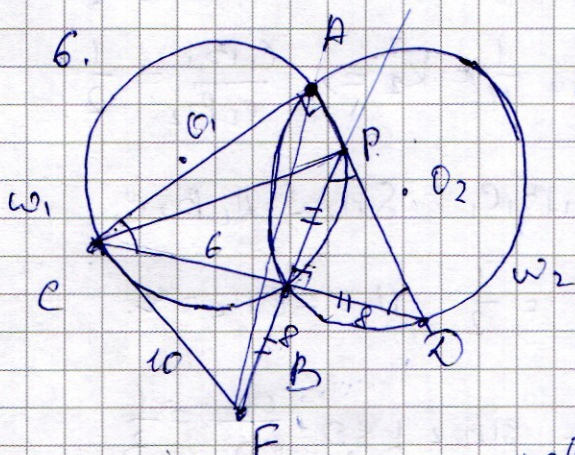
если $a = \sqrt{130}$, то ω_3 - 1 точка и у ω_4 - 1 точка

и все хорошо, если $a > \sqrt{130}$ нет точек пересечения.

Отв: $a = 1$; $a = \sqrt{130}$.

что мы
имеем верн.
и
т.е. аргументы
и
т.е. аргументы

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



а) 1. $\angle ACP = \angle ADC$, т.к. $OA = OB =$
 $= OD$, $OA = OB$, AB — ось с. т. е. $\triangle O_1AB =$
 $= \triangle O_2AB$.

$$\angle A O_2 P = \angle A O_1 P \Rightarrow$$
$$\text{val}_b(bw_1) = \text{val}_b(bw_2), \text{ wegen}$$

и $\angle AED = \angle ADE$ (вне. угол к $\angle$
и $\angle$ 45° , т.к. $\angle CAD = 90^\circ$
и $\angle$ 45°).

2. $FP \cap AD = P$; $CAPP$ - биссектриса, т.к. $AC \perp AD$ и $PP \perp CD$.

$\Rightarrow$ т. C, A, P, B - на 1 окр-ти, но ∇ CAB - уже на ω ,

а по 3-м почкам ^{скр-ты} определяется однозначно $\Rightarrow p \in \omega$.

3. $\angle AOC = 45^\circ \Rightarrow \angle POPD = 45^\circ$ ($\angle PBD = 90^\circ$) $\Rightarrow BP = PD =$

ВР. $\Rightarrow$ РСР - р/б (св - высота и медиана), а также

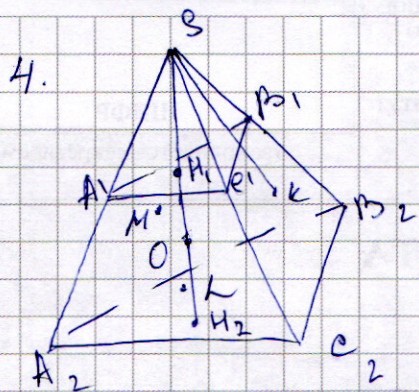
CP - диаметр ω , ($\angle CAP = 90^\circ$), т.е. $CP = 10$, и $CP = CF = 10$

Ans: 10

8) Если $BC = 6$, то $BF = 8$ (по т. Пифагора), т.е. $BF = BD = 8$, т.е. $CD = 14$. $AC^2 + AD^2 = 14^2$ $2a^2 = 196$

$$\angle ACP = 45^\circ, \sin \angle ACP = \frac{1}{\sqrt{2}}; \cos \angle ACP = \frac{1}{\sqrt{2}}; a = \sqrt{98} = AC = AD = 4\sqrt{2}.$$
$$\begin{aligned} \sin \angle BCF &= \frac{4}{5} \quad \cos \angle BCF = \frac{3}{5}, \text{ maka } \sin \angle ACF = \sin(\angle ACB + \\ &+ \angle BCF) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7}{\sqrt{2} \cdot 5}, \text{ maka } S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF \\ &= \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 10 \cdot \frac{7}{\sqrt{2} \cdot 5} = 49. \quad \text{Jwb: } 49. \end{aligned}$$

Omb: 49



$$1. A_1B_1C_1 \perp SO \text{ и } A_2B_2C_2 \perp SO \Rightarrow A_1B_1C_1 \parallel A_2B_2C_2, \text{ т.е.}$$

$$C_1B_1 \parallel C_2B_2; A_1C_1 \parallel A_2C_2; A_1B_1 \parallel A_2B_2; \text{ и } \Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta A_2B_2C_2$$

$$2. \frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{A_2B_2C_2}} = \frac{1}{4} = k^2 \Rightarrow \frac{C_1B_1}{C_2B_2} = \frac{1}{2}$$

$$SH_1 \perp A_1B_1C_1 \quad SH_2 \perp A_2B_2C_2$$

$$\text{и } H_1, H_2 \in SO, \text{ т.е. } \frac{SH_1}{SH_2} = \frac{1}{2} \quad H_1O = OH_2 = \frac{1}{2} SO$$

$$H_1H_2 = 2r \Rightarrow SH_1 = 2r$$

$$OK = \frac{1}{2} SO = 3r, \text{ тогда } \sin \angle KSO = \frac{OK}{OS} = \frac{1}{3}$$

($OK \perp SC_2B_2$, т.к. K - т. кас. к-ти.)

$$\text{Отв: } \angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right)$$

5. $\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy \quad (1) \quad x > 0, y > 0. (xy > 0)$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \quad (2)$$

$$(1) \quad \frac{y^5 \lg x}{x^{\lg x}} = y^2 (\lg x + \lg y) \quad (2) \quad (x^2 - 2xy - 3y^2) - 4(x - 3y) = 0$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x^{\lg x}} = y^2 \lg x \cdot y^2 \lg y \quad (x - 3y)(x + y) - 4(x - 3y) = 0$$

$$y^3 \lg x = x^{\lg x} \cdot y^2 \lg y$$

$$(x - 3y)(x + y - 4) = 0$$

$$\begin{cases} x = 3y \text{ I} \\ x + y = 4 \text{ II} \end{cases}$$

$$\text{I} \quad x = 3y$$

$$y^3 \lg 3y = (3y)^{\lg 3y} \cdot y^2 \lg y \quad (a^{\lg b} = b^{\lg a})$$

$$y^2 \lg 3y = 3^{\lg 3y} \cdot y^2 \lg y$$

$$(3y)^{\lg y^2} = 3^{\lg 3y} \cdot y^2 \lg y^2$$

$$3^{\lg y^2} = 3^{\lg 3y}$$

$$y^2 = 3y \quad \begin{cases} y = 0 \ominus \\ y = 3 \end{cases} \quad x = 9 \oplus$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. II $x = 4 - y$.

$$y^3 \lg(4-y) = (4-y) \lg(4-y) \cdot y^2 \lg y$$

$$\left(\frac{y^3}{4-y}\right) \lg(4-y) = y^2 \lg y$$

$4-y > 0 \quad y < 4$

$$\frac{y^3}{4-y}$$

$$\left(\frac{4-y}{y^2}\right)^3 \lg y = (4-y) \lg(4-y)$$

$y = 2$ — подходит.

$x = 2$.

а эти графически, при $y \in (0; 4)$
левой возрастает, а правой убывает,
значит не более 1 корня.

Отв: $y \in \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$.

2. $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.

$$\sqrt{2} \left(\cos \left(11x + \frac{\pi}{4} \right) \right) - \sqrt{2} \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos \left(11x + \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 14x$$

$$\cos \left(11x + \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) - \cos 11x \cdot \cos 3x + \sin 11x \cdot \sin 3x = 0$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sqrt{2} (\cos 11x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin(4x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(4x) = \cos 14x$$

$$-2 (\sin 4x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos 4x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}) \sin 4x = 1 - 2 \sin^2 4x$$

$$(-\sqrt{2} \sin 4x - \sqrt{2} \cos 4x) \sin 4x = 1 - 2 \sin^2 4x$$

$$-2 \sin 4x \cdot \sin 4x - 2 \sin 4x \cdot \cos 4x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) = \sqrt{2} (1 - 2 \sin^2 4x)$$

$$\sqrt{2} (\sin(4x + \frac{\pi}{4}))$$

$$-2 \sin 4x \cdot \sin(4x + \frac{\pi}{4}) = 1 - 2 \sin^2 4x$$

$$\sin(4x + \frac{\pi}{4}) = 2 \sin 4x (\sin 4x - \sin(4x + \frac{\pi}{4})) = 1$$

$$2 \sin 4x \cdot 2 \sin \frac{3x + \frac{\pi}{4}}{4} \cdot \sin$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$(x - 3y)(x + y - 4) = 0$$

$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$\frac{x \lg y}{x \lg x}$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = (y^2)^{\lg x + \lg y} = y^{\lg y}$$

$$y^5 \lg x = y^2 \lg x \cdot y^2 \lg y$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^2 \lg y$$

$$\frac{y^3 \lg x}{x \lg x} = y^2 \lg y$$

$$y^3 \lg x = x \lg x \cdot y^2 \lg y$$

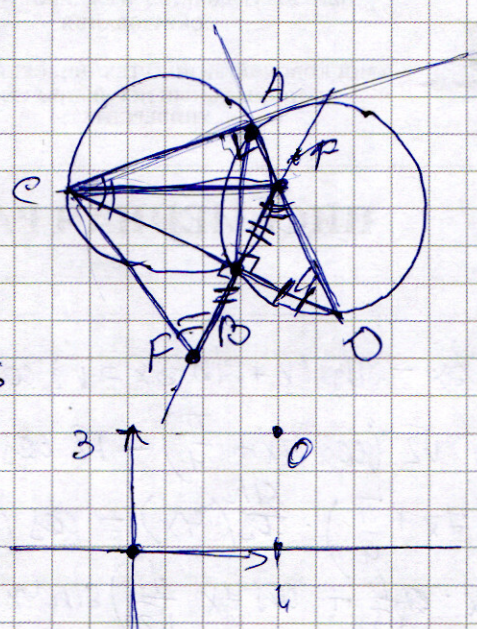
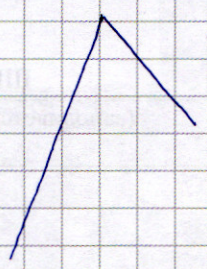
$$y^3 \lg y = (3y) \lg y +$$

$$y^3 \lg y$$

$$10^2 = 2$$

$$10^4 = 4$$

$$2^2 = 4$$



$x \cdot \sin 3 = 3 \cdot \sin x$
 $\sin 6 = 2 \cdot \sin 3 \cdot \cos 3$
 $\sin 6 = 2 \cdot \sin 3 \cdot \cos 3$
 $\sin 6 = 2 \cdot \sin 3 \cdot \cos 3$
 $\sin 6 = 2 \cdot \sin 3 \cdot \cos 3$

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 9$$

$$3x + 11x$$

$$\cos 14x = \cos(3x + 11x) = \cos 3x \cos 11x - \sin 3x \sin 11x$$

$$\cos 11(1 - \sqrt{2} \cos 3x) - \sin 11(1 - \sqrt{2} \sin 3x) = \cos 3x + \sin 3x$$

$$\cos 11(1 - \sqrt{2} \cos 3x) - \sin 11(1 - \sqrt{2} \sin 3x) = \cos 3x + \sin 3x$$

$$\cos^2 3x + \sin^2 3x$$

$$\cos 11 \cdot \cos 3x$$

$$\sin - \cos(\frac{\pi}{2} - 11x) + \cos(\frac{\pi}{2} - 3x)$$

$$2 \cos(\frac{\pi}{4} + 4x) = 2 \cos$$

$$2 \cos(\frac{\pi}{4} + 4x) \cdot \cos(4x - \frac{\pi}{4}) - 2 \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - 4x) \cdot \cos(4x + \frac{\pi}{4}) =$$

$$2 \cos(4x - \frac{\pi}{4})(\cos(\frac{\pi}{4} + 4x) - \cos(\frac{\pi}{4} - 4x)) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin 4x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-4 \cos(4x - \frac{\pi}{4}) \sin 4x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-4(\cos 4x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \sin 4x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}) \sin 4x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-4 \cos 4x \cdot \sin 4x - 4 \sin 4x \cdot \sin 4x = 2 \cos 14x$$

$$2(\cos(4x) \sin(4x))(\cos 4x - \sin 4x) = 2 \cos 14x$$

$$2 \sin 4x = \cos \sqrt{2}(\sin(\frac{\pi}{4} + 4x))$$

$$\sin 4x = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\frac{\pi}{4} + 4x)$$

4x =

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} \cos 11x - \sin 11x - (\cos 3x - \sin 3x) &= \sqrt{2} (2\cos^2 4x - 1) \\ \sqrt{2} (\cos(11x + \frac{\pi}{4})) - \sqrt{2} (\cos(3x + \frac{\pi}{4})) &= \sqrt{2} (2\cos^2 4x - 1) \\ \cos(11x + \frac{\pi}{4}) - \cos(3x + \frac{\pi}{4}) &= 2\cos^2 4x - 1 \\ 2\cos \sin(4x + \frac{\pi}{8}) \cdot \sin(4x) &= \cos 8x \\ \sin(\frac{\pi}{2} - 4x) &= \cos 4x \\ 2\sin(\frac{\pi}{4} - 4x) \sin(\frac{\pi}{4} + 4x) &= \cos 8x \end{aligned}$$

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$y-3 > x \quad y-3 > -x$$

$$y-x > 3$$

$$y+x > 3$$

$$x < 3$$

$$x > -3$$

$$(x-y) > 3$$

$$x > 3+y$$

$$2y - 6 = 6$$

$$2y = 12$$

$$(x+y) > 3$$

$$-2x = 6$$

$$x = -3$$

$$x-y$$

$$y-x < 3$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$-2y + 6 = 6$$

$$2y = 0$$

$$x+y < 3$$

$$y < x-3$$

$$y < -6$$

$$y-x > 3$$

$$y+3 > 3$$

$$y > 0$$

$$y > 0$$

$$y < 6$$

$$y > 0$$

$$y < 6$$

$$y > 0$$

$$y < 6$$

$$y > 0$$

$$y < 6$$

$$y > 0$$

$$y < 6$$

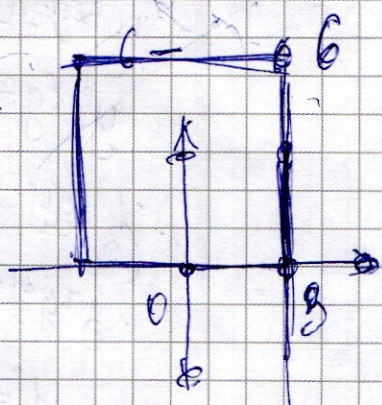
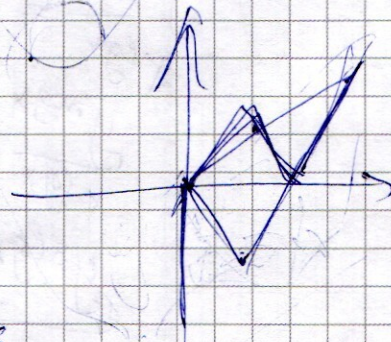
$$y > 0$$

$$y < 6$$

$$y > 0$$

$$y < 6$$

$$y > 0$$



$$(y-3)^2 + (x-4)^2 = 9$$

58



$$49 + 81 = 130$$

$$50 + 80 = 130$$

$$\sqrt{130}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy$$

$\lg x$

$$x = 4 - y$$

$$(x - 3y)(x + y - 4) = 0$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^2 \lg x \cdot y^2 \lg y$$

$$\frac{y^3 \lg x}{x \lg x} = y^2 \lg y$$

$$y^3 \lg x = x \lg x \cdot y^2 \lg y$$

$$y^3 \lg(4-y) = (4-y) \lg(4-y) y^2 \lg y$$

$$y^3 \lg 3y = (3y) \lg 3y y^2 \lg y$$

$$y^2 \lg 3y = 3 \lg 3y y^2 \lg y$$

$$\lg y^2 = 3 \lg 3y$$

$$3 \lg y^2 = 3 \lg 3y$$

$$y^2 = 3y$$

$$y(y-3) = 0$$

$$\begin{cases} y=0 & x=4 \\ y=3 & x=1 \end{cases}$$

$$\frac{(4-y)^3 \lg y}{y^2} = (4-y) \lg(4-y)$$

$$\frac{y^3}{y^2} \lg y = \lg y$$

$$\frac{y^3}{(4-y)} \lg(4-y) = \lg y$$

$$16^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

$$\begin{array}{r} 3345 \overline{) 25} \\ 25 \quad \overline{) 135} \quad 5 \\ \underline{84} \quad 60 \quad 24 \\ 45 \quad \overline{) 35} \\ \underline{125} \quad 0 \end{array}$$

$$3345 = 5^3 \cdot 3^3$$

цифры коб. моду

$$\begin{array}{r} 114555333 \\ 1193555 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{внутренняя: } 1359 \\ \text{длина чисел.} \end{array}$$

$$\frac{8!}{2 \cdot 3! \cdot 3!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8!}{2 \cdot 3! \cdot 3!} = 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 8 =$$

$$= 30 \cdot 56 = 1680$$

$$2. \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sin 2x \cos 11x - \cos 3x = -2 \cos 4x \cdot \cos 7x$$

$$\sin 3x - \sin 11x = 2 \sin 4x \cdot \cos 7x$$

$$2 \sin 4x (\cos 4x - \sin 7x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$2 \sin 4x \sqrt{2} (\cos \cos (4x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sqrt{2} (\cos (11x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos (3x + \frac{\pi}{4})) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos (11x + \frac{\pi}{4}) - \cos (3x + \frac{\pi}{4}) = \cos 14x$$

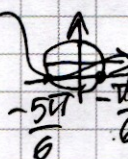
$$-2 \sin 4x \cdot \sin (7x + \frac{\pi}{4}) = \cos 14x \rightarrow$$

$$1 \cdot 2 \sin 4x$$

$$-(2 \sin 4x \cdot 1)$$

$$\sin 4x = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{l} 4x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ 4x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{array}$$



$$\cos 11x + \cos (\frac{\pi}{2} - 3x) =$$

$$- \cos 3x - \cos (\frac{\pi}{2} - 11x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \cos \sin (4x + \frac{\pi}{4}) \cdot \sin (4x - \frac{\pi}{4}) =$$

$$-2 \cos (\frac{\pi}{4} - 4x) \cdot \cos (\frac{\pi}{4} + 4x - \frac{\pi}{4})$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$x^{\lg x}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

$$(x-y)^2 - 4x - 4y^2 + 12y = 0.$$

$$(x-y)(2x-2y) = 2x^2 - 2xy - 2yx + 2y^2$$

$$(x^2 - 2xy - 3y^2) - 4(x - 3y)$$

$$(x+3y)(x-y) = x^2 - xy + 3xy - x^2$$

$$(x+3y)(x-3y)(x+y) = x^2 + xy - 3xy + 3y^2$$

$$(x-3y)(x+y) - 4(x-3y) = 0.$$

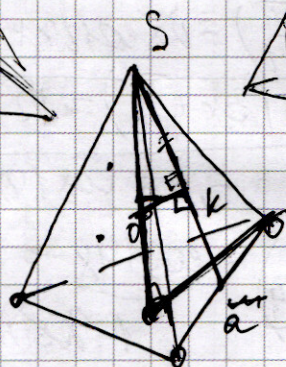
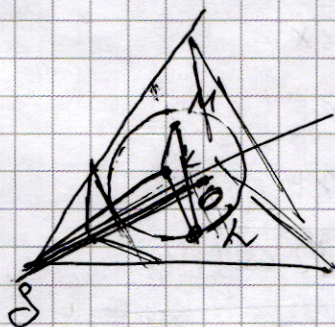
$$(x-3y)(x+y-4) = 0.$$

$$\begin{aligned} x &= 3y \\ x &= 4-y. \end{aligned}$$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = \left(\frac{1}{3}y^4\right)^{\lg 3y}$$

$$\lg(3y^2)^2 =$$

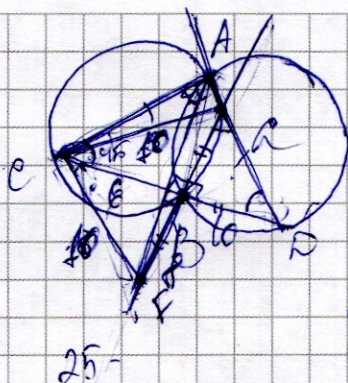
$$\left(\frac{1}{3}y\right)^{\lg 3y} = y^{\lg 3y^2}$$



$$\begin{aligned} \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} &= \frac{a}{\sqrt{3}} \\ \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} &= \frac{a^2}{3} \\ \frac{a^2}{3} &= 4 \\ a^2 &= 12 \\ a &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} + 11x \right) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) \right) &= \sqrt{2} \cos 14x. \\ -2 \cos \left(\frac{\pi}{4} + 11x \right) \cdot \sin(4x) &= \cos 14x. \\ \cos \left(\frac{\pi}{4} + 11x \right) - 2 \cos \left(\frac{\pi}{8} + 5.5x \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{8} - 5.5x \right) &= 0. \\ -2 \cos \left(\frac{\pi}{8} + 5.5x \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{8} + 5.5x \right) - 2 \sin \cos \left(\frac{\pi}{8} + 5.5x \right) \cos \left(\frac{\pi}{8} - 5.5x \right) &= \cos 14x. \end{aligned}$$

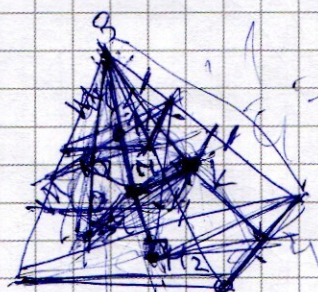
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$26 = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

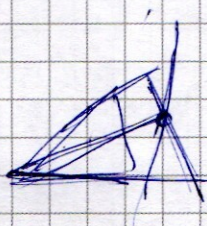
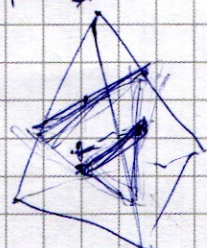
$$98 = 49 \cdot 2$$



$$\frac{34}{x} = \frac{2}{4r}$$

$$4\sqrt{3}-1$$

$$\frac{4}{3}$$





☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)