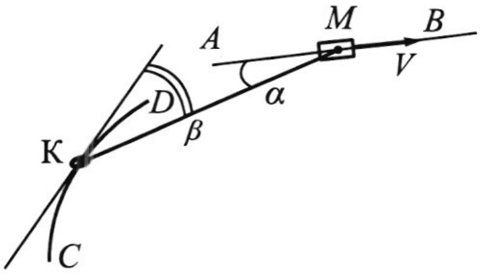
Олимпиада «Физтех» по физике, (

Класс 11

Вариант 11-02

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

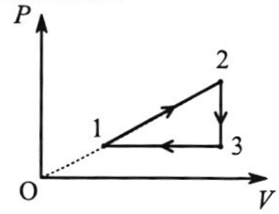
1. Муфту М двигают со скоростью $V = 40$ см/с по горизонтальной направляющей АВ (см. рис.). Кольцо К массой $m = 1$ кг может двигаться без трения по проволоке CD в виде дуги окружности радиусом $R = 1,7$ м. Кольцо и муфта связаны легким тросом длиной $l = 17R/15$. Система находится в одной горизонтальной плоскости. В некоторый момент трос составляет угол $\alpha (\cos\alpha = 3/5)$ с направлением движения муфты и угол $\beta (\cos\beta = 8/17)$ с направлением движения кольца.



1) Найти скорость кольца в этот момент.
2) Найти скорость кольца относительно муфты в этот момент.
3) Найти силу натяжения троса в этот момент.

2. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры, изобары и участка прямо пропорциональной зависимости давления P от объема V (см. рис.). Рабочее вещество – одноатомный идеальный газ.

1) Найти отношение молярных теплоемкостей на тех участках цикла, где происходило понижение температуры газа.
2) Найти для процесса 1-2 отношение количества теплоты, полученной газом, к работе газа.
3) Найти предельно возможное максимальное значение КПД такого цикла.



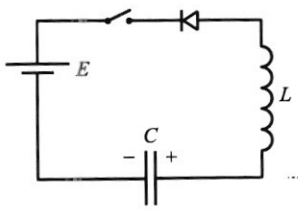
3. Обкладки конденсатора – квадратные металлические сетки, сторона квадрата во много раз больше расстояния d между обкладками. Положительно заряженная частица движется на большом расстоянии к конденсатору по оси симметрии, перпендикулярно обкладкам, влетает в него со скоростью V_1 и останавливается между обкладками на расстоянии $0,2d$ от положительно заряженной обкладки. Удельный заряд частицы $\dfrac{q}{m} = \gamma$.

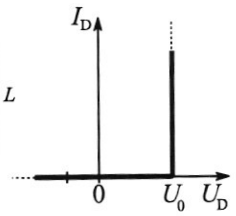
1) Найдите продолжительность T движения частицы в конденсаторе до остановки.
2) Найдите напряжение U на конденсаторе.
3) Найдите скорость V_0 частицы на бесконечно большом расстоянии от конденсатора.

При движении частицы электрическое поле, созданное зарядами конденсатора, считать неизменным, а электрическое поле внутри конденсатора вблизи оси симметрии считать однородным.

4. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут, ЭДС идеального источника $E = 3$ В, конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ заряжен до напряжения $U_1 = 6$ В, индуктивность идеальной катушки $L = 0,2$ Гн. Вольтамперная характеристика диода дана на рисунке, пороговое напряжение диода $U_0 = 1$ В. Ключ замыкают.

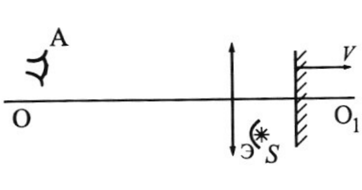
1) Найти скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа.
2) Найти максимальный ток после замыкания ключа.
3) Найти установившееся напряжение U_2 на конденсаторе после замыкания ключа.





5. Оптическая система состоит из тонкой линзы с фокусным расстоянием F, плоского зеркала и небольшого экрана Э, расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси OO_1 линзы. Источник S находится на расстоянии $8F/15$ от оси OO_1 и на расстоянии плоскости $F/3$ от линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO_1. В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии F от линзы.

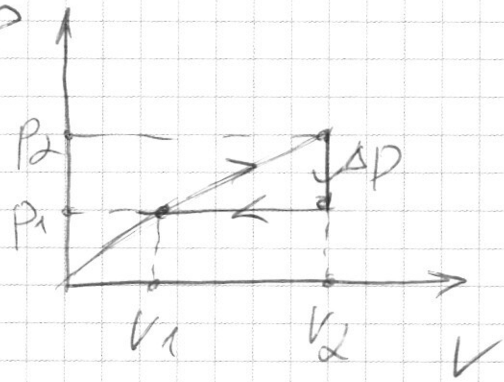
1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель А сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?
2) Под каким углом α к оси OO_1 движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
3) Найти скорость изображения в этот момент.



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

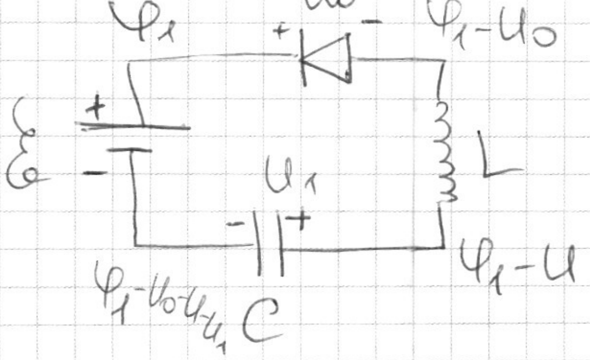
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}\Delta p V_2 = C$$

$$\nu R\Delta T = \Delta p V_2$$

№4.



$a = 3$:

$$\frac{2}{4 \cdot 4} = \frac{1}{8} = \frac{5}{40}$$

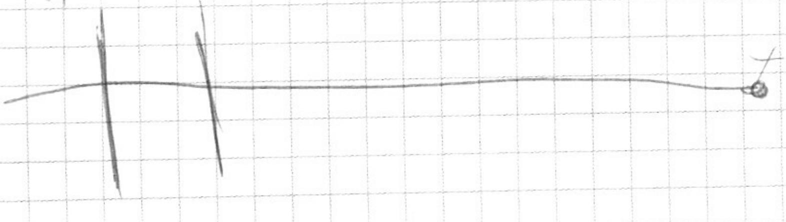
$$U_1 + U_0 - \mathcal{E} = L \cdot \dot{I}$$

$a = 4$:

$$\frac{3}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20} = \frac{6}{40}$$

$\dot{I} = $ 6+1

$a = 100$:

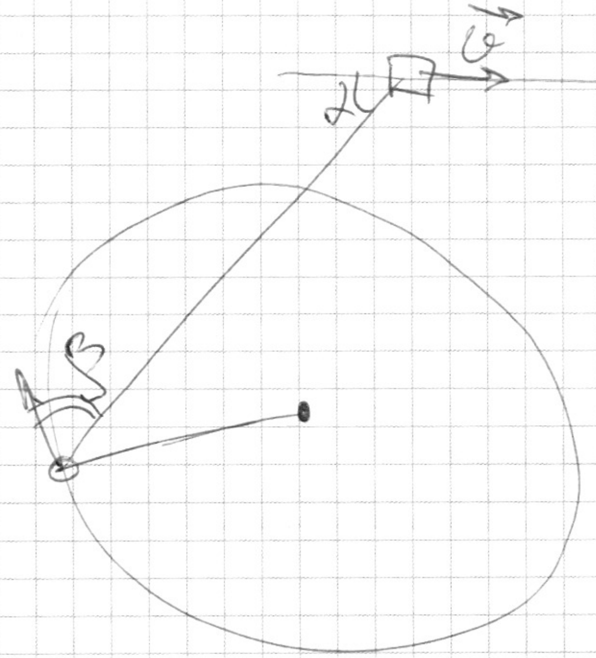


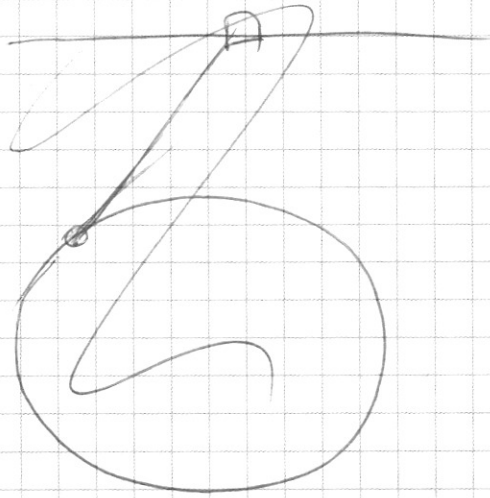
☑ черновик ☐ чистовик

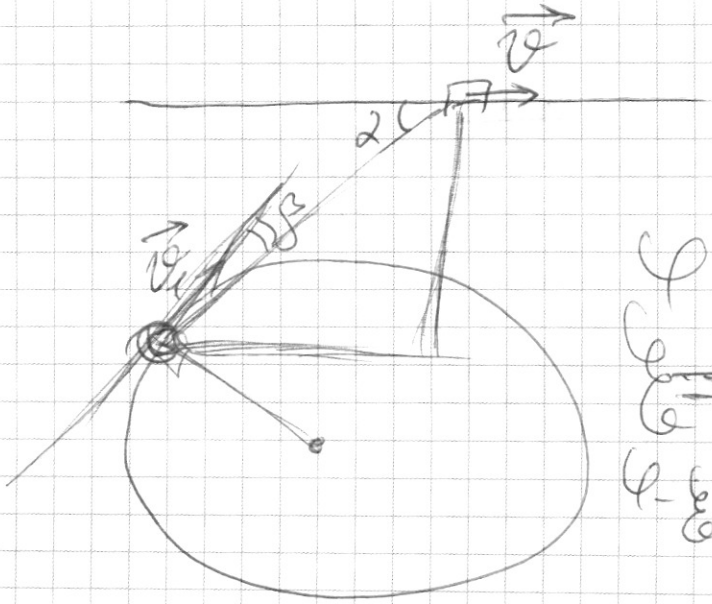
(Поставьте галочку в нужном поле)

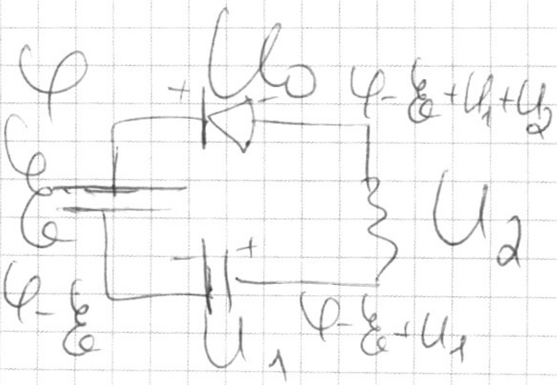
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)









$U_0 =$

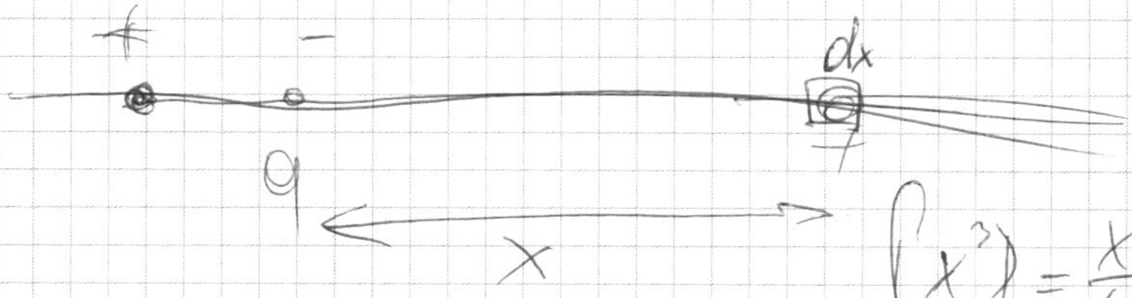
$\varphi - U_0 = \varphi - \mathcal{E} + U_1 + U_2$

$U_2 = \mathcal{E} - U_1 - U_0$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\int(x^3) = \frac{x^4}{4}$

$x^{-3} = \frac{x^{-2}}{-3}$

$A = F dx$

$$F = \frac{kq_1q}{x^2} - \frac{kq_1q}{(x+d)^2} =$$

$$= \frac{\cancel{kq_1qx^2} + 2xdkq_1q + kq_1qd^2 - \cancel{kq_1qx^2}}{x^2(x+d)^2} =$$

$$= \frac{kq_1q(2xd+d^2)}{x^2(x+d)^2}$$

$$A = \frac{kq_1q(2xd+d^2)}{x^2(x+d)^2}dx = \frac{kq_1q\cdot 2xd}{x^4}dx =$$

$$= \int_p^{+\infty}\frac{kq_1qd}{x^3}dx = -\frac{kq_1qd}{3x^2}\Bigg|_p^{+\infty} =$$

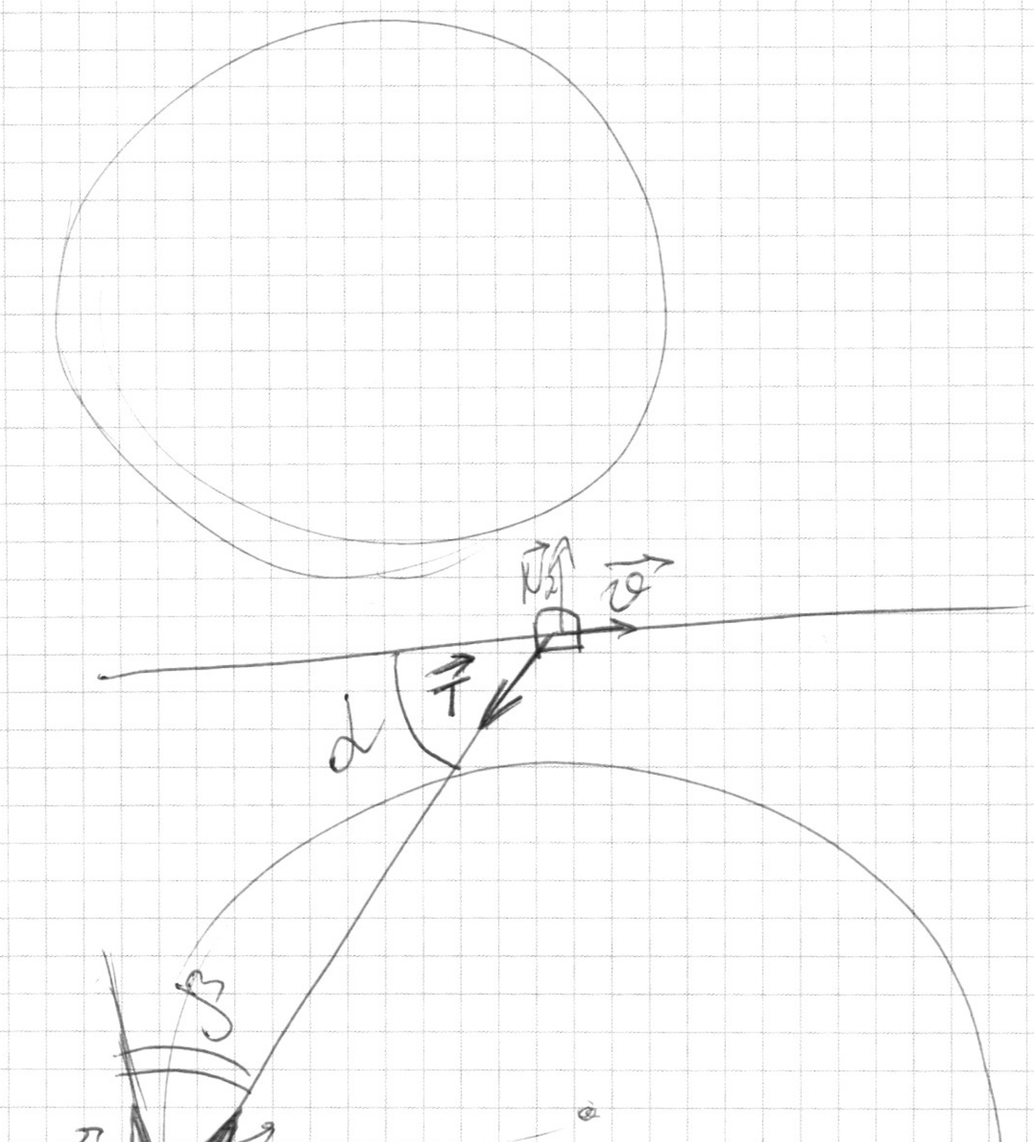
$$= \frac{kq_1qd}{3\cdot x^2} = \frac{kq_1q}{3d}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

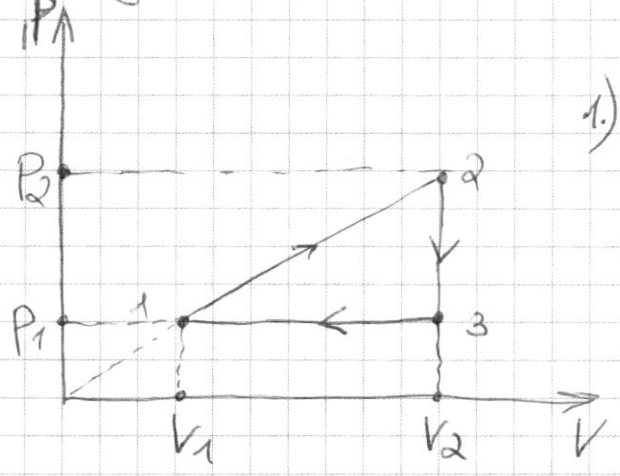
(Нумеровать только чистовики)



$\vec{N_2}$
$\vec{v}$
$\vec{T}$
α
β
$\vec{v}$
$\vec{T}$
$\vec{N_1}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2.



~~Обозначa~~

1.) Обозначу давления и объём газа в каждой точке по-разному. Пусть в точке 2 был давление p_2 и объём V_2, тогда в точке 3 объём тоже был V_2. Пусть в точке 3 давление было p_1, тогда в 1 точке тоже было давление p_1. И пусть объём в первой точке был V_1.

(говорится о состоянии газа в моменты соответствующие точкам).

По условию:

$$p_1 = kV_1$$
$$p_2 = kV_2$$

, где k - коэффициент пропорциональности.

Понижение температуры происходит на участках 2-3 и 3-1, поскольку:

$pV = \nu RT$ - для идеального газа

νR - константа

А в процессах 2-3 и 3-1 произведение объёма газа на его давление уменьшалось, т.к. одна из составляющих уменьшалась, а другая оставалась неизменной.

Рассмотрю процесс 2-3:

~~$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}$, где~~

Работа не совершалась, т.к. объём не изменялся.

Поэтому:

$$Q_{23} = C_{23} \cdot \nu \cdot \Delta T_{23} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{23}$$

где Q_{23} - кол-во теплоты в процессе 23, ~~поглощенной~~ полученной газом, C_{23} - молярная теплоёмкость газа в процессе 2-3, ΔT_{23} - ~~изменение~~ разность температуры в процессе 2-3. (из конечной вычесть начальную)

$$C_{23} = \frac{3}{2} R$$

Рассмотрю процесс 3-1:

$A_{3-1} = -p_1 (V_2 - V_1)$ (как площадь под графиком)

где A_{3-1} - работа газа на участке 3-1.

$$Q_{3-1} = A_{3-1} + \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{3-1} = C_{3-1} \nu \cdot \Delta T_{3-1}$$

где Q_{3-1} - количество теплоты, полученное газом в процессе 3-1.

$$p_1 \cdot (V_1 - V_2) = \nu R \Delta T_{3-1}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$p_1(V_1-V_2)+\frac{3}{2}p_1(V_1-V_2)=C_{3-1}\cdot\frac{p_1(V_1-V_2)}{R}$$

$$1+\frac{3}{2}=\frac{C_{3-1}}{R}$$

$$C_{3-1}=\frac{5}{2}R$$

C_{3-1} - молярная теплоемкость в процессе 3-1.

$$\frac{C_{2-3}}{C_{3-1}}=\frac{3R\cdot 2}{2\cdot 5R}=\frac{3}{5}$$

2) Для процесса 1-2:
Q_{12} - количество теплоты, полученное газом, A_{12} - работа газа.

$$A_{12}=\frac{p_2V_2}{2}-\frac{p_1V_1}{2}=\cancel{\frac{k(p_2^2-p_1^2)}{2}}\ \frac{k(V_2^2-V_1^2)}{2}$$

$$Q_{12}=A_{12}+\frac{3}{2}\nu R\Delta T$$

$$\nu R\Delta T=p_2V_2-p_1V_1=k(V_2^2-V_1^2)$$

$$Q_{12}=\frac{k(V_2^2-V_1^2)}{2}+\frac{3}{2}k(V_2^2-V_1^2)=2k(V_2^2-V_1^2)$$

$$\frac{Q_{12}}{A_{12}}=\frac{2k(V_2^2-V_1^2)}{\frac{k(V_2^2-V_1^2)}{2}}=4$$

3) $\eta = \frac{A}{Q} \cdot 100\%$, где A - работа газа за цикл.
Q - всё полученное тепло газом

$A = (p_2 - p_1)\cdot(V_2 - V_1)\cdot\frac{1}{2}$ - площадь под графиком

$A = \frac{(p_2-p_1)(V_2-V_1)}{2}$

$Q = Q_{12}$ (т.к. только в этом процессе газ получал тепло)

$Q_{12} = 2k(V_2^2 - V_1^2)$

$A = \frac{k(V_2-V_1)(V_2-V_1)}{2}$

$\eta = \frac{k(V_2-V_1)^2}{2\cdot 2k(V_2-V_1)(V_2+V_1)} = \frac{\cancel{k}(V_2-V_1)}{4(V_2+V_1)}$

поскольку $V_2 > V_1$

Допустим $V_2 = a\cdot V_1$, где $a>1$

$\eta = \frac{a-1}{4(a+1)}$

$\eta' = \frac{4(a+1)-4(a-1)}{4(a+1)^2} = \frac{4a+4-4a+4}{4(a+1)^2}$

следовательно η - возрастающая функция.

Наибольшее η будет при $a\to\infty$

$\lim\limits_{a\to\infty} \eta = \lim\limits_{a\to\infty}\left(\frac{a-1}{4(a+1)}\right) = \left(\frac{\infty}{\infty}\right)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Воспользуюсь правилом Лопиталя:

$$\lim_{a\to\infty}\left(\frac{a-1}{4(a+1)}\right)=\lim_{a\to\infty}\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}$$

(беру производную и числителя и знаменателя)

$\eta=\frac{1}{4}\cdot 100\% = 25\%$ – ~~max~~ предельно возможное η

Ответ: 1) $\frac{C_{2-3}}{C_{3-1}}=\frac{3}{5}$

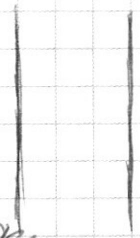
2) $\frac{Q_{12}}{A_{12}}=4$

3) $\eta=25\%$

№3.

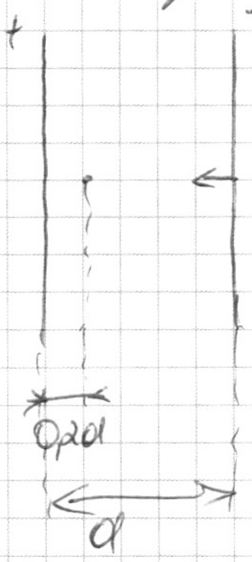
Поскольку электрическое поле внутри конденсатора можно считать однородным, поэтому на заряд будет действовать постоянная сила F.

Сетка влияет лишь на прохождение заряда через конденсатор.



1) Поскольку частица остановилась на неё действовала сила, направленная противоположно её движению. Следовательно положительная частица влетела в конденсатор

со стороны отрицательной пластины.



Следовательно внутри конденсатора частица прошла путь 0,8d и её скорость стала 0.

$0{,}8d = \frac{v_1^2}{2a}$, где a – постоянное ускорение частицы, созданное постоянной силой.

$a = \frac{v_1^2}{1{,}6d}$ т.к. $\vec{a}$ противонаправлено $\vec{v}$

$0 = v_1 - a\cancel{t}T$ из условия

$\frac{v_1^2}{1{,}6d} \cdot \cancel{t} = v_1$

1) $T = \frac{1{,}6d}{v_1}$

2) Напряженность поля внутри конденсатора E, тогда:

$E = \frac{U}{d}$ условие $\Longrightarrow \boxed{F = E \cdot q}$ из первого задания, условие

второй закон Ньютона для заряда:

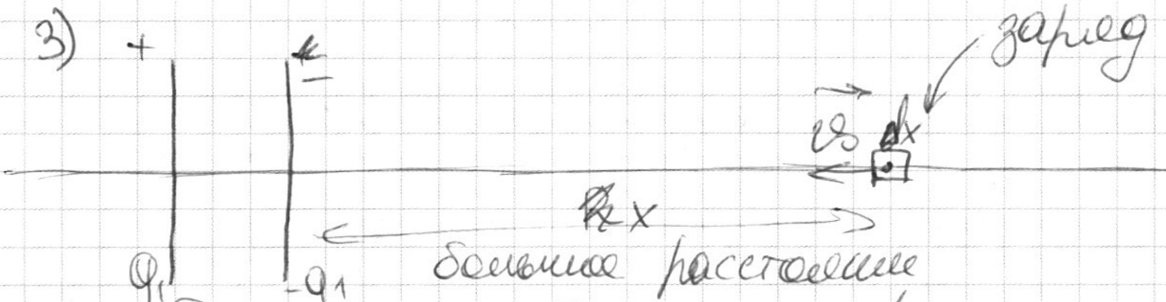
$a \cdot m = F$

$\frac{v_1^2}{1{,}6d} \cdot m = \frac{U}{d} \cdot q$

$\boxed{U = \frac{v_1^2 \cdot m}{1{,}6q}}$ $U = \frac{v_1^2}{1{,}6\gamma}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

3)



~~На бесконечно большом расстоянии обкладки можно считать точечными источниками.~~

Найду q_1 — заряд на обкладках конденсатора.

$q_1 = U\cdot C$, где C — емкость конденсатора

$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ S - площадь обкладок конденсатора

$$q_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\cdot\frac{v_1^2\cdot m}{1{,}6q} = \frac{\varepsilon_0 S\cdot v_1^2}{d\cdot 1{,}6q}$$

~~F действует на заряд~~

$\sigma = \frac{\varepsilon_0 v_1^2}{1{,}6q}$ - поверхностная плотность заряда

$\cancel{F_1 = \frac{kq_1}{R} - \frac{kq_1}{(R+d)}}$

~~На большом расстоянии нет потенциала. При „вытечке" заряда~~

На больших расстояниях обкладки конденсатора можно считать точечными зарядами.

Тогда сила, действующая на заряд на расстоянии x F равна:

$$k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad F=\frac{k\cdot q\cdot q_1}{x^2}-\frac{kq\cdot q_1}{(x+d)^2}=\frac{kqq_1(2xd+d^2)}{x^2(x+d)^2}$$

Эта сила совершает работу A (по разгону заряда)

$$A=F dx=\int\frac{kqq_1(2xd+\cancel{d^2})}{x^2\underbrace{(x+d)^2}_{\to x^2}}dx=\int\frac{2xdkqq_1}{x^4}dx=$$

$$=\int_{d}^{+\infty}\frac{2dkqq_1}{x^3}=\frac{2kqq_1d}{3d^2}=\frac{2kq\cdot\varepsilon_0 S\cdot v_1^2\cdot d}{3\cdot d^2\cdot 1{,}6y\cdot d}=$$

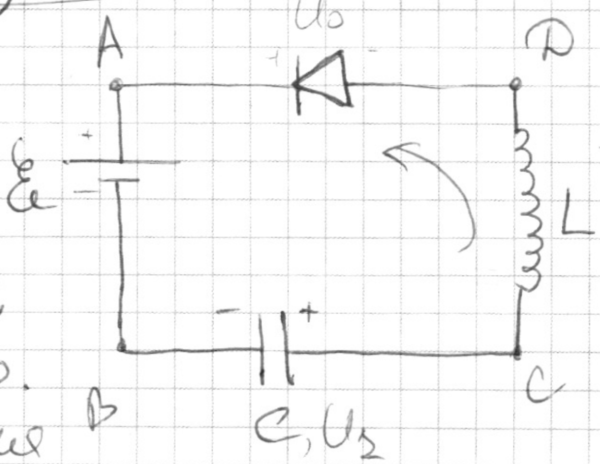
$$\boxed{=\frac{qSv_1^2}{6\pi d^2\cdot 1{,}6y}}$$

d ← при меньших x пластины нельзя считать точечными и они друг друга „аннулируют", т.к. их можно считать бесконечными.

$$\frac{mv_0^2}{2}+A=\frac{mv_1^2}{2}$$

Продолжение на странице №19

№4.



1) ~~$\mathcal{E}_e<U_1$, поэтому при включении диод открыт, а, следовательно, на нём напряжение U_0. $\dot{I}$ – скорость возрастания тока.~~

~~Следовательно:~~

~~$L\cdot\dot{I}=U_1+U_0-\mathcal{E}_e$~~

~~$\dot{I}=\frac{U_1+U_0-\mathcal{E}_e}{L}=\frac{6+1-3}{20\cdot10^{-6}}=\frac{1}{5\cdot10^{-6}}=\frac{10^6}{5}=2\cdot10^5$ А/с~~

2) Ток может быть направле

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

Рисунок на странице 8.

Пусть в точке A потенциал φ.

Тогда в точке B потенциал $\varphi - \mathcal{E}$

Тогда в точке C потенциал $\varphi - \mathcal{E} + U_1$

Тогда в точке D потенциал $\varphi - \mathcal{E} + U_1 + U_{21}$

Или потенциал в точке D равен $\varphi - U_0$

может оказаться отрицательным (напряжение на катушке)

$$\varphi - U_0 = \varphi - \mathcal{E} + U_1 + U_{21}$$

$$U_{21} = \mathcal{E} - U_1 - U_0 = -L \cdot \dot{I}_0$$

следовательно:

$$\dot{I}_0 = \frac{U_1 + U_0 - \mathcal{E}}{L}$$

$\dot{I}_0$ − скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа

1) $\dot{I} = \frac{6+1-3}{0{,}2} = \frac{4}{0{,}2} = 20$ А/с − сразу после замыкания ключа.

2) Пусть U − напряжение на конденсаторе в случайный момент времени.

Ток будет идти, пока на диоде напряжение будет U_0.
Пусть на конденсаторе заряд q. Тогда:

$$L\cdot\dot{I} = U + U_0 - \mathcal{E}_e$$

$$U = \frac{q}{C}, \quad -I = \dot{q} \Rightarrow -\dot{I} = \ddot{q}$$

$$-L\cdot\ddot{q} = \frac{q}{C} + U_0 - \mathcal{E}_e$$

$$L\cdot\ddot{q} + \frac{1}{C}(q + U_0 C - \mathcal{E}C) = 0$$

$$k = q + U_0 C - \mathcal{E}_e C \Rightarrow \ddot{k} = \ddot{q}$$

$$L\cdot\ddot{k} + \frac{1}{C}k = 0$$

$$\ddot{k} + \frac{1}{CL}k = 0$$

$$\boxed{\omega^2 = \frac{1}{CL}} \qquad k = A\sin\omega t + B\cos\omega t$$

при $t=0$

$$k = U_1 C + U_0 C - \mathcal{E}C = B$$

$$\dot{k} = \dot{q} = 0 = A\omega$$

$$q + U_0 C - \mathcal{E}_e C = (U_1 C + U_0 C - \mathcal{E}C)\cdot\cos\omega t$$

$$q = \mathcal{E}_e C - U_0 C + (U_1 C + U_0 C - \mathcal{E}C)\cos\omega t$$

$$-I = \dot{q} = C\cdot(6+1-3)\cdot(-\omega\sin\omega t)$$

$$-I = -4C\cdot\frac{1}{\sqrt{CL}}\cdot\sin\omega t = -4\sqrt{\frac{C}{L}}\sin\omega t$$

$$I = 4\sqrt{\frac{C}{L}}\sin\omega t$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Теперь необходимо понять, когда закроется диод.

$$U_0 = L \cdot \dot{I} + \mathcal{E}_0 - U$$

$$\dot{I} = 4 \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \omega \cdot \cos\omega t = \frac{4}{L} \cos\omega t$$

Ток будет идти, пока не поменяет направление.

$$I_{max} = 4 \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{20 \cdot 10^{-6}}{0{,}2}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{2}} = 0{,}04\,A$$

3) Напряжение установится, когда диод закроется.

Это будет тогда, когда $\omega t = \pi$ (ток начнет менять полярность) $\Rightarrow \cos\omega t = -1$

$$q = \mathcal{E}_0 C - U_0 C - U_1 C - U_0 C + \mathcal{E}_0 C$$

$$q = 2\mathcal{E}_0 C - U_1 C - 2U_0 C$$

$$U_2 = \frac{q}{C} = 2\mathcal{E}_0 - U_1 - 2U_0 = 6 - 6 - 2 = -2\,B$$

Ответ: 1) $\dot{I} = 20$ А/с

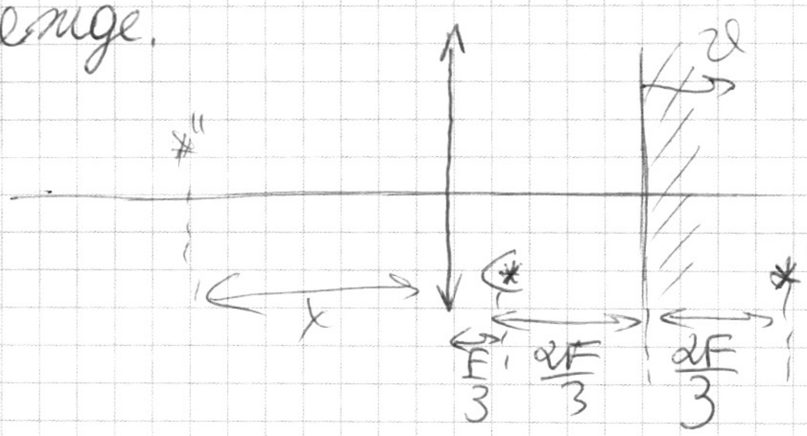
2) $I_m = 0{,}04$ А

3) $U_2 = 2$ В (поменяем полярность)

№5.

1) В этот момент источник находится на расстоянии $\frac{2F}{3}$ от зеркала из-за экрана

Э в линзе будут лучи идти так, будто источник находится на том же расстоянии от OO_1, но по другую сторону от зеркала и на том же расстоянии от зеркала, как и прежде.



Пусть он может увидеть его на расстоянии x от плоскости линзы, тогда:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{F + \frac{2F}{3}} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{5F} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{5}{5F} - \frac{3}{5F}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{5F}$$

$$x = \frac{5F}{2}$$

2) горизонтальная составляющая скорости изображения относится к скорости источника как Γ^2

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}\right)$$

беру производную

$$-\frac{\dot{a}}{a^2} - \frac{\dot{b}}{b^2} = 0$$

$$\frac{\dot{a}}{\dot{b}} = -\frac{a^2}{b^2} = -\Gamma^2$$

отношение скоростей

a и b - расстояние от изображения до плоскости линзы и от линзы до источника соответственно.

Изображение в зеркале двигается со скоростью $2v$ относительно линзы (т.к. расстояние между источником S и зеркалом увеличивается со скоростью v и, соответственно, расстояние от зеркала до изображения в зеркале увеличивается со скоростью v).

Пусть у скорости изображения есть 2 ~~сос~~ составляющие: ϑ_{OO_1} и $\vartheta_{\perp}$, где ϑ_{OO_1} - её ~~сос~~ составляющая вдоль оптической оси линзы, а $\vartheta_{\perp}$ - ~~скоро~~ составляющая скорости, перпендикулярная оптической оси.

$$\vartheta_{OO_1} = \Gamma^2 \cdot 2\vartheta = \left(\frac{x}{\frac{2F}{3}+F}\right)^2 \cdot 2\vartheta = \left(\frac{3x}{5F}\right)^2 \cdot 2\vartheta =$$

$$= \left(\frac{3 \cdot 5F}{5F \cdot 2}\right)^2 \cdot 2\vartheta = \frac{9}{4} \cdot 2\vartheta = \frac{9\vartheta}{2}$$

Теперь найду $\vartheta_{\perp}$.

Пусть изображение в линзе находится на расстоянии h от оси OO_1

$$\frac{h}{\frac{8F}{15}} = \Gamma$$

$$h = \frac{8F}{15} \cdot \Gamma$$

если расстояние от источника до линзы x_1 и источник двигается со скоростью 2ϑ

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{F} - \frac{1}{x_1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{x_1 - F}{x_1 F}$$

$$x = \frac{x_1 F}{x_1 - F}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Gamma = \frac{x}{x_1} = \frac{x_1 F}{(x_1 - F)\cdot x_1} = \frac{F}{x_1 - F}$$

$$\dot{\Gamma} = \frac{-F \cdot \dot{x}_1}{(x_1 - F)^2}$$

$$\dot{h} = \frac{8F}{15} \cdot \dot{\Gamma} = \vartheta_\perp$$

~~т.к. направление не важно~~

$$\cancel{\vartheta_\perp = \frac{8F}{15} \cdot \frac{F}{(F + \frac{2F}{3} - F)^2} = \frac{8F^2 \cdot 9}{15 \cdot 4F^2} = \frac{24}{20} = \frac{6}{5}\ м/с}$$

$$\cancel{tg\alpha = \frac{\vartheta_\perp}{\vartheta_{001}} = \frac{6 \cdot 2}{5 \cdot 9\vartheta} = \frac{4}{15\vartheta}}$$

$$\vartheta_\perp = \frac{8F}{15} \cdot \frac{F \cdot 2\vartheta}{(F + \frac{2F}{3} - F)^2} = \frac{16F^2 \cdot \vartheta \cdot 9}{15 \cdot 4F^2} = \frac{12\vartheta}{5}$$

т.к. направление (знак) не имеет значение для угла

$$2)\ tg\alpha = \frac{\vartheta_\perp}{\vartheta_{001}} = \frac{12\vartheta \cdot 2}{5 \cdot 9\vartheta} = \frac{8}{15}$$

3) пусть скорость изображения v_1

$$v_1=\sqrt{v_\perp^2+v_{\parallel 1}^2}=\sqrt{\frac{81v^2}{4}+\frac{144v^2}{25}}=$$

$$=v\cdot\sqrt{\frac{81\cdot25+144\cdot4}{100}}=\frac{v}{10}\cdot\sqrt{2025+576}=$$

$$\begin{array}{r}\times\ 81\\ 25\\ \hline 405\\ +162\ \ \\ \hline 2025\end{array}\qquad \begin{array}{r}\times 144\\ 4\\ \hline 576\end{array}\qquad \begin{array}{r}+2025\\ 576\\ \hline 2601\end{array}\qquad \begin{array}{r}\times 51\\ 51\\ \hline 51\\ +255\ \\ \hline 2601\end{array}$$

$$=v\cdot\frac{1}{10}\cdot51=5{,}1\cdot v$$

Ответ: 1) $\frac{5F}{2}$

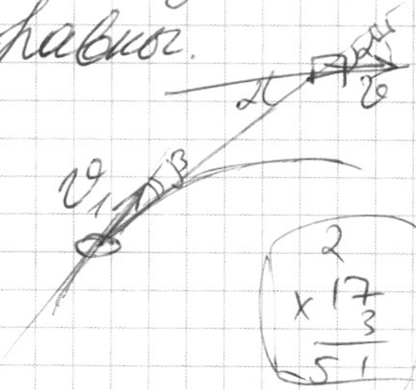
2) $tg\alpha=\frac{8}{15}$

3) $5{,}1\,v$

№1.

1) Поскольку нить нерастяжима необходимо, чтобы проекции скорости кольца и муфты на нить были равны.

Пусть скорость кольца v_1



$$v_1\cdot\cos\beta=v\cdot\cos\alpha$$

$$v_1=v\cdot\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$$

$$\begin{array}{r}\times 17\\ 3\\ \hline 51\end{array}$$

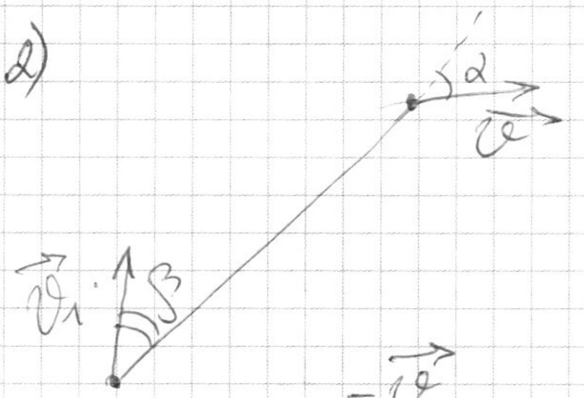
$$v_1=v\cdot\frac{3\cdot17}{5\cdot8}=40\cdot\frac{3\cdot17}{5\cdot8}=51\ см/с$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

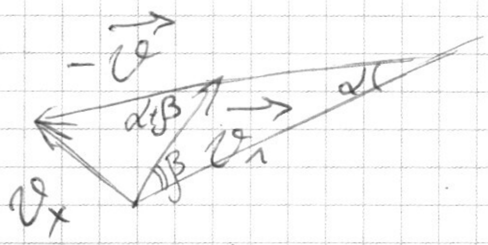
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)



Относительная скорость получается путем векторного вычитания.

v_x - ?



v_x по теореме косинусов из треугольника скоростей:

$$v_x^2 = v^2 + v_1^2 - 2 \cdot v \cdot v_1 \cdot \cos(\alpha+\beta)$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 17 \\ \hline 289 \\ -64 \\ \hline 225 \end{array}$$

из рисунка видно, что α и β меньше $180°$, следовательно $\sin\alpha, \sin\beta > 0$

$$\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\sin\beta = \sqrt{1 - \frac{64}{289}} = \sqrt{\frac{225}{289}} = \frac{15}{17}$$

$$v_x^2 = 40^2 + 51^2 - 2 \cdot 40 \cdot 51 \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{8}{17} - \frac{15}{17} \cdot \frac{4}{5}\right)$$

$$v_x^2 = 40^2 + 51^2 - 2 \cdot 3 \cdot \cancel{8}3 \, (24 - 60)$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$v_x^2 = 40^2 + 51^2 - 2\cdot 8\cdot 3\cdot(-36)$$

$$v_x^2 = 1600 + 2605 + 1728$$

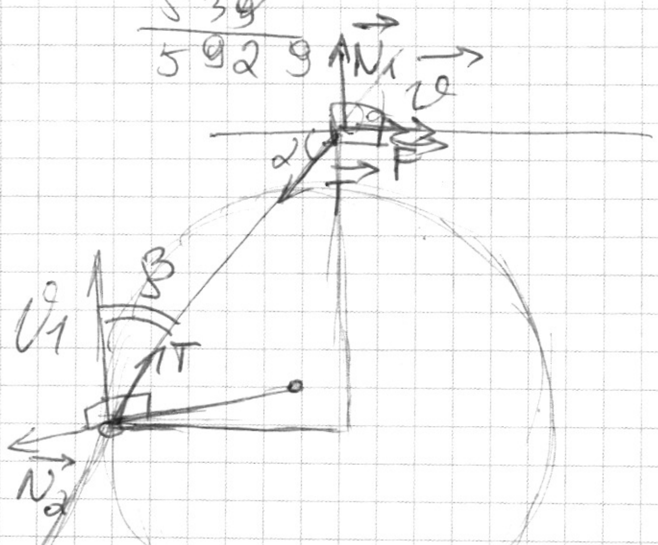
$$v_x^2 = 5933$$

$$v_x = \sqrt{5933} \approx 77 \text{ см/с}$$

$$\begin{array}{r} 51 \\ \times\ 51 \\ \hline 51 \\ +\ 255 \\ \hline 2605 \end{array}$$

3)

Для кольца:



$$F_{ц.с.} = T\cdot\cos(90^\circ - \beta) - N_2$$

$$F_{ц.с.} = \frac{m v_1^2}{R}$$

Продолжение на странице №19.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение задачи №3.

$$\frac{mv_0^2}{2} + A = \frac{mv_1^2}{2}$$

$$mv_0^2 + \frac{qSv_1^2}{3\cdot 1{,}6\gamma\cdot \pi d^2} = \frac{mv_1^2}{\cancel{2}}$$

$$\cancel{v_0^2} \quad v_0^2 + \frac{Sv_1^2}{4{,}8\pi d^2} = v_1^2$$

$$v_0^2 = v_1^2\left(1 - \frac{S}{4{,}8\pi d^2}\right)$$

$$v_0 = v_1\cdot\sqrt{1 - \frac{S}{4{,}8\pi d^2}}$$

Ответ: 1) $T = \frac{1{,}6d}{v_1}$

2) $U = \frac{v_1^2}{1{,}6\gamma}$

3) $v_0 = v_1\cdot\sqrt{1 - \frac{S}{4{,}8\pi d^2}}$

Продолжение задачи №1.

$$\frac{mv_1^2}{R} = T\cdot\frac{15}{17} - N_2$$

$$T \cdot \cos(90^\circ - \alpha) = N_1$$

$$T \cdot \frac{4}{5} = N_1$$

Проекции всех сил на нить с обоих концов должны быть равны.

$$T - N_2 \cdot \cos(90^\circ - \beta) = N_1 \cdot \cos(90^\circ - \alpha) - T + F \cdot \cos\alpha$$

$$\cancel{N_2 = \frac{15}{17} T - \frac{m v_1^2}{R}}$$

$$\cancel{T - \frac{15}{17}\left(\frac{15}{17} T - \frac{m v_1^2}{R}\right) = \frac{4}{5} T \cdot \frac{4}{5}}$$

$$T \cdot \cos\alpha = F$$

$$T - \frac{15}{17}\left(\frac{15}{17} T - \frac{m v_1^2}{R}\right) = \frac{4}{5} T \cdot \frac{4}{5} - T + T \cdot \frac{9}{25}$$

$$T - \frac{225}{289} T + \frac{15 m v_1^2}{17 \cdot R} = \frac{16}{25} T - T + \frac{9}{25} T$$

Ответ: 1) 51 см/с

2) ≈ 77 см/с

3) ~~~