МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра(
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3-64x+200}=x^2+6x-40$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0\left(-1;2\sqrt{2}\right)$ и $N_0\left(2;-4\sqrt{2}\right)$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD=90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF=BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF. б) Пусть дополнительно известно, что $BC=10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}|y+x+8|+|y-x+8|=16,\\ (|x|-15)^2+(|y|-8)^2=a\end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Цифры в записи восьмизначного числа – однозначные делители 4900. Найдём все таковые. Ими обязательно будут являться однозначные простые делители 4900.

$$\begin{array}{r|l} 4900 & 5 \\ & 2 \\ 490 & 5 \\ & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$2 \times 2 = 4$ – Также однозначный делитель 4900

По отношению к произведению нейтральное число – "1". Ей будем заполнять оставшиеся позиции в восьмизначном числе.

Итого: искомое количество N – количество различных перестановок из 2 наборов:

(1) $\{1;1;2;2;5;5;7;7\}$

(2) $\{1;1;1;4;5;5;7;7\}$

Кол-во всех перестановок 1-го набора $8!$, но т.к. 4 числа встречаются в нём 2 раза кол-во различных перестановок $\frac{8!}{4\cdot 2!} = 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 3 = 5040$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times\ 3 \\ \hline 15 \\ \times\ 6 \\ \hline 90 \\ \times\ 7 \\ \hline 630 \\ \times\ 8 \\ \hline 5040 \end{array}$$

Для второго набора соответственно $\frac{8!}{3!\cdot 2\cdot 2!}$ т.к. "1" встречается 3 раза, "5" и "7" – по 2 раза

В итоге $\frac{8!}{3!\cdot 2\cdot 2!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot \cancel{4}\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{1}}{\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot \cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot \cancel{1}} = 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5 = \frac{5040}{3} = 1680$

В сумме $N = 5040 + 1680 = 6720$

Ответ: $N = 6720$

№2

b_1 – первый член геометрической прогрессии

q – множитель

тогда ~~вод~~ общая сумма $\Sigma_{общ} = b_1 \cdot \frac{q^{3000}-1}{q-1}$

Разобьём эту сумму на 3.

В первую ~~воде~~ войдут члены с номерами $i \underset{3}{\equiv} 1$

Во вторую – члены с номерами $j \underset{3}{\equiv} 2$

И в третью – с номерами $k \underset{3}{\equiv} 0$

Заметим что множитель в этих ~~разбиен~~ подсуммах

$q' = q^3$ т.к. $b_6 = q b_5 = q^2 b_4 = q^3 b_3$ (для остальных аналогично)

$\Sigma_1 = b_1 \cdot \frac{(q^3)^{1000}-1}{q^3-1} = b_1 \frac{q^{3000}-1}{q^3-1}$

$\Sigma_2 = b_2 \cdot \frac{q^{3000}-1}{q^3-1} = b_1 \cdot q \cdot \frac{q^{3000}-1}{q^3-1}$

$\Sigma_3 = b_3 \cdot \frac{q^{3000}-1}{q^3-1} = b_1 \cdot q^2 \cdot \frac{q^{3000}-1}{q^3-1}$

$\Sigma_3 = q\Sigma_2 = q^2\Sigma_1$ $\Sigma_{общ} = \Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3$

По условию

$\Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3 \cdot 40 = 5\Sigma_{общ} = 5(\Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3)$

$35\Sigma_3 = 4\Sigma_1 + 4\Sigma_2$

выразим всё через Σ_1

$35q^2\Sigma_1 = 4\Sigma_1 + 4q\Sigma_1$ т.к. все члены >0 $\Sigma_1 > 0$

$35q^2 - 4q - 4 = 0$

$\frac{D}{4} = 4 + 140 = 144 = 12^2$

$q = \frac{2+12}{35} = \frac{14}{35} = \frac{2}{5}$ $q<0$ не подходит т.к. все члены >0,

а при $q<0$, если $b_i > 0$, то $b_{i+1} < 0$

Заметим, что если $\Sigma_ч$ – сумма чётных, а $\Sigma_н$ – сумма нечётных (по номерам), то $\Sigma_ч = q\Sigma_н$, т.к. начинается с нечет номера "1" заканчивается четн "3000" т.е. кол-во одинаково, а для каждого b_{2i} верно $b_{2i} = b_{(2i-1)} \cdot q$, $i \in N \cap [1; 1500]$.

$\Sigma_{общ} = \Sigma_ч + \Sigma_н = 3{,}5\,\Sigma_ч$

$\Sigma_н = \Sigma_ч / q = 2{,}5\,\Sigma_ч$

Увеличим все элементы на чётных местах в 3 раза

$\Sigma' = 3\Sigma_ч + \Sigma_н = 5{,}5\,\Sigma_ч$

$$\frac{\Sigma'}{\Sigma_{общ}} = \cancel{\frac{36}{58}} = \cancel{\frac{7}{11}} = \frac{55}{35} = \frac{11}{7}$$

Ответ: общая сумма увеличится в $\frac{11}{7}$ раз.

№4

$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$

$x \geq -2$

$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$

$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$

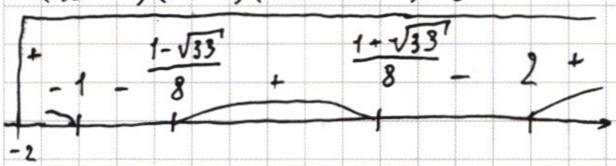
Схема Горнера

	4	−5	−9	+4	+4
2	4	3	−3	−2	0
−1	4	−1	−2	0	

$(x-2)(x+1)(4x^2 - x - 2) \geq 0$

$D = 1 + 32 = 33$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$



$x \in [-2; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$

$x < -2$

$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$ $\quad$ $4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Разложим на произведение квадратных ~~ур~~ ~~двучленов~~ многочленов

$(ax^2+bx+c)(dx^2+fx+g) = adx^4+(af+bd)x^3+(ag+dc+bf)x^2+(bg+fc)x+cg$

$$\begin{cases} ad = 4 & (1) \\ af+bd=5 & (2) \\ ag+dc+bf=11 & (3) \\ bg+fc=4 & (4) \\ cg=4 & (5) \end{cases}$$

найдём какое-нибудь решение. Пусть $a=1$, тогда

$d=4$ (1) $f=b=1$ (2)

Подставим в (3) и (5) и (4)

$$\begin{cases} g+4c+1=11 \\ cg=4 \\ g+c=4 \end{cases}$$

решением является $c=g=2$

~~Ур~~ неравенство примет вид

$(x^2+x+2)(4x^2+x+2) \geq 0$

$4\sqrt{2} \mp 2$

$D_1 = 1-8<0 \qquad D_2 = 1-64<0$

значит выражение всегда ≥ 0

$x \in (-\infty; -2)$

Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$

№5

карась $-M_0(-1; 2\sqrt{2})$ пескарь $-N_0(2; -4\sqrt{2})$

Посчитаем квадраты радиусов соотв окружностей

$r_m^2 = (-1)^2+(2\sqrt{2})^2 = 1+8=9=3^2 \qquad r_n^2 = 2^2+(-4\sqrt{2})^2 = 4+32=36=6^2$

Ведём вектора $\vec{m} = \overrightarrow{OM_0} \qquad \vec{n} = \overrightarrow{ON_0}$

Посчитаем $\cos\alpha = \frac{(\vec{m}\times\vec{n})}{|m||n|} = \frac{-2-16}{r_m \cdot r_n} = \frac{-18}{18} = -1 \qquad \alpha = \pi$

Известно: $\vartheta_k = 2{,}5\vartheta_n$

Переведём в угловые $\omega_k = \frac{\vartheta_k}{r_m} \qquad \omega_n = \frac{\vartheta_n}{r_n} \qquad r_n = 2r_m$

$\omega_k = 5\omega_n$

Относительная угловая скорость $\omega_0 = 4\omega_n$

~~т.е. За время Пока карась проплывёт~~ 4 ~~круга~~
~~он~~ 3 ~~раза окажется на одном радиусе с пескарём~~ $(\alpha=0)$

☐ черновик ☑ чистовик Страница №4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

и 3 раза на одном диаметре но не радиусе ($\alpha = 180°$)

Т.к. скорости постоянны, логично что ~~соответствующие~~ соответствующие 3 точки равноудалены друг от друга

В начальный момент $\alpha = \pi$ (рыбы в противостоянии).

Необходимо карасю проплыть ещё пол круга до пескаря $t = \frac{\pi}{\omega_0}$ за это время он проплывёт $t\omega_к = \frac{\pi}{3\omega_к} \cdot 4\omega_п = \frac{4}{3}\pi$ в точку M_1

До след встречи надо проплыть 2π с ω_0. Соответственно он проплывёт $\frac{8\pi}{3}$ (в M_2) Потом еще $\frac{8\pi}{3}$ (в M_3) а потом ещё $\frac{8\pi}{3}$ и вернётся в ~~[illegible]~~ точку M_1 т.к. $3 \cdot \frac{8\pi}{3} \underset{2\pi}{\equiv} 0$ посчитаем координаты этих точек. Обозначим такие точки M_1; M_2; M_3 и введём вектора $\vec{m}_1 = \overrightarrow{OM_1}$ $\vec{m}_2 = \overrightarrow{OM_2}$ $m_3 = \overrightarrow{OM_3}$

$\frac{(\vec{m} \times \vec{m}_1)}{|m||m_1|} = \cos\frac{4}{3}\pi = -\frac{1}{2}$ $|m| = |m_1| = |m_2| = |m_3| = r_m$

$-1x_1 + 2\sqrt{2}y_1 = -\frac{1}{2}r_m^2$

$x_1^2 + y_1^2 = r_m^2 =$

$\times\begin{array}{r} 63 \\ 18 \\ \hline 504 \\ 63 \\ \hline 1134 \end{array}$

- ~~Пескарю до~~

Карасю до Пескаря $\alpha = \pi$. Время за которое он догонит $t = \frac{\pi}{\omega_0}$. За это время он проплывёт $\frac{\omega_к \pi}{\omega_0} = \frac{5\pi}{4}$. Пусть это точка M_1 $(x_1; y_1)$ введём $\vec{m}_1 = \overrightarrow{OM_1}$ $|m_1| = |m| = r_m$

$\frac{(\vec{m} \times \vec{m}_1)}{|m||m_1|} = \cos\frac{5\pi}{4}$

$-1x_1 + 2\sqrt{2}y_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot r_m^2 = \frac{9}{\sqrt{2}}$

$\begin{cases} -\sqrt{2}x_1 + 4y_1 = 9 \\ x_1^2 + y_1^2 = 9 \end{cases}$ $x_1 = -\frac{9-4y_1}{\sqrt{2}}$ ~~$\neq \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - 9$~~

$81 - 72y_1 + 16y^2 + 2y^2 = 18$

$18y^2 - 72y_1 + 63 = 0$

$\times\begin{array}{r} 36 \\ 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$

$\frac{D}{4} = 1296 - 1134 = 162 = (9\sqrt{2})^2$

~~$M_1 (9 - \frac{9}{\sqrt{2}}$~~

$y_1 = \cancel{\frac{36 \pm 9\sqrt{2}}{18}} = \cancel{\frac{4 \pm \sqrt{2}}{2}}$

До следующей встречи ему надо обогнать пескаря на 2π

т.е. он проплывёт $\frac{2\pi \omega_k}{\omega_0}$. ~~Заметим~~ т.е. $\frac{10\pi}{4} = \frac{5\pi}{2}$. Таких точек

будет всего 4 т.к. $4 \cdot \frac{5\pi}{2} = 10\pi \underset{2\pi}{\equiv} 0$. Остальные будут ~~про~~ находиться в тех-же местах

~~5/7~~

~~Посчитаем угол между $\vec{m}$ и $\vec{ox}$ (для примера координата (1;0))~~

~~Найдём угол между $\vec{m}$ и отрицательной осью ox~~

5 7

Разберёмся с первым ур-ем

$|y + x + 8| + |y - x + 8| = 16$

$\begin{cases} x + y \geq -8 \\ y - x \geq -8 \end{cases}$

$y + \cancel{x} + 8 + y - \cancel{x} + 8 = 16$

$2y = 0 \quad y = 0$

$x \geq -8 \quad x \leq 8$

$x \in [-8; 8]$ $y = 0$

$\begin{cases} x + y \leq -8 \\ y - x \leq -8 \end{cases}$

$y + x + 8 + y - x + 8 = -16$

$2y = -32 \quad y = -16$

$x \leq 8 \quad -x \leq 8 \Rightarrow x \geq -8$

$x \in [-8; 8]$ $y = -16$

$\begin{cases} x + y \geq -8 \\ y - x \leq -8 \end{cases}$

$y + x + 8 + x - y - 8 = 16$

$2x = 16 \quad x = 8$

$y \geq -16 \quad y \leq 0$

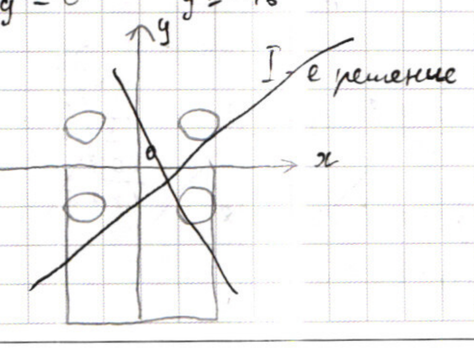
$y \in [-16; 0]$ $x = 8$

$\begin{cases} x + y \leq -8 \\ y - x \geq -8 \end{cases}$

$y + x + 8 + x - y - 8 = -16$

$2x = -16 \quad x = -8$

$y \leq 0 \quad y \geq -16$

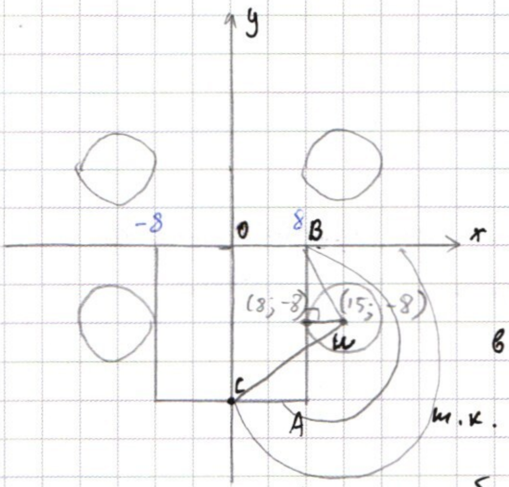


т.е имеем квадрат со стороной 16

второе ур-е - это окружность с центром $O(15; 8)$ и радиусом $\sqrt{a}$ отражённая относительно осей координат из I четверти во все

т.к. решения 2, а оба уравнения симметричны относительно Oy то решения - это касания окружностями квадрата и наоборот.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Пользуясь тем, что мы ~~схематично изобразим~~ посчитали границы квадрата схематично изобразим решения и посчитаем радиусы

в 1-ом случае касание стенки квадрата т.к. $AB \perp OX$ то касание произойдёт в точке с абсциссой ± 8 (координата стенки) и ординатой равной ординате центра окружности. $r = 15 - 8 = 7$

$a = r^2 = 49$

При уменьшении пересечений не будет. При увеличении их будет 1 до момента когда r превысит WB тогда опять будет ~~одно пересечение~~ 2 пересечения до момента $r > WC$ тогда пересечений не будет

$B(8;0)$ $|WB|^2 = 7^2 + 8^2 = 115$

$C(0;-16)$ $|WC|^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$

Ответ: $a \in \{49\} \cup (115; 289)$

§5

Последовательно обозначим места встречи и введём соотв вектора точки: M_1 M_2 M_3 M_4. вектора $\bar{m}_1$ $\bar{m}_2$ $\bar{m}_3$ $\bar{m}_4$

$M_1(x_1; y_1)$

$$(\bar{m} \times \bar{m}_1) = |m||m_1| \cos\frac{5\pi}{4} = |m||m_1| \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$-x_1 + 2\sqrt{2}\, y_1 = 3^2 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\begin{cases} \sqrt{2}\,x_1 - 4y_1 = 9 \\ x_1^2 + y_1^2 = 9 \end{cases} \qquad x_1 = \frac{9+4y_1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 36 \\ 36 \\ \hline 216 \\ 108\ \ \\ \hline 1296 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 63 \\ 18 \\ \hline 504 \\ 63\ \ \\ \hline 1134 \end{array}$$

$$\left(\frac{9+4y_1}{\sqrt{2}}\right)^2 + y_1^2 = 9 \qquad 81 + 72y_1 + 16y_1^2 + 2y_1^2 = 18$$

$$18y_1^2 + 72y + 63 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1296 - 1134 = 162 = (9\sqrt{2})^2$$

$$y_1 = \frac{-36 \pm 9\sqrt{2}}{18} = \frac{-4 \pm \sqrt{2}}{2}$$

т.к. мы движемся по часовой стрелке на $\frac{3\pi}{2} > \alpha > \pi$ из положения II четверти

$$y_1 = \frac{-4-\sqrt{2}}{2}$$

$$x_1 = \frac{9-8-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-4}{2}$$

$$M_1\left(\frac{\sqrt{2}-4}{2};\ -\frac{4+\sqrt{2}}{2}\right)$$

До след точки $\cancel{\frac{8\pi}{3} \underset{2\pi}{\equiv} \frac{2\pi}{3}}$ $\cancel{M_2(x_2; y_2)}$ $\frac{5\pi}{2} \underset{2\pi}{\equiv} \frac{\pi}{2}$ $M_2(x_2; y_2)$

$\cancel{(\overline{m}_1 \times \overline{m}_2) = |m_1||m_2| \cos\frac{2\pi}{3}}$

$\cancel{(\overline{m}_1 \times \overline{m}_2) = |m_1||m_2| \cos\frac{\pi}{2}}$

$\cancel{\frac{\sqrt{2}-4}{2}x_2 - \frac{\sqrt{2}+4}{2}y_2 =}$ т.е. далее мы поворачиваем на прямой угол относительно точки (0; 0) для этого можно использовать преобразование

Пусть есть точка $A(x; y)$, тогда если её повернуть на 90° по часовой стрелке получим $A'(y; -x)$

Отсюда:

$$M_2\left(-\frac{4+\sqrt{2}}{2};\ \frac{4-\sqrt{2}}{2}\right) \quad M_3\left(\frac{4-\sqrt{2}}{2};\ \frac{4+\sqrt{2}}{2}\right) \quad M_4\left(\frac{4+\sqrt{2}}{2};\ \frac{\sqrt{2}-4}{2}\right)$$

Ответ: $M_1\left(\frac{\sqrt{2}-4}{2};\ -\frac{4+\sqrt{2}}{2}\right)$

$M_2\left(-\frac{4+\sqrt{2}}{2};\ \frac{4-\sqrt{2}}{2}\right)$

$M_3\left(\frac{4-\sqrt{2}}{2};\ \frac{4+\sqrt{2}}{2}\right)$

$M_4\left(\frac{4+\sqrt{2}}{2};\ \frac{\sqrt{2}-4}{2}\right)$

Объясняется использованное преобразование тем, что у всех отрезков одинаковый угол с одной из полуосей координат значит равны и tg углов, а $tg = \frac{\pm x}{\pm y}$ наличие знаков объясняется разнонаправленностью полуосей координат.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4\geq 0$

$x<-2$

$4x^2+x^2+4x+5x^3+10x^2+4\geq 0$

$5x^3+15x^2+4x+4\geq 0$

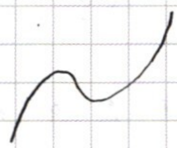
$x\geq -2$

$4x^4+x^2+4x+5x^3+10x^2+4\geq 0$

$4x^4+5x^3+11x^2+4x+4$

$1 \quad 2 \quad 4 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4}$

	5	15	4	4
−2	5	5	6	
−4	5	−5	24	
−1	5			



$x\geq -2$

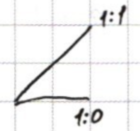
$4x^4+x^2+4x-5x^3-10x^2+4\geq 0$

$4x^4-5x^3-9x^2+4x+4\geq 0$

	4	−5	−9	+4	+4
2	4	3	−3	−2	0
−1	4	−1	−2	0	

	4	5	11	4	4
−2	4	−3	17		
−1	4	1	10	−6	10
−4	4	−11	55		

$\bar{a}\cdot\bar{b}=|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\cdot\cos\alpha$



$\frac{1}{1\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$4x^4+x^2+4x+5x^3+10x^2+4\geq 0$

$4x^4+5x^3+11x^2+4x+4\geq 0$

$(ax^2+bx+c)(dx^2+fx+g)=adx^4+(af+bd)x^3+(ag+dc+bf)x^2+$
$+(bg+fc)x+cg$

$a=1 \quad f=1 \quad b=1$

$d=4$

$g+4c=10$

$cg=4 \quad 2 \quad 2$

$(x^2+x+2)(4x^2+x+2)$

$D=1-8 \qquad D=1-$

17 +1

17 +1

17

$x+y=x-y$

$\cancel{y}+x+8+x-\cancel{y}-8=16$

$2x=16$

$x+y\geq -8 \qquad y-x\geq -8$

$x+y<-8 \quad y-x<-8$

$y+x+8+y-x+8=16$

$2y=0$

$x\in[-\infty;8]$

$2y=-32$

$y=-16$

$x-16<-8 \qquad -16-x<-8$

$x<8 \qquad -x<8$

$x>-8$

$\cancel{y}+x+8+x-\cancel{y}-8=16$

$2x=16 \qquad 2x=-16$

$x=8 \qquad x=-8$

№ 1

Заметим, что в записи ~~4~~ такого числа нет "0" иначе произведение $=0$. Разложим число 4900 на однозначные делители. Простых множителей всего 6. Также, кроме них

4900	5
	2
490	5
	2
49	7
7	7
1	

$a_1 + a_1 q + a q^2 + a q^3$

$a(q + q^2 + q^3) \cdots q^n)$

$\frac{q^n - 1}{q^m - 1} =$

1 2 4 8 8 16

1 2 4 8

$1 \cdot 2^3$

13

2

$\Sigma_1 = b \frac{q^{3000} - 1}{q - 1}$ $\Sigma_3 = b q^2 \frac{(q^3)^{1000} - 1}{q^3 - 1}$

200	2
100	2
50	2
25	5
5	5

6

2 10 50

4 20 100

8 40 200

☒

$8 \cdot 25$

$50 \cdot 4$

20 10

$(x)^2 + (y)^2 = a$

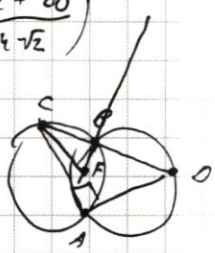
$x - 3$ $y - 2$

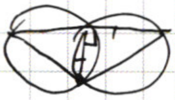
$\frac{D}{4} = 9 + 40 = 49 = 7^2$

$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$

$x = -3 \pm 7 = \{-10; 4\}$

$\left(\frac{x + 20}{4\sqrt{2}}\right)$





$(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

1 ~~1~~

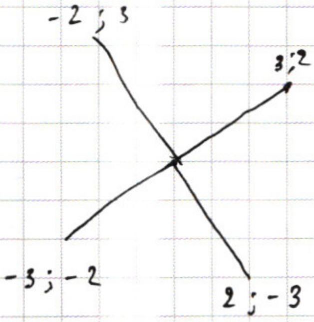
$(x+1)(x^2 + 2x + 1)$ 2 1 0

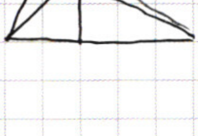
1

q^1 $(q^2 - 64) \cdot q = -200$

$(q - 8)(q + 8) \cdot q = -200$

$q^3 - 64q + 200$





2