МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2; -2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5; 5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Найдем единств. разложение 700 на множители:

$700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \Rightarrow$ возможные наборы цифр (нулей нет!) (иначе П = 0)

I. 1;1;1;1;4;5;5;7   II 1;1;1;2;2;5;5;7.

Найдем кол-во чисел при каждом наборе:

I: $N_1 = 8! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8 = 56\cdot30\cdot24 = 720\cdot56 = 40320$

II: $N_2 = 8! = 40320$

В итоге получаем $40320 + 40320 = 80640$ чисел.

Ответ: 80640.

№2.

Пусть q - знаменатель прогрессии. Тогда

$S = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$, где по условию $b_1 > 0$, $q > 0$, ~~q~~

~~Увеличивая члены прогрессии~~ Члены прогрессии с их номерами, кратными трем являются членами другой геометрической прогрессии, где $C_1 = b_3 = b_1 q^2$ - первый чл. $(C1)$, $p = q^3$ - знаменатель прогрессии.

Тогда изменяя (увеличивая), ~~чем~~ каждый член прогрессии в n раз, мы соотв. увеличиваем ее сумму в n раз, тогда изменение суммы эт чисел этой прогрессии равно изменению суммы исходной прогрессии. $S_{прогр}$ - сумма этой прогр.

Тогда:

$$\begin{cases} 9S = 49 S_{прогр} = 49\frac{b_1 q^2 (q^{3\cdot1000}-1)}{q^3-1} \\ S = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \frac{49 q^2 (q-1)}{q^3-1} = 9 \Rightarrow$ ~~49~~ т.к. все числа не равны, то $q \neq 1$ (тогда бы $S_1 = 3S$)

$\Rightarrow \frac{49 q^2}{q^2+q+1} = 9 \Rightarrow 40q^2 - 9q - 9 = 0 \Rightarrow$

$D_1 = 81 + 1440 = 1521$,

$q = \frac{9 \pm 39}{80} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} q = \frac{48}{80} = \frac{12}{20} = 0{,}6 \\ q = -\frac{3}{8} < 0 - ПК \end{array}\right.$

$\Rightarrow q = 0{,}6.$

Аналогично рассмотрим ~~второй~~ не прогрес. с четными номерами:

~~$S_{прогр}$~~ $S_{прогр2} = \frac{b_1 q (q^{3000}-1)}{q^2-1} \Rightarrow \Delta S_2 = (m-1)\frac{b_1 q (q^{3000}-1)}{q^2-1} = (m-1)S$ исходной; m - кол-во раз

$m - 1 = \frac{q(q-1)}{(q-1)(q+1)} = \frac{q}{q+1} \Rightarrow m = 1 + \frac{q}{q+1} = 1 + \frac{0{,}6}{1{,}6} = 1 + \frac{3}{8} = \frac{11}{8}$

Ответ: $\frac{11}{8}$

№3

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24 \;\Big|\cdot\sqrt{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow (x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt{2}(x+6)(x+4) \Rightarrow$

$(x+6)\left(\sqrt{x^3-4x+80}-(x+4)\right)=0$

1 случай: $\begin{cases} x+6=0 \\ x^3-4x+80>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-6 \\ -216+24+80=-216+104=-108>0 \end{cases} \Rightarrow$ ложь

ложь. не подходит.

2 случай: $\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt{2}(x+4) \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x\geq -4 \\ x^3-4x+80=2x^2+16x+32 \; (1) \end{cases} \Rightarrow$

(1): $x^3-2x^2-20x+48=0$

	1	-2	-20	48
4	1	2	-12	0

$\Rightarrow$

$(x-4)(x^2+2x-12)=0$

$x=4$ или $x^2+2x-12=0$

$D_1=\cancel{1+144=145}\; \cancel{1+48=49}\; 1+12=13$

$\left[\begin{array}{l} x=\cancel{-1+\sqrt{145}} \\ \cancel{x=-1-\sqrt{145}} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=-1+\sqrt{13} \\ x=-1-\sqrt{13} - \text{п.к} \end{array}\right.$

~~т.к $-1-\sqrt{145}$, $\sqrt{145}>12$, то $-1-\sqrt{145}<-13$, $\Rightarrow$ $-1-\sqrt{145}\geq -4$ ложь $\Rightarrow$ п.к.~~

$-1-\sqrt{13}<-4$

$3<\sqrt{13}$

$9<13$

$\Rightarrow$ п.к

Ответ: $4;\ \cancel{-1+\sqrt{145}}.\ -1+\sqrt{13}.$

№4.

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$

$2x^4+(x-2)^2-3x^2|x-2|\geq 0$

Пусть $a=x^2\geq 0;\ b=|x-2|\geq 0 \Rightarrow$

$2a^2-3ab+b^2\geq 0$

$\cancel{(a-b)(a-2b)\geq 0}$ $(b-a)(b-2a)\geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} b-a\geq 0 \\ b-2a\geq 0 \end{cases} \\ \{ \end{array}\right.$~~ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \\ \cancel{a=2b}\ 2a=b \\ \begin{cases} b-a>0 \\ b-2a>0 \end{cases} \\ \begin{cases} b-a<0 \\ b-2a<0 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \\ 2a=b \\ \cancel{b-2a>0} \\ b>2a \\ b<a \end{array}\right.$ (т.к $a,b>0$)

$\Rightarrow$ на стр. 3

$\square$ черновик $\quad\boxtimes$ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4 (продолж.)

$$\left[\begin{array}{ll} x^2 = |x-2| & (1) \\ 2x^2 = |x-2| & (2) \\ |x-2| > 2x^2 & (3) \\ |x-2| < x^2 & (4) \end{array}\right.$$

(1): $x^2 = |x-2| \Rightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 - x + 2 = 0 \Rightarrow \varnothing \\ x \geq 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 + x - 2 = 0 \\ x < 2 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right. \\ x < 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2. \end{array}\right.$$

(2) $2x^2 = |x-2| \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x^2 - x + 2 = 0 \Rightarrow \varnothing \\ x \geq 2 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x^2 + x - 2 = 0 \\ x < 2 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 + x - 2 = 0 \\ x < 2 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \\ x = \frac{-1-\sqrt{17}}{4} \end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ т.к. $4 < \sqrt{17} < 5$: $\frac{-1+\sqrt{17}}{4} > 0$, $\frac{-1+\sqrt{17}}{4} < 2$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \\ x = \frac{-1-\sqrt{17}}{4} \end{array}\right.$$

(3) $|x-2| > 2x^2 \Leftrightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x - 2 > 2x^2 \\ x \geq 2 \end{cases} \\ \begin{cases} \cancel{x-2 < 2x^2} \quad x - 2 > -2x^2 \\ x < 2 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x^2 - x + 2 < 0 \text{ - никогда} \\ x \geq 2 \end{cases} \\ \begin{cases} \cancel{2x^2 - x + 2 > 0 \text{ - всегда}} \\ \cancel{x < 2} \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x^2 + x - 2 > 0 \\ x < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in \left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{17}}{4}\right) \cup \left(\frac{-1+\sqrt{17}}{4}; +\infty\right) \\ x < 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in \left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{17}}{4}\right) \cup \left(\frac{-1+\sqrt{17}}{4}; 2\right]$$

(4): $|x-2| < x^2 \Rightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x - 2 < x^2 \\ x \geq 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x - 2 < -x^2 \\ x < 2 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 - x + 2 > 0 \text{ - всегда} \\ x \geq 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 + x - 2 < 0 \\ x < 2 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 2 \\ \begin{cases} x \in (-2; 1) \\ x < 2 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow x \in (-2; 1) \cup [2; +\infty).$$

Объединим решения:

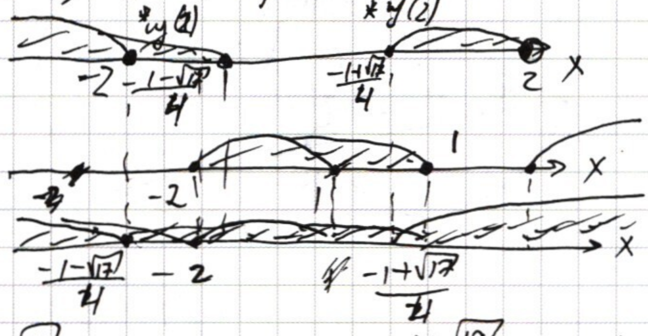
$-2 \lor \frac{-1-\sqrt{17}}{4}$ | $1 \lor \frac{-1+\sqrt{17}}{4}$

$-8 \lor -1-\sqrt{17}$ | $4 \lor -1+\sqrt{17}$

$-7 \lor -\sqrt{17}$ | $5 \lor \sqrt{17}$

$7 \lor \sqrt{17}$ | $25 > 17$

$49 \lor 17$ |



Ответ: ~~$x \in \left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{17}}{2}\right] \cup [-2; 1] \cup \left[\frac{-1+\sqrt{17}}{2}; +\infty\right)$.~~

$x \in \mathbb{R}$. $(x \in (-\infty; +\infty))$!

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№5.

~~Для~~ Найдем радиусы окружностей движения водомерки и жука $R_{вод}$ и $R_{жук}$ соответственно:

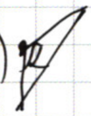
$R_{вод} = \sqrt{4+4\cdot 7} = 4\sqrt{2}$; $R_{жук} = \sqrt{25+25\cdot 7} = 10\sqrt{2}$.

Найдем первоначальное расстояние между жуками:

$L = \sqrt{7^2+(7\sqrt{7})^2} = \sqrt{49\cdot 8} = \cancel{7}\cdot 14\sqrt{2}$,

Получили треугольник с вершиной при наибольшем угле $(0,0)$: найдем этот угол из т. косинусов:

$\cos\alpha = \frac{32+200-392}{2\cdot 4\sqrt{2}\cdot 10\sqrt{2}} = \frac{-160}{160} = -1 \Rightarrow \alpha = 180° = \pi$

(0,0) 

Значит сначала водомерка и жук находились противоположно ~~отн~~ относит. начала координат.

~~При~~ Угол между насекомыми и осью Ox должен совпадать ~~при кратч~~ расстояния тогда. Пусть φ - угол поворота жука, w - его углов. скорость, тогда углов. скорость жука - $2w$,

$\begin{cases} 2wt = \varphi + \pi \\ wt = \varphi \end{cases} \Rightarrow 2\varphi = \varphi + \pi \Rightarrow \varphi = \pi$ - ~~они~~ ~~везде~~

первый раз кратчайшее расстояние будет в точке начала движения водомерки: $(-2; -2\sqrt{7})$

Следующий круг: $\begin{cases} wt = \varphi_1 \text{ - новый угол поворота} \\ 2wt = \varphi_1 + 2\pi \end{cases} \Rightarrow \varphi_1 = 2\pi$ - т.е. кратчайшее расстояние достигается только (опять) в положении $(-2; -2\sqrt{7})$

Ответ: $(-2; -2\sqrt{7})$.

№6. Дано:

а, б) $\omega_1(O_1; 5)$ б) $BC = 6$

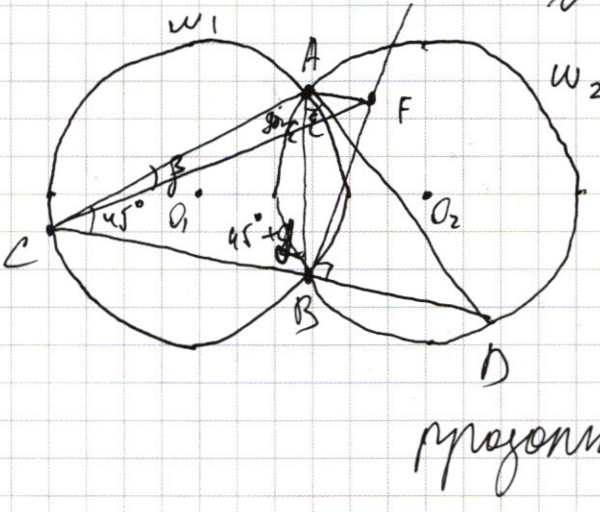
$\omega_2(O_2; 5)$ $BD = BF$

$\omega_1 \cap \omega_2 = A; B$.

$\angle CAD = 90°$ $B \in CD$

$BF \perp CD$ $(r = 5)$

CF - ?; S_{ACF} - ?



продолжение на стр №6.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6 (продолж.)

Т.к. $\triangle ACB$ и $\triangle ABD$ – ~~описанные вокруг~~ вписанные в окружности равных радиусов, то из т. синусов следствие: $AC = AD$, но $\triangle CAD$ – п/у ($\angle CAD = 90°$)

$\Rightarrow \angle ACD = \angle ADC = 45°$. Обозначим $\angle BAD$ за α, тогда

$\angle CAB = 90 - \alpha$, по следствию из т. синусов:

$BD = \cancel{2\cdot 5}\; 2\cdot r\cdot \sin\alpha = 10\sin\alpha$

$CB = 2\cdot r\cdot \sin(90-\alpha) = 10\cos\alpha$

Т.к по условию $BF = BD$, то $BF = BD = 10\sin\alpha$

~~BF~~ т.к $BF \perp BC$, то по т. Пиф-ра в п/у $\triangle BCF$: $CF = \sqrt{BC^2 + BF^2} = \sqrt{100\sin^2\alpha + 100\cos^2\alpha} =$

$= \sqrt{100(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)} = \sqrt{100} = 10.$

По т. синусов в $\triangle ABC$:

$$\frac{BC}{\cos\alpha} = \frac{AC}{\sin(45°+\alpha)} = \cancel{10}\; 2r \Rightarrow$$

$\cos\alpha = \frac{6}{10} = 0{,}6 \Rightarrow \sin\alpha = 0{,}8$

$\sin(45°+\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\alpha + \cos\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 1{,}4 = 0{,}7\sqrt{2}$

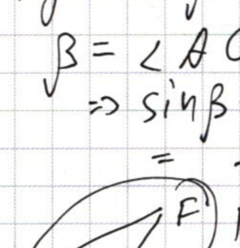
$AC = 10\cdot 0{,}7\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

Пусть $\beta = \angle ACF$, тогда $\cos\angle FCB = 0{,}6 \Rightarrow \sin\angle FCB = 0{,}8$.

$\beta = \angle ACB - \angle FCB \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\beta = \sin\angle ACB \cos\angle FCB - \cos\angle ACB \sin\angle FCB =$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 0{,}6 - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 0{,}8 = -0{,}1\sqrt{2} \Rightarrow$ расположение точек иное:



$\Rightarrow \sin\beta = \angle FCB - \angle ACB = \frac{\sqrt{2}}{2}(0{,}8 - 0{,}6) = 0{,}1\sqrt{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ACF} = \frac{1}{2} AC\cdot CF\cdot \sin\beta = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 7\sqrt{2}\cdot 0{,}1\sqrt{2} =$

$= 5\cdot 7\cdot 2\cdot 0{,}1 = 14\cdot 5\cdot 0{,}1 = 70\cdot 0{,}1 = 7$

Ответ: ~~$S_{ACF} = 7$~~ а) $CF = 10$ б) $S_{ACF} = 7$.

№7:

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 & (1) \\ ((|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Уравнение 2 - уравнение ~~четверти~~ части окружности с центром (8;6), находящейся в 1-й координатной четверти. (радиус - a) $a \geq 0$, т.к ~~$a \neq$~~ "радиус" является квадр.

Для начала рассмотрим варианты:

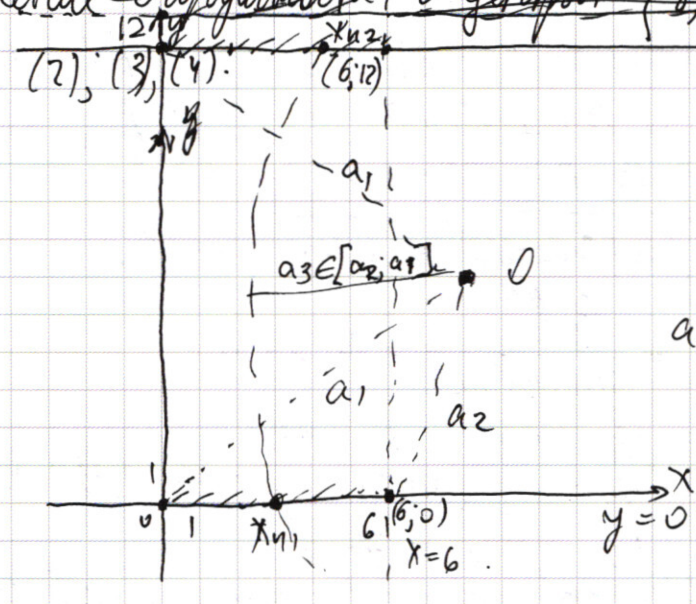
1) $\begin{cases} y-6-x-y+6-x=12 \\ 6+x<y<6-x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-6 \\ 0<y<12 \end{cases}$, понимаем, что решений здесь нет.

2) $\begin{cases} -y+6+x+y+6-x=12 \\ y<6+x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ 0<6+x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ x \leq 6 \\ x>-6 \end{cases}$ (3) - можно сказать, что $x \geq 0$ ~~тоже~~

3) $\begin{cases} y-6-x+y-6+x=12 \\ y>6+x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=12 \\ x<6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=12 \\ 0 \leq x \leq 6. \end{cases}$ (4)

~~(2) - уравнение части окружности с центром (8;6)~~ y=12

Построим (2), (3), (4).



y=12

$a_1 = \sqrt{8^2+6^2} = 10$

$a_2 = \sqrt{6^2+2^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

Т.к расстояния от O до y=12 и y=0 равны, то при пересечении окружностью 1-й прямой пересекается и вторая. Возможны случаи, когда решений: 0; 2; ~~3~~; 4.

~~Решений нет при $0 \leq a < 6$ ... при $a > 10$~~

~~Два решения, когда окружность пересекает каждую прямую~~

1 раз ~~в I к.ч и во II к.ч:~~ $a > 10$ ~~$a_1 = 10$~~ (см рис.)

~~4 решения, когда~~

Решений нет при $0 \leq a < 6$ и $a > 10$ (т.к пересекает там, где $x \notin [0;6]$)

Два решения, когда ~~$a \in$~~ $a \in [a_1; a_2]$, т.е $a \in [2\sqrt{10}; 10]$

Ответ: $a \in [2\sqrt{10}; 10]$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 5. $4\sqrt{2}$

$4+28=32$

$4\sqrt{2}$

$25\cdot 7 + 25 \cdot 1 = 25\cdot 8 \Rightarrow R = 10\sqrt{2}$

64 36

$8\sqrt{2}$ $3\sqrt{2}$

$6\sqrt{2}$ $9\cdot 2+2$ $10\cdot 2$

8 6

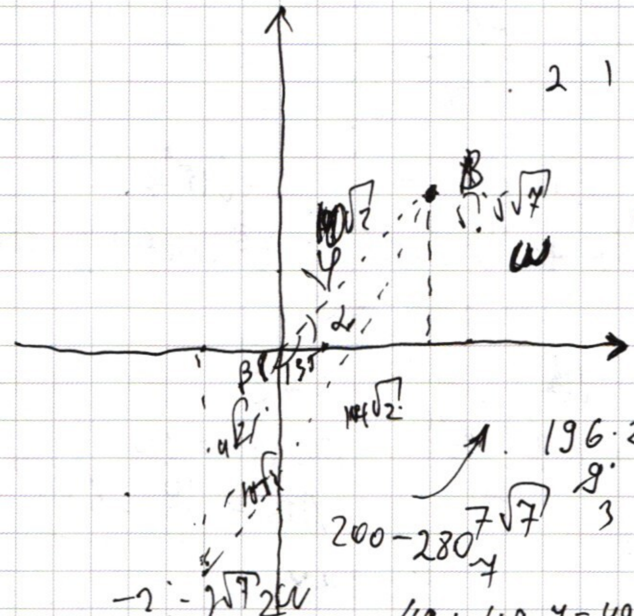
200

8

64 136

68

39



$196\cdot 2$

$200-280\frac{7\sqrt{7}}{7}$

$49+49\cdot 7=49\cdot 8=$

$$\frac{32+200-312}{2\cdot 4\sqrt{2}\cdot 10\sqrt{2}} = \frac{-80}{80\cdot 2} \qquad \frac{7\cdot 2}{14\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

135°

$$\frac{5\sqrt{7}}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$$

$\varphi = \omega t$

$\cos = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$\frac{3\pi}{4}$ ~~135~~ $\varphi + \frac{3\pi}{4} = 2\omega t$

$\varphi = \frac{3\pi}{4}$

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

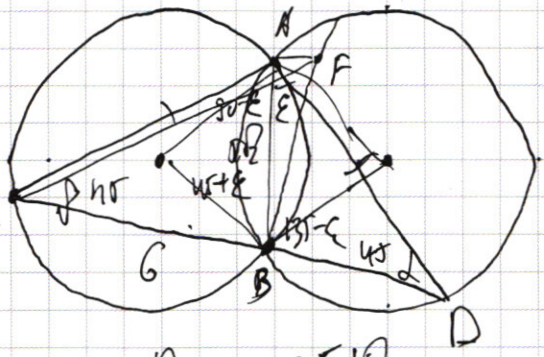
$$\cos\left(\alpha + \frac{3\pi}{4}\right) = \cos\alpha$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4}\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \sin \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{-2}{8} - \frac{\sqrt{14}}{4\sqrt{2}} =$$

$$= -\frac{1}{4} - \frac{2\sqrt{7}}{8} = \frac{-1-\sqrt{7}}{4}.$$

cos 1



$\frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{AB}{\sin\beta} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\alpha = \sin\beta$

$\frac{AD}{\sin(135^\circ - \varepsilon)} = 2a =$

$\frac{BD}{\sin\varepsilon} = \cancel{25}\,10$

$\sin(135^\circ - \varepsilon) = \sin(45^\circ + \varepsilon)$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cancel{\cos\varepsilon} + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varepsilon + \cancel{\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varepsilon}$

$\cancel{\sqrt{2}\sin\varepsilon = 0}$

$BD = 10\sin\varepsilon$

$BC = 10\cos\varepsilon$

$y > 6 + x$

$y < 6 - x$

$AB = \frac{5}{\ }$ $5\sqrt{2}$

$100 + 100 = 200$

$\cancel{x = -6}$

$y > 6$ $y = 12$ $y \geq 0$ $y \in [0; 12]$ $\frac{AB}{s1}$

$AB\sqrt{2} = 10$

$AB = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$

$x < 6$ $\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12 \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$

$y > 6 + x$

$y > 6 - x$

$2y - 12 = 12$

$y = 12$

$-2x = 12$

$\cancel{x = -6}$

$6 - x < y < 6 + x$

$\cancel{12 < y < 0}$

$6 + x$ $6 - x$

$y > 6 + x$ $y = 12$ 12

$12 > 6 + x$ $x > 18$

$x < 6$

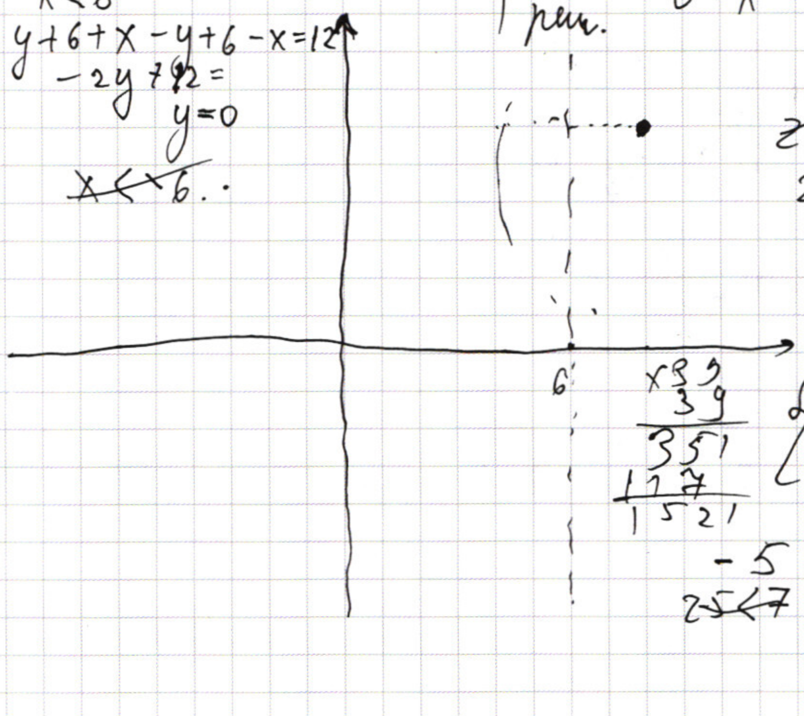
$-y + 6 + x - y + 6 - x = 12$

$-2y + 12 =$

$y = 0$

$\cancel{x < 6}$

1 реш.



$\cancel{2a^2}$

$2a^2 - 3ab + b^2 \geq 0.$

$(b - a)(b - 2a) \geq 0$

$(|x - 2| - x^2)(|x - 2| - 2x^2) \geq 0$

$\begin{cases} |x - 2| - x^2 > 0 \\ |x - 2| - 2x^2 < 0 \end{cases}$

$x^2 < |x - 2| < 2x^2$

$\times 39$
39
351
117
1521

-5

$25 < 7$

$9 <$

$\cancel{x > 2}$

$\cancel{0 < 2 < 0}x$

$6{,}25$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

700 | 2
350 | 2
175 | 5
35 | 5
7 | 7

700 0 нет!

2 2 5 5 7 1 1 1

$8! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8$ (24 30 56)

8 зн.

6 720

2 2 5 5 7

4 720 (56)
112
392
40320.

1 2 3 4 5
6 7 8 9 10

4 5 5 7 1 1 1 1

8!

80640.

1 2 3
3 6 9 12 15
18 21 24 27 30
13 39 10
~~31 32 33~~
33 36 39 49
42 45 48
51 54 57 60

$q>0$
$b_1>0$

S

№2.

$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = S$ $\quad q^3$

$\frac{b_3(q^{3\cdot(999)}-1)}{q-1} = 10S$

$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = S$

$b_3 \quad b_6 \quad b_9 \ldots$

49 $b_6 = b_3 q^3$

3 6 9

3900

50.

1521 | 3
507 | 3
169 | 13

$\frac{b_3(q^{3\cdot1000}-1)}{q^3-1} = 9S$

$\frac{q^3-1}{q^2(q-1)} = 9$

$\cancel{\frac{q^3-1}{q-1}} =$

$b_3 = b_1q^2$

$\frac{q^2+q+1}{q^2} = 9$

$8q^2-q-1=0$

$b_1 =$ $1+8=9$

$q = \frac{1\pm3}{16} = \left[\frac{1}{4}; -\frac{1}{8}\right.$

$b_2 = b_1 q$

$q = \frac{1}{4}.$

$8\ \frac{b_2(q^{3000}-1)}{q^2-1} = \cancel{18}\ S(m-1)$

$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = S$

$\frac{b_1q(q^{3000}-1)}{q^2-1} = (m-1)S$

$49\ \frac{b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} = \cancel{98}\ 9S$ $\quad x+$

160 · 9 = 1440

81 + 1440 = 1521 (39)

$\frac{49b_1q^2(q-1)}{q^3-1} = 9$

$\frac{49q^2}{q^2+q+1} = 9 \Rightarrow q = 0{,}6$

$40q^2-9q-9=0$

$\frac{9\pm39}{80} = \frac{48}{80} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ $\quad -\frac{3}{8}$

$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = S$

$\frac{q}{q+1} = m-1$

$\frac{b_1q(q^{3000}-1)(q^2-1)}{(q^2-1)(q^{3000}-1)}$ b_1 b_2

$\frac{0{,}6}{1{,}6} = m-1$

$\frac{6}{16}+1 =$

$\frac{22}{16} = \frac{11}{8}.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$

$(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt{2}(x^2+10x+24)$

$(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt{2}(x+6)(x+4)$

$\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt{2}(x+4)$ ≥ -4

$x^3-4x+80=2(x^2+8x+16)$

$x^3-2x^2-20x+48=0$

$25-24=1$; -5 ± 1; -6 -4; $x=-6$.

$-216+24+80<0$

$(x+4)(x^2-4x+16)$

$x^3-4x+80=2x^2+16x+32$

$x^3-2x^2-20x+48=0$

$2x^2+20x-48$

$512-128-180+48$

$216-72-120+48$

$(x+2)(x^2-2x+4)-2(x^2+10x+20)$

$(x^3+8)(x^2-8x+64)-2(x^2+10x+8)=0$

	1	-2	-20	48
4	1	2	-12	

$x^2+2x-12=0$

$x\geq 2$

№6.

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq0$

$2x^4+(x-2)^2-3x^2|x-2|\geq0$

$x^2=a$; $|x-2|=b$

$2a^2+b^2-3ab\geq0$

$(b-a)(b-2a)\geq0$

$a=b$ $b=2a$

$b>a$; $b>2a$

$b<a$. $b<2a$

$b^2-3ab+2a^2=0$

$9a^2-8a^2=a^2$

$b=\frac{3a\pm a}{2}=\left[\begin{array}{l}a\\2a\end{array}\right.$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)