МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 12 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [5 баллов] Бросили 90 правильных игральных костей (кубиков с цифрами от 1 до 6 на гранях; вероятность выпадения каждой из граней одна и та же) и посчитали сумму выпавших цифр. Какая из вероятностей больше: того, что эта сумма не меньше 500, или того, что эта сумма меньше 130?

2. [4 балла] Дана конечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2 \ldots, a_n$ с положительной разностью, причём сумма всех её членов равна S, а $a_1 > 0$. Известно, что если разность прогрессии увеличить в 4 раза, а её первый член оставить неизменным, то сумма S увеличится в 3 раза. А во сколько раз увеличится S, если разность исходной прогрессии увеличить в 2 раза (оставив первый член неизменным)?

3. [4 балла] Решите неравенство $\left(\sqrt{x^3+x-90}+7\right)\left|x^3-10x^2+31x-28\right| \leqslant 0$.

4. [5 баллов] Решите уравнение $5x^4+x^2+8x-6x^2|x+4|+16=0$.

5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0\left(-1;2\sqrt{2}\right)$ и $N_0\left(-2;4\sqrt{2}\right)$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет наибольшим.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D, пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E и пересекает вторично окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно $\frac{4}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1.

   б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 2$.

7. [7 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}(x-a)^2+y^2=64,\\ (|x|-8)^2+(|y|-15)^2=289\end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Пусть $f(x)$ — вероятность получения суммы x при броске 90 кубиков.

Докажем вспомогательное утверждение $f(90+i) = f(540-i)$ при ~~целых~~ i $i \in [0; 450]$, $i \in \mathbb{Z}$:

Рассмотрим результат одного из бросков кубиков:

Пусть для каждого кубика j — разница между выпавшей на кубике цифрой и 1, а S — сумма всех выпавших цифр.

~~Тогда~~ Заметим, что $S-90$ — сумма всех j ~~для каждого~~. Одновременно с этим $S-90=i$. Тогда сумма всех j равна i.

Заменим все выпавшие на кубиках цифры на $6-j$. Тогда сумма всех цифр ~~игр~~ будет 540 без всех j, т.е. $540-i$.

Т.к. ~~для~~ каждой начальной комбинации соответствует ровно одна, полученная после замены, и для каждой полученной после замены — одна начальная, то кол-во комбинаций до и после замены одинаково, а раз каждая из них равновероятна, то и вероятность получить рассматриваемые суммы $90+i$ и $540-i$ равны.

Утверждение доказано.

Пусть p_1 — вероятность того, что сумма всех выпавших на кубиках цифр больше либо равна 500, т.е. принадлежит промежутку $[500; 540]$,

p_2 — вероятность того, что сумма всех выпавших на кубиках меньше 130, т.е. принадлежит промежутку $[90; 129]$.

p_3 — аналогично, но для промежутка $[501; 540]$.

Из доказанного утверждения следует, что $p_2 = p_3 = \sum_{i=0}^{28} f(90+i)$.

Также заметим, что $p_1 = p_3 + f(500)$ а значит и $p_1 = p_2 + f(500)$. Значит, раз вероятность какого-либо события всегда неотрицательна, а $f(500) > 0$, то $p_1 > p_2$. ($f(500) > 0$, т.к. существует например комбинация из 90 кубиков с суммой 500 с цифрой 6 и 10 по 2).

☐ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Ответ: вероятность того, что эта сумма не меньше 500 ~~вы~~ больше.

№2

Пусть d – разность данной прогрессии до её увеличения. Тогда справедливы равенства

$\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n = S$; $\frac{2a_1+2d(n-1)}{2}\cdot n = x\cdot S$, где x – искомая величина

$\frac{2a_1+4d(n-1)}{2}\cdot n = 3S$

Преобразуем каждое из них:

$\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n = S$; $\frac{2a_1+4d(n-1)}{2}\cdot n = 3S$; $\frac{2a_1+2d(n-1)}{2}\cdot n = x\cdot S$

$n\cdot a_1 + \frac{d}{2}(n-1)\cdot n = S$; (1) $n\cdot a_1 + 2d(n-1)\cdot n = 3S$; (2) $n\cdot a_1 + d(n-1)\cdot n = x\cdot S$ (3)

Вычтем ~~из (2) из (2):~~ (1) из (2):

$n\cdot a_1 + 2d(n-1)\cdot n - a_1 n - \frac{d}{2}(n-1)\cdot n = 3S - S$

$\cancel{n a_1} + \frac{3}{2}d(n-1)\cdot n = 2S$

$\frac{1}{2}\cdot d(n-1)\cdot n = \frac{2}{3}S$ (4)

Вычтем (1) из (3)

$n\cdot a_1 + d(n-1)\cdot n - n\cdot a_1 - \frac{d}{2}(n-1)\cdot n = x\cdot S - S$

$\frac{d}{2}(n-1)\cdot n = (x-1)\cdot S$ (5)

Подставим (4) в (5):

$\frac{2}{3}S = (x-1)\cdot S$

$x = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

Значит, при увеличении разности прогрессии в 2 раза S увеличится в $\frac{5}{3}$ раза

Ответ: $1\frac{2}{3}$.

№3

$(\sqrt{x^3+x-90}+7)\cdot|x^3-10x^2+31x-28| \le 0$

• Раз квадратный корень из любого действительного числа неотрицателен, то если его увеличить на 7, получим положительное число. Т.е. $\sqrt{x^3+x-90}+7>0$

• Раз модуль любого действительного числа неотрицателен, то $|x^3-10x^2+31x-28|\ge 0$.

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда данное неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} |x^3-10x^2+31x-28|=0, & (1) \\ \sqrt{x^3+x-90} \geqslant 0 & (2) \end{cases}$$

т.к. отрицательным произведение двух неотрицательных множителей неотрицательно.

Решим (1):

$|x^3-10\cdot x^2+31\cdot x-28|=0$

$x^3-10x^2+31x-28=0$

Если $x=4$, получим

$4^3-10\cdot 4^2+31\cdot 4-28=64-160+124-28=0.$

Значит 4 – корень уравнения.

Пусть $P(x)=x^3-10x^2+31x-28$. Тогда, как следствие из Теоремы Безу, $P(x)$ можно разделить на $(x-4)$ без остатка, т.к. $P(4)=0$.

Получим $P(x)=(x-4)(x^2-6x+7)$

Решим уравнение $x^2-6x+7=0$:

$$x=\frac{6\pm\sqrt{6^2-4\cdot 7\cdot 1}}{2\cdot 1}$$

$x=3\pm\sqrt{2}.$

Тогда $3-\sqrt{2}$ и $3+\sqrt{2}$ – корни $P(x)$. Тогда $3-\sqrt{2}; 4; 3+\sqrt{2}$ – корни (1).

Проверим истинность неравенства (2) при x – корнях (1):

Заметим, что функция $f(x)=x^3+x-90$ монотонна и возрастает при $x\in(-\infty;+\infty)$.

- Пусть $x=2$. Получим

$2^3+2-90=8+2-90<0$. Раз неравенство неверно при $x=2$, то и при $x=3-\sqrt{2}$ тоже, т.к. $3-\sqrt{2}<2$. Тогда $3-\sqrt{2}$ не является решением системы.

- Пусть $x=4$. Получим

$4^3+4-90=64+4-90<0$. 4 не является решением системы.

☐ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

• Пусть $x = 4{,}41$. Получим

$(4{,}41)^3 + 4{,}41 - 90 = 85{,}768444 + 4{,}41 - 90 > 0$. Раз неравенство верно для $x = 4{,}41 = 3 + 1{,}41$,

то и для $x = 3+\sqrt{2}$ верно, ~~т.к.~~ из $f(x)$ монотонна и возр.,

и $1{,}41 < \sqrt{2}$

$1{,}41^2 < 2{,}00$

Тогда $3+\sqrt{2}$ является решением системы.

Из равносильности данного неравенства и приведённой ранее системы следует, что $3+\sqrt{2}$ является единственным решением данного неравенства.

Ответ: $\{3+\sqrt{2}\}$.

№7

$$\begin{cases} (x-a)^2 + y^2 = 64, & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 289. & (2) \end{cases}$$

Заметим, что (1) является уравнением окружности с центром в точке $(a;0)$ и радиусом 8 прямоугольной системы координат с центром в $(0;0)$.

Заметим, что (2) является

в I четверти указанной выше системы координат: уравнением окружности с центром в $(8;15)$ и $r = 17$

во II четверти: уравнением окружности с центром в $(-8;15)$ и $r = 17$

в III четверти: уравнением окружности с центром в $(-8;-15)$ и $r = 17$

в IV четверти: уравнением окружности с центром в $(8;-15)$ и $r = 17$.

На рисунке на следующей странице построен фрагмент фигуры, задаваемой уравнением (2). (Пусть F_2 – фигура, задаваемая уравнением (2), а F_1 – уравнением (1)).

Точка $(0;0)$ принадлежит фигуре, т.к. по теореме Пифагора $\sqrt{15^2+8^2} = 17$ – принадлежит одной из окружностей. Аналогично точка $(16;0)$.

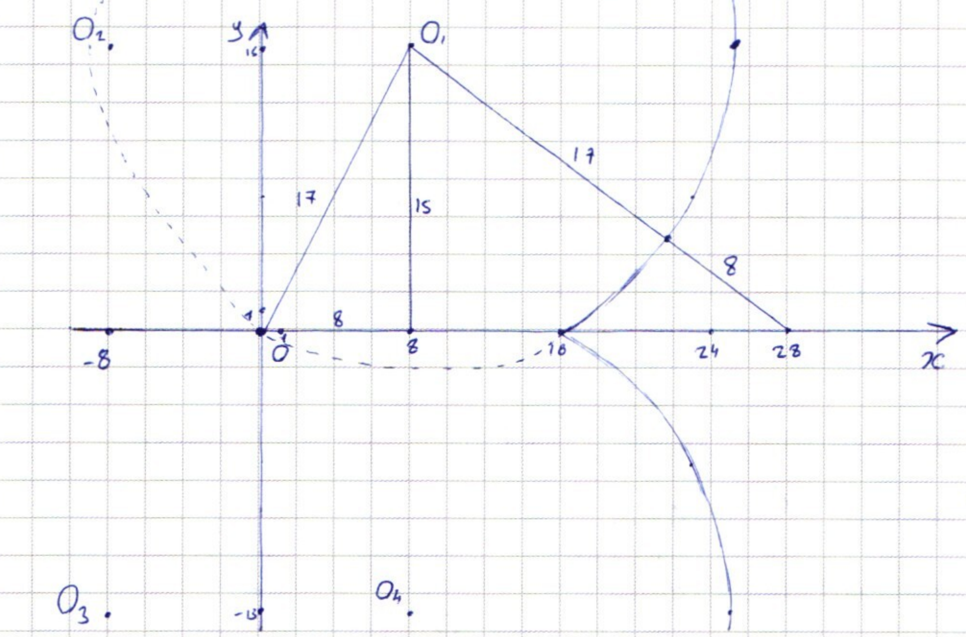
Заметим, что фигура симметрична относительно прямых $x=0$ и $y=0$.

Итак, решением системы являются такие a, при которых F_1 и F_2 имеют ровно две общих точки.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



• Одним из таких a является $a = 8$: точки $(0;0)$ и $(16;0)$

• Увеличивая a, будем сдвигать F_1 вправо, тем самым лишаясь точки $(0;0)$, но получая новую. Т.е. две общих точки при $a \in (8;24)$, далее - больше

• При $a = 24$ уже 3 общих точки, больше 24 – 4.

• Однако есть ещё одно подходящее значение a: при котором окружность с центром в O_1 и $r = 17$ и F_1 имеют одну общую точку (вторая – с окружностью O_4 из-за симметрии). Найдем это a по теореме Пифагора: $\sqrt{(17+8)^2 - 15^2} = a - 8$

$$a - 8 = 20$$

$$a = 28.$$

• При дальнейшем увеличении a кол-во пересечений F_1 и F_2 упадет до 0 и больше никогда не возрастет.

• Благодаря симметрии F_2 относительно прямой $x = 0$ добавим следующие значения a:

-8; $(-24;-8)$; -28.

Получим $a \in \{-8; 8; -28; 28\} \cup (-24;-8) \cup (8;24)$

~~$a \in [-8$~~ $a \in (-24;-8] \cup [8;24) \cup \{-28;28\}$.

Ответ: $(-24;-8] \cup [8;24) \cup \{-28;28\}$.

№5

Пусть r_2 – радиус окружности, по которой плавает пескарь, r_1 – карась

Найдем r_1 и r_2 по теореме Пифагора:

$r_1 = \sqrt{(1)^2+(2\sqrt{2})^2} = 3$,

$r_2 = \sqrt{(2)^2+(4\sqrt{2})^2} = 6$

Пусть ~~С~~ C_1 и C_2 – длины окружностей карася и пескаря соотв.

$C_1 = 2\pi r_1 = 6\pi$

$C_2 = 2\pi r_2 = 12\pi$

~~4~~ Пусть v_1 и v_2 – скорости карася и пескаря соотв., $v_2 = 1$, тогда $v_1 = \frac{5}{2}$.

Тогда $\dfrac{\frac{1}{C_1}\cdot v_1}{\frac{1}{C_2}\cdot v_2} = \frac{5}{1}$ – соотношение угловых скоростей карася и пескаря

Расстояние между рыбами наибольшее, когда $\angle ПОК = 180°$, где O – точка (0;0), П – точка местоположения пескаря, К – карася.

$П_0$ – точка изначального местоположения ~~карася~~ пескаря. ~~$П_0 \equiv M_0$~~ $П_0 \equiv N_0$

K_0 – карася. ~~$K_0 \equiv N_0$~~ $K_0 \equiv M_0$

соотв.

$П_0$ и K_0 лежат на одной прямой, т.к. их координаты образуют пропорцию.

Пусть α – ~~угловая скорость пескаря~~ $\alpha = \angle П_0ОП$, тогда из соотн. их угловых скоростей ~~угловая скорость карася~~ – 5α. $5\alpha = \angle K_0OK$

$\angle ПОК = 5\alpha - \alpha = 180°$ искомое значение.

Тогда $\alpha = 45°$.

Проверим: за время прохождения пескарем $\frac{1}{8}$ окружности карась пройдет $\frac{5}{8}$ – ровно на половину окружности больше. Значит $\angle ПОК = 180°$

Также подходят значения α, кратные $45°$, но не кратные $90°$, т.е. $135°$, $225°$, $315°$

Тогда искомые положения пескаря: ~~sin~~ $(\sin(45°-\arcsin\frac{1}{3});\ \cos(45°-\arcsin\frac{1}{3}))$,

$(-\sin(45°-\arcsin\frac{1}{3});\ -\cos(45°-\arcsin\frac{1}{3}))$,

$(\cos(45°-\arcsin\frac{1}{3});\ -\sin(45°-\arcsin\frac{1}{3}))$,

$(-\cos(45°-\arcsin\frac{1}{3});\ \sin(45°-\arcsin\frac{1}{3}))$.

$\sin(45°-\arcsin\frac{1}{3}) = \frac{4-\sqrt{2}}{6}$;

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1 • +
2 • +
3 • +
4
5
6
7 •

$x^3-10x^2+31x-28=0$

$\boxed{x=4;\ 3\pm\sqrt{2}}$

Корни II

I: $x\geq\approx 4{,}41$

Корни итог: $3+\sqrt{2}$

$P(x)$ $P(1)=1-10+31-28=-6$

$P(2)=8-40+62-28=-2$

$P(4)=64-160+124-28=0$?

$x^3-10x^2+31x-28=0 \mid x-4$

$x^3-4x^2 \qquad x^2-6x+7$

$-6x^2+31x$

$-6x^2+24x$

$7x-28$

$7x-28$

0

$27+18=45$

$x=\dfrac{6\pm\sqrt{6^2-28}}{2}=\dfrac{6\pm2\sqrt{2}}{2}=3\pm\sqrt{2}$

$(3-\sqrt{2})^3=3^3-3\cdot3^2\sqrt{2}+3\cdot3\sqrt{2}^2-\sqrt{2}^3=27-27\sqrt{2}+18-2\sqrt{2}$

$27+18-29\sqrt{2}$

$(3-\sqrt{2})^3=45-29\sqrt{2}$

$(3-\sqrt{2})^2=9-6\sqrt{2}+2=11-6\sqrt{2}$

$4{,}4\cdot4{,}4=19{,}36$

$19{,}36\cdot4{,}4=85{,}184$

$36-28=8$

$45+93=138$

$4{,}41^3$

$45+29\sqrt{2}$
$-110\mp60\sqrt{2}$
$+93+31\sqrt{2}$
-28
$0+0$

$141\cdot141=19881$

$19{,}4481\cdot4{,}41=85{,}766...$

$x^3+x-90\geq0$

1 3 5 9 10 18 30 90

$x(x^2+1)\geq90$

$1{,}4 \quad 2$

$14 \quad 200$

$141 \quad 20000$

№3

$\dfrac{45+29\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$

-90

$-42+27\sqrt{2}$

$27\cdot1{,}4=37{,}8$

$141\cdot27=3807$

$4{,}5\cdot4{,}5$

$19{,}4481\cdot4{,}1=79{,}74841$

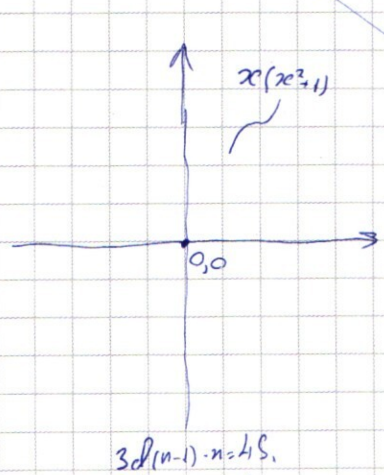
$4{,}41\cdot4{,}41=19{,}4481$

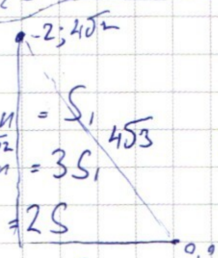
$20{,}25\cdot4{,}5=91{,}125$

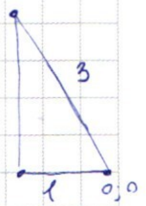
$45\cdot45=2025$

$4{,}5^2=20{,}25$

$4{,}5^3$







$2\sqrt{2}$

$S=\dfrac{a_1+a_n}{2}\cdot n$

$\dfrac{a_1+a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$

$\dfrac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n=S_1$

$\dfrac{2a_1+4d(n-1)}{2}\cdot n=S_2=3S_1$

$n\cdot a_1+\dfrac{d}{2}\cdot(n-1)\cdot n=S_1$

$n\cdot a_1+2d(n-1)\cdot n=3S_1$

$\dfrac{3}{2}d(n-1)\cdot n=2S$

$\dfrac{1}{2}d=\dfrac{2}{3}S$

$3d(n-1)\cdot n=4S_1$

$d(n-1)\cdot n=\dfrac{4}{3}\cdot S$

$n\cdot2a_1+d(n-1)\cdot n=2S_1$

$n\cdot2a_1+4d(n-1)\cdot n=6S_1$

$\dfrac{5}{3}S_1$ №2

$1{,}7\cdot4=6{,}8$

$\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2}$

$\sqrt{32+16}$

$\sqrt{48}$ $4\sqrt{3}$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

1. Упорядочим кубики по

$8\pi\sqrt{3}$ времени

$\frac{v}{t}=$

$v=\frac{s}{t}$

$v\cdot t=s$

$\frac{v}{t}=s$

$\frac{8\pi\sqrt{3}}{30\pi}=\frac{16\pi\sqrt{3}}{30\pi}=$

$\frac{\frac{5}{2}\cdot 8\pi\sqrt{3}}{6\pi}=\frac{20\pi\sqrt{3}}{6\pi}=\frac{10\sqrt{3}}{3}=$

$=\frac{10\sqrt{3}}{3}$

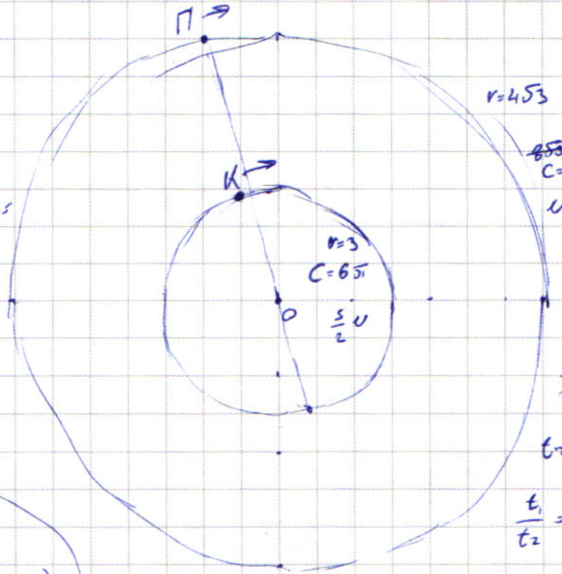
Комб на 90: 1

91: 90

92: $90+C_{90}^2$

93: $90+2\cdot C_{90}^2+C_{90}^3$

94: $90+3\cdot C_{90}^2+3C^3_{90}+C_{90}^4$



$\frac{C}{v}=t_1=\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$

$t_2=\frac{6\pi\cdot 2}{5}=\frac{12\pi}{5}$

$\frac{t_1}{t_2}=\frac{\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}}{\frac{12\pi}{5}}=\frac{40\pi\sqrt{3}}{12\pi}=$

$=\frac{10\sqrt{3}}{3}$

$V(90+i)=V(540-i)$ №1

$\times\begin{array}{r}21\\21\end{array}$

21

$\frac{21}{441}$

$[500;540]$

$[90;129]=[90;130)$

$129-90+1=40$

$540-500+1=41$

$21^2-15^2=16^2$

$-\begin{array}{r}441\\225\end{array}$

256

$(x-8)^2+y^2=8^2$

$(|x|-8)^2+(|y|-15)^2=17^2$

$(x-a)^2+y^2=8^2$

$(x-8)^2+(y-15)^2=13^2$

$a-8=16$

$a=24$ №7

$a=\pm 24$

$|x|^2-16|x|+64+|y|^2-30|y|+225$

$x_1\cdot 6+x_2\cdot 5+x_3$

80 по 6

10 по 5

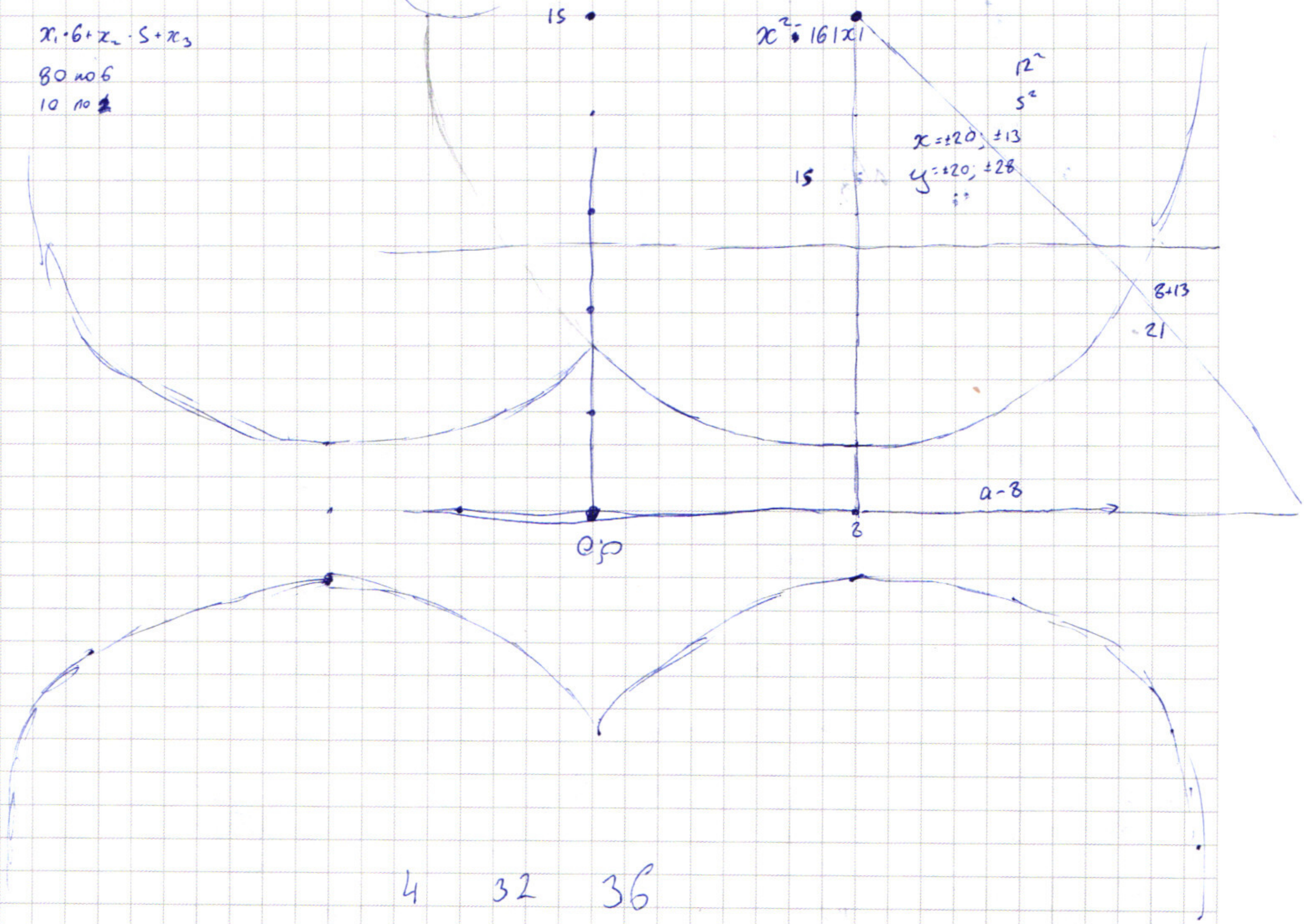
$x^2-16|x|$

12^2

5^2

$x=\pm 20;\ \pm 13$

$y=\pm 20;\ \pm 28$



4 32 36

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$5x^4+x^2+8x-6x^2|x+4|+16=0$

-29
29

$x\geq -4$:

$5x^4+x^2+8x-6x^3-24x^2+16=0$

$5x^4+25x^2$

$5x^4-6x^3-23x^2+8x+16=0$

~~$5x^4+6x^3+25x^2+8x+16=0$~~

$x\leq -4$

$5x^4+x^2+8x+6x^3+24x^2+16=0$

$5x^4+6x^3+25x^2+8x+16=0$

$P_1(1)=5-6-23+8+16=0$

-16
-4

$$\begin{array}{l|l} 5x^4-6x^3-23x^2+8x+16 & x-1 \\ 5x^4-5x^3 & 5x^3-x^2-24x-1 \\ \quad -x^3-23x^2 & \\ \quad -x^3+x^2 & \\ \qquad -24x^2+8x & \\ \qquad -24x^2+24x & \\ \qquad\quad -16x+16 & \end{array}$$

$P_1\left(-\frac{1}{5}\right)=-\frac{1}{25}-\frac{1}{25}+\frac{24}{5}-1$

$P_1\left(-\frac{1}{4}\right)$

$x(5x^2-x-24)=1$

$x\geq -4$

$-\frac{b}{2a}$ - центр вершина

$\frac{1}{10}$

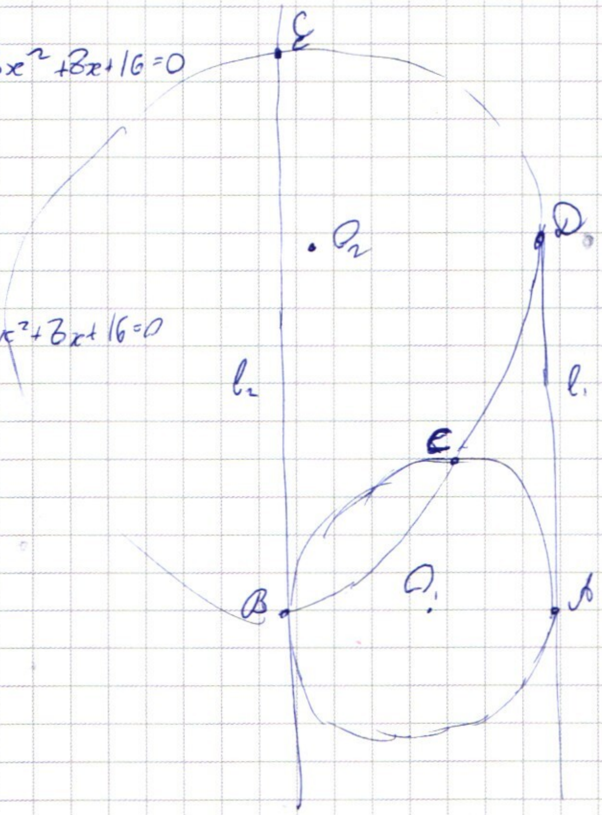
$\frac{5}{100}-\frac{10}{100}-24=0$

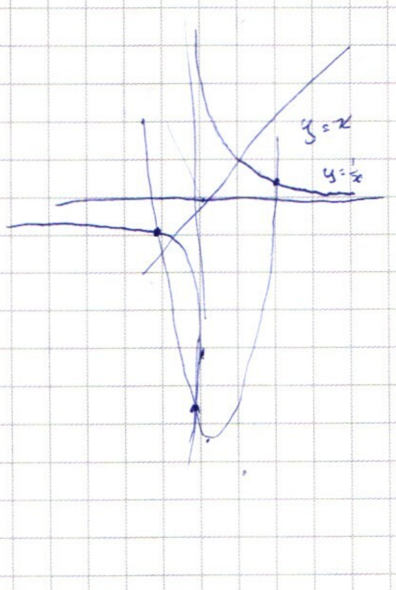
$-24,05$

$1\pm\sqrt{1+5\cdot4\cdot24}$

$5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot4$

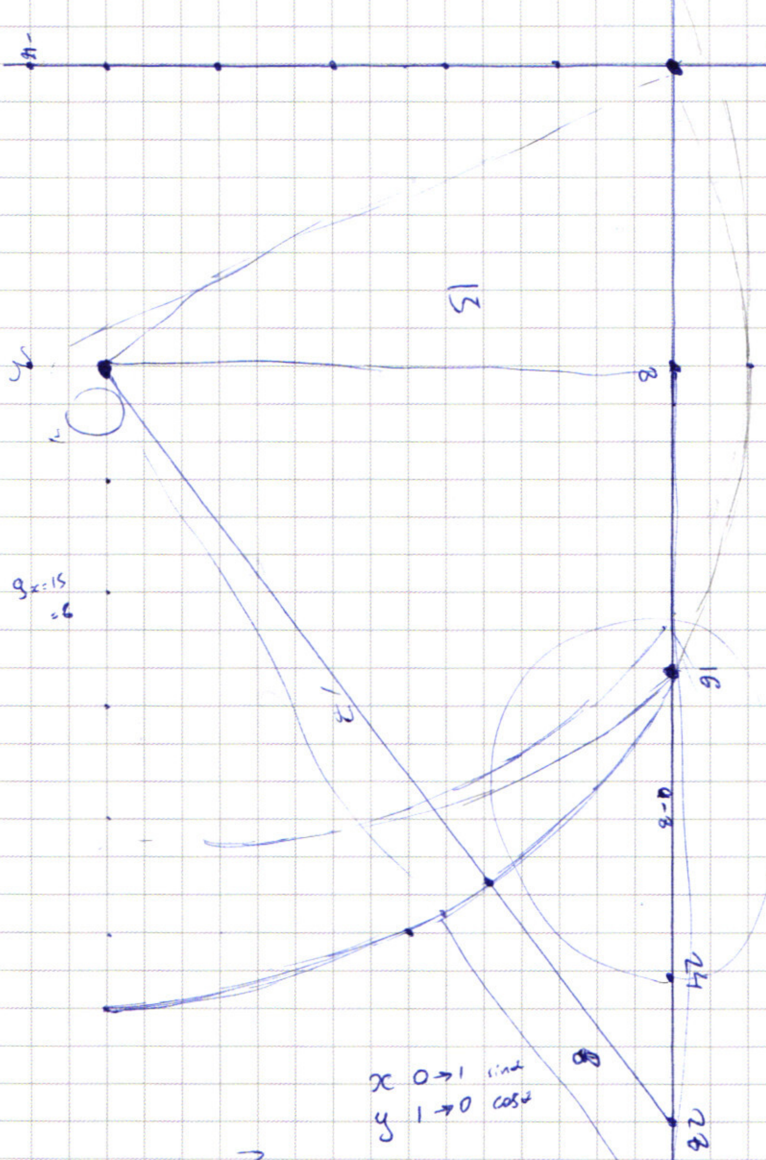
$15\cdot2^5$ $\frac{1\pm4\sqrt{30}}{10}$





☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$\cos(45^\circ - \text{arc}$

$\sqrt{\frac{18+2\sqrt{2}}{3}}$

$\sqrt{1-\sin}$

$1 - \frac{16-8\sqrt{2}+2}{36}$

$\frac{36-16+8\sqrt{2}-2}{36}$

$\sin(\arcsin\frac{1}{3})$

$\sin(45^\circ - \arcsin\frac{1}{3}) = \frac{2\sqrt{2}}{3} -$

$\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot 2}{2\cdot 3} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{3} = \frac{4-\sqrt{2}}{6}$

$v_П = 1$ Пескарь – 1 круг

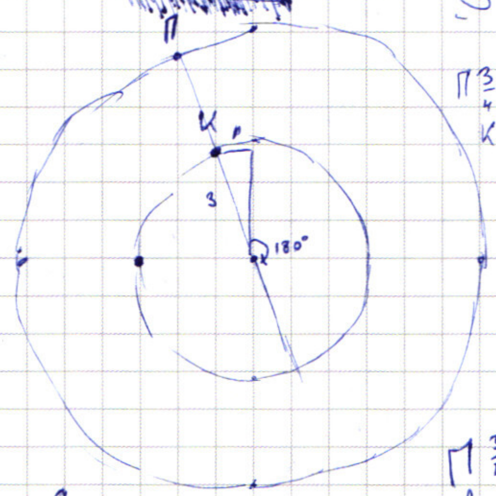
$v_К = \frac{5}{2}$ Карась 5 кругов

$C_П = 4 \cdot C_К$

П $\frac{1}{4}$ круга

К $2\frac{1}{2}$ круга

$\alpha = 0^\circ$



П $\frac{3}{4}$ К $7\frac{1}{2}$ круга

П $\frac{1}{8}$ К $= \frac{5}{16}$

П $\frac{3}{4}$ К

a

$5a$ $\alpha = 45^\circ$

x $0 \to 1$ $\sin\alpha$

y $1 \to 0$ $\cos\alpha$

$a \in [8;24) \cup (-24;-8] \cup \{-28;28\}$

$a \in (8;24) \cup (-24;-8) \cup \{\pm 8\} \cup \{\pm 28\}$

$a - 8 = 20$

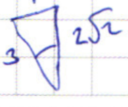
$8 + 18$

$\frac{1}{5}$ $\frac{5}{4}$

$\frac{3}{8}$ $\frac{15}{8}$ $1 + \frac{7}{8}$

$\frac{5}{8}$ $\frac{25}{8}$ $3\frac{1}{8}$

$\arcsin\frac{1}{3}$



☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)