

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

√1.

$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$ -

1) $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 = 4900 = 1 \cdot 7^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2$

Число 4900 раскладывается

2) Заметим, что $1 \leq a_i \leq 9 \Rightarrow a_i$

3) Из п. 1, 2 $a_i \in \{1, 2, 4, 5, 7\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = 7, a_2 = 7, a_3 = 5, a_4 = 5, a_5 = 2, a_6 = 2, a_7 = 1, a_8 = 1 \end{cases} (a)$

$\begin{cases} a_1 = 7, a_2 = 7, a_3 = 5, a_4 = 5, a_5 = 4, a_6 = 1, a_7 = 1, a_8 = 1 \end{cases} (b)$

а) тогда также перестановки. $\Rightarrow$

$\Rightarrow N = N_1 + N_2$, где N_1 - кол-во перестановок из (a),

N_2 - кол-во перестановок из (b)

4) $N_1 = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$

$N_2 = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2$

5) $N = N_1 + N_2 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 =$

$= 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 (3 + 2) = 7 \cdot 6 \cdot 25 \cdot 4 = 4200$

Ответ: 4200.

√2.

1) Пусть q - ^{исходной} шаг геометрической прогрессии
 $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$, $q \neq \pm 1$, $b_1 \neq 0$ (условие)

2) Найдём сумму членов, номера которых дают при делении на 3 остатки 1, 2, 0 - S_1, S_2, S_3 соответственно.

Заметим, что так как $3000 \div 3$, то таких членов будет ровно $\frac{n}{3}$.

$$S_1 = \frac{b_1 (q^{3 \cdot \frac{n}{3}} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_2 = \frac{b_1 q (q^{3 \cdot \frac{n}{3}} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_3 = \frac{b_1 q^2 (q^{3 \cdot \frac{n}{3}} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$5S = S_1 + S_2 + 40S_3 \text{ (условие)} =$$

$$\Rightarrow \frac{5 b_1 (q^n - 1)}{q^3 - 1} = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q^3 - 1} + \frac{b_1 q (q^n - 1)}{q^3 - 1} + \frac{40 b_1 q^2 (q^n - 1)}{q^3 - 1},$$

$$\Rightarrow \frac{b_1 (q^n - 1) (35q^2 - 4q - 4)}{q^3 - 1} = 0$$

$$\frac{35 b_1 (q^n - 1) (q - \frac{2}{5}) (q + \frac{2}{7})}{q^3 - 1} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = \frac{2}{5} \left(\begin{array}{l} \text{т.к. } q \neq 1, q > 0 \text{ (иначе не все члены} \\ \text{положительны)}, \\ b_1 > 0 \text{ (иначе не все члены} \\ \text{положительны)} \end{array} \right)$$

3) Найдём сумму членов с четными и четными номерами - S_4 и S_5 соответственно.

S_1 - Так как $3000 \div 2$, то таких членов ровно $\frac{n}{2}$

$$S_4 = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S_5 = \frac{b_1 q (q^n - 1)}{q^2 - 1}$$

$$KS = S_4 + 3S_5 = \frac{b_1 (q^n - 1) (1 + 3q)}{q^2 - 1} =$$

$$\begin{aligned} 35q^2 - 4q - 4 &= 0 \\ D &= 4(4 + 140) = \\ &= 4 \cdot 12^2 \\ q_1 &= \frac{4 + 24}{2 \cdot 35} = \frac{28}{70} = \frac{2}{5} \\ &= \frac{2}{5} \\ q_2 &= \frac{4 - 24}{2 \cdot 35} = -\frac{20}{70} = -\frac{2}{7} \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow k = \frac{b_1(q^n-1)(3q+1)(q+1)}{(q-1)(q+1)b_1(q^n-1)} = \frac{3q+1}{q+1}$$

$$k = \frac{\frac{6}{5} + 1}{\frac{2}{5} + 1} = \frac{6+5}{2+5} = \frac{11}{7} \Rightarrow \text{увеличится в } \frac{11}{7} \text{ раза}$$

Ответ: увеличится в $\frac{11}{7}$ раза.

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \left(\sqrt{x^3 - 64x + 200} \right) = x^2 + 6x - 40$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

1) $x = -10$

$$0 \cdot \sqrt{-1000 + 640 + 200} = 0 \Rightarrow x \neq -10$$

$$x^3 - 64x + 200 = -1000 + 640 + 200 < 0 \Rightarrow x \neq -10$$

2) $x \neq -10$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$2\sqrt{2}(x-4) \geq 0$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$x \geq 4$$

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$x \geq 4$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$x_1 = 6 \quad \begin{array}{r|l} x^3 - 8x^2 + 72 & x-6 \\ \hline -x^3 - 6x^2 & x^2 - 2x \\ \hline -2x^2 & -12 \\ -2x^2 + 12x & \\ \hline -12x + 72 & \\ -12x + 72 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{cases} X = 6 \\ X = 1 + \sqrt{13} \\ X = 1 - \sqrt{13} \end{cases} \quad \begin{cases} X = 6 \\ X = 1 + \sqrt{13} \end{cases}$$

$$X \geq 4$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 12 &= 0 \\ D &= 4(1 + 12) = 4 \cdot 13 \\ X_1 &= \frac{2 + 2\sqrt{13}}{2} = 1 + \sqrt{13} \\ X_2 &= 1 - \sqrt{13} \end{aligned}$$

Ответ: $1 + \sqrt{13}; 6.$

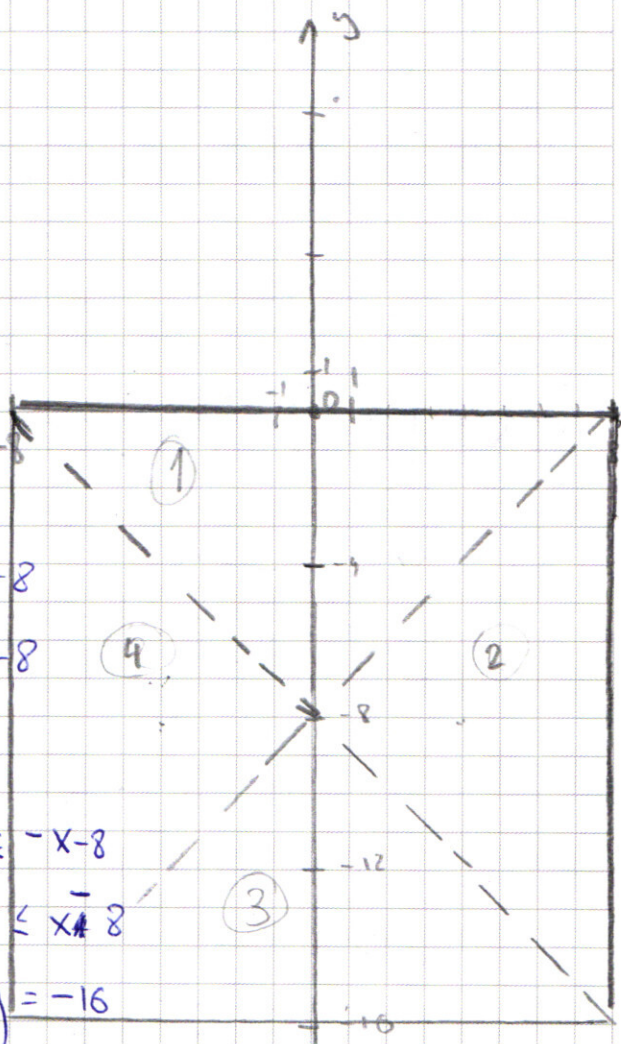
$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16 \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & \begin{cases} y + x + 8 \geq 0 \\ y - x + 8 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq -x - 8 \\ y \geq x - 8 \end{cases} \\ & \begin{cases} 2y + 16 = 16 \\ y = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & \begin{cases} y + x + 8 \geq 0 \\ y - x + 8 \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq -x - 8 \\ y \leq x - 8 \end{cases} \\ & \begin{cases} y + x + 8 - y + x - 8 = 16 \\ x = 8 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & \begin{cases} y + x + 8 \leq 0 \\ y - x + 8 \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq -x - 8 \\ y \leq x - 8 \end{cases} \\ & \begin{cases} -y - x - 8 - y + x - 8 = 16 \\ y = -16 \end{cases} \end{aligned}$$

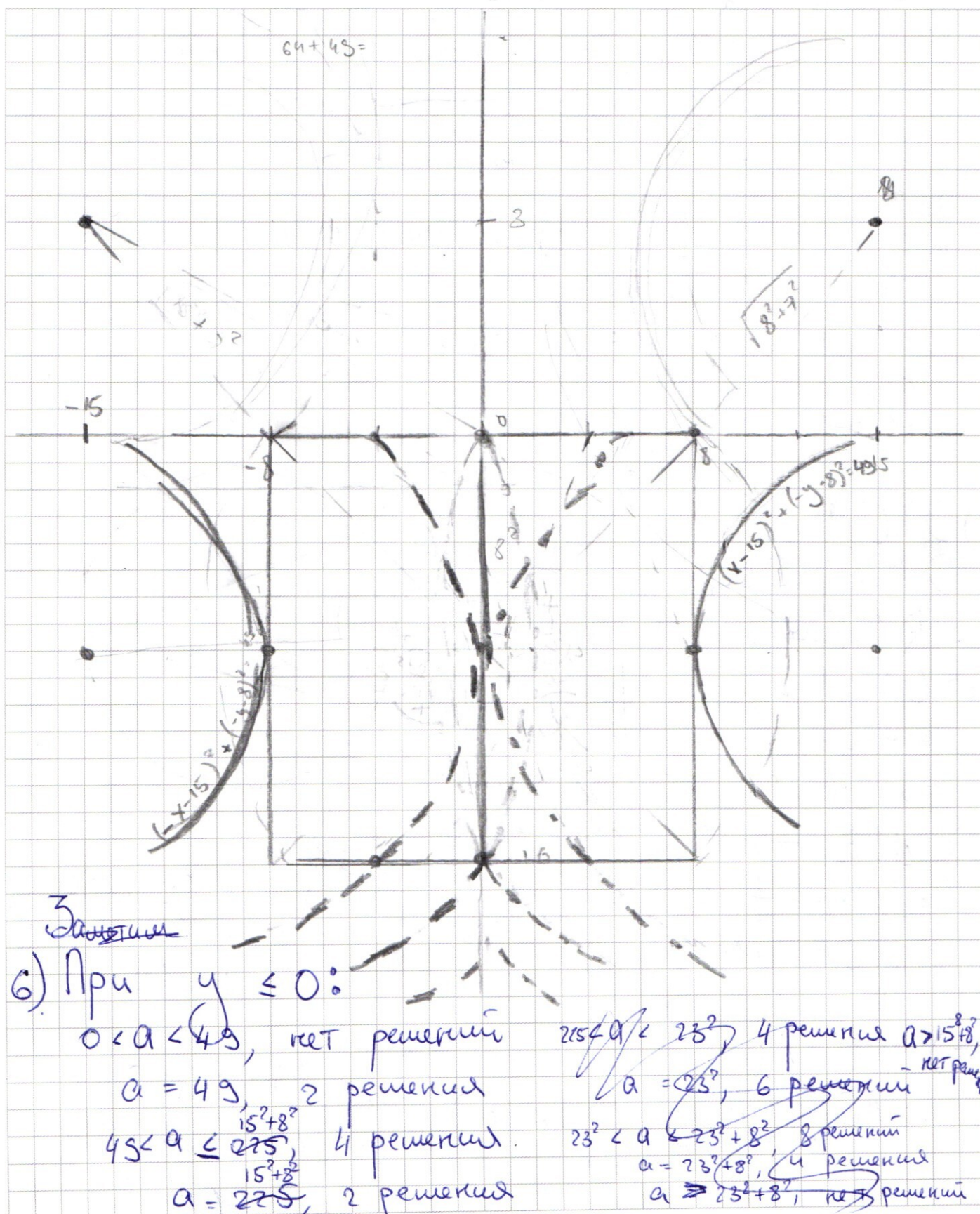
$$\begin{aligned} 4) \quad & \begin{cases} y + x + 8 \leq 0 \\ y - x + 8 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq -x - 8 \\ y \geq x - 8 \end{cases} \\ & \begin{cases} \cancel{y + x + 8} - \cancel{y - x + 8} = 16 \\ -y - x - 8 + y - x + 8 = 16 \\ x = -8 \end{cases} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 225 + 64 &= \\ &= 289 \end{aligned}$$

5). Построим график окружности с центром $(15; 8)$, радиусом $\sqrt{a}$ при $x \geq 0, y \geq 0$. Отразим относительно Ox и Oy и потом относительно Ox .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Значит система имеет ровно 2 решения
при $a = 49$,

7) При $y > 0$:

$0 < a < 49$, нет решений
 $a = 49$, нет решений
 $a = 289 = 15^2 + 8^2$, 1 решение
 $a > 15^2 + 8^2$, нет решений

Нет решений системы

Из п. 7, 8, система имеет ровно 2 решения
при $a \in \{49, 15^2 + 8^2\} =$
 $= \{49, 289\}$

Ответ: 49, 289.

1) O_1AO_2B :

$$O_1A = AO_2 = O_2B = O_1B =$$

$$= R \text{ (радиусы)} =$$

$$\Rightarrow O_1AO_2B - \square$$

паралелограмм (по признаку):

$$\Rightarrow \angle AO_1B = \angle AO_2B$$

$$2) \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AO_1B \text{ (вписанный } \angle ACB \text{ и центральный } \angle AO_1B, \text{ опирающиеся на дугу } AB)$$

$$\angle ADB = \frac{1}{2} \angle AO_2B \text{ (впис. } \angle ADB \text{ и центр. } \angle AO_2B, \text{ опир. на дугу } AB)$$

$$\angle AO_1B = \angle AO_2B \text{ (п. 1)}$$

$$B \in CD \text{ (условие)}$$

$$\Rightarrow \angle ACD = \angle ADC =$$

$$\Rightarrow \triangle ACD - \text{р/б,}$$

$$AC = AD$$

$$3) AC = AD$$

$$AO_1 = O_1C = AO_2 = O_2D \text{ (радиусы)}$$

$$\angle AO_1B = \angle AO_2B \text{ (п. 1)}$$

$$\Rightarrow \triangle CO_1A = \triangle DO_2A,$$

$$\Rightarrow \angle AO_1C = \angle AO_2D =$$

$$\Rightarrow \angle CO_1B = \angle$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4). Пусть $\angle CO_1A = \alpha$, тогда

$$AC^2 = AD^2 = 2r^2 - 2r^2 \cos \alpha$$

$$CB^2 = 2r^2 - 2r^2 \cos(\alpha - 90^\circ) = 2r^2 - 2r^2 \sin \alpha$$

$$BD^2 = 2r^2 - 2r^2 \cos(360^\circ - 90^\circ - \alpha) = 2r^2 + 2r^2 \cos(\alpha - 90^\circ)$$

5) $\triangle CAD$: $\angle A = 90^\circ \Rightarrow CD^2 = AC^2 + AD^2$

$$\Rightarrow (CB + BD)^2 = 2AC^2$$

$$2r^2 - 2r^2 \cos(\alpha - 90^\circ) + 2\sqrt{(2r^2 - 2r^2 \cos(\alpha - 90^\circ))(2r^2 + 2r^2 \cos(\alpha - 90^\circ))} + 2r^2 + 2r^2 \cos(\alpha - 90^\circ) = 4r^2 - 4r^2 \cos \alpha$$

$$2\sqrt{4r^4(1 - \cos^2(\alpha - 90^\circ))} = -4r^2 \cos \alpha$$

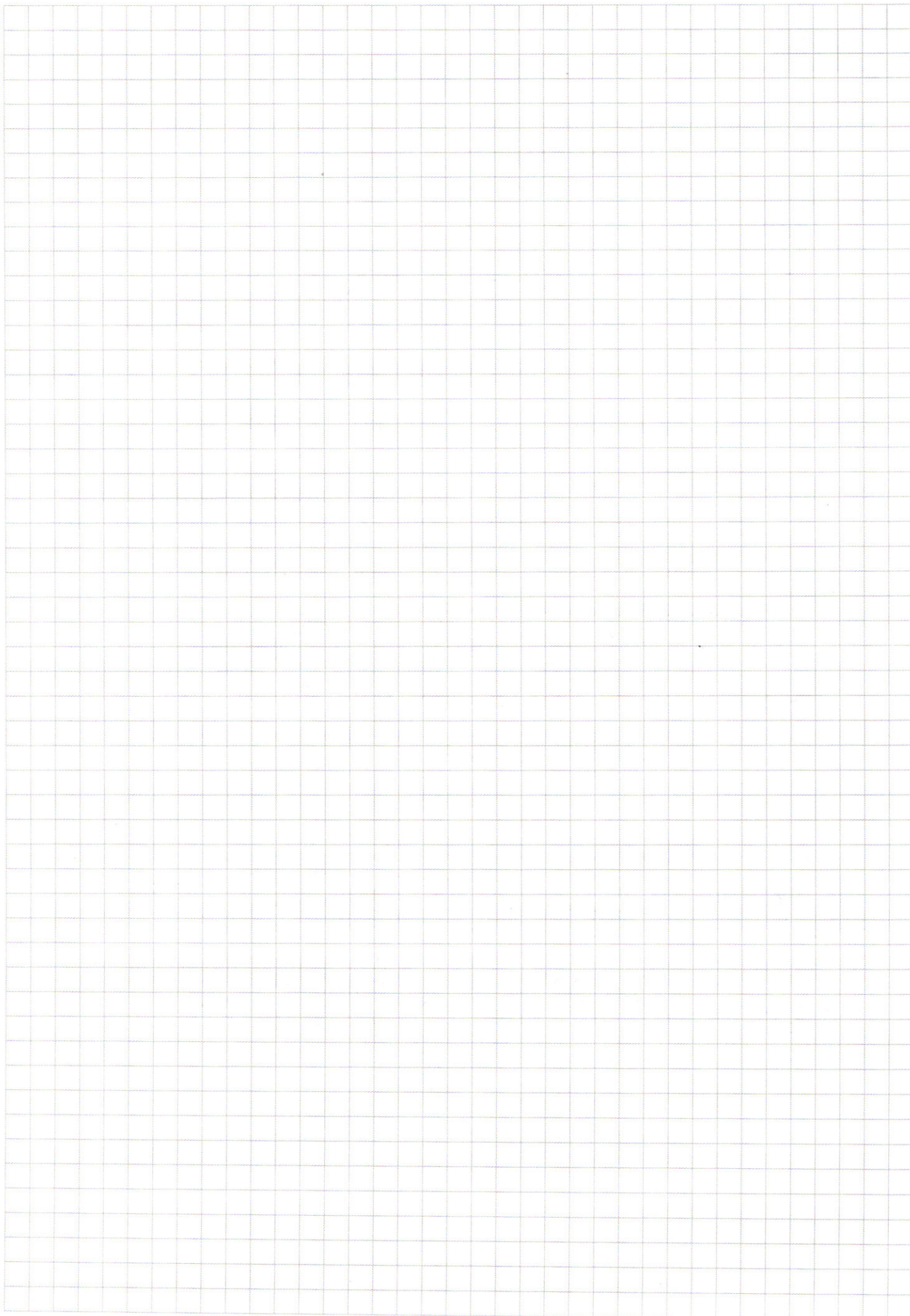
$$-\cos \alpha = \sqrt{\sin^2(\alpha - 90^\circ)} = \sqrt{\cos^2 \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \cos \alpha & (\text{не верно, т.к. } \alpha = \angle CO_1B + 90^\circ) \\ \cos \alpha > 0 \\ \cos \alpha = -\cos \alpha & \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

$$\sin \angle ADC = \frac{AC}{CD} = \sqrt{\frac{2r^2(1 - \cos \alpha)}{4r^2 + 2\sqrt{4r^2(1 - \sin^2 \alpha)}}} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2 + 2\cos \alpha}}$$

5). Заметим, что если $FB = BD$, $FB \perp CD$, то $\angle BDF = 45^\circ$ (р/б н/у $\triangle$) $\Rightarrow F \in AD$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S = b_1 + b_1 q + \dots + b_1 q^{n-1}$$

$$Sq = b_1 q + \dots + b_1 q^n$$

$$S(q-1) = b_1 (q^n - 1)$$

$$S = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_1 = b_1 +$$

$$b_2 = b_1 q^3$$

$$S_1 = \frac{b_1 (q^{3n} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_2 = \frac{b_1 q (q^{3n} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_3 = \frac{b_1 q^2 (q^{3n} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$b_1 \quad b_2 = b_1 q \quad b_3 = b_1 q^2$$

$$b_1 = b_1 q^3 \quad b_2 = b_1 q^n$$

$$S = \frac{b_1 (q^n - 1)(1 + q + q^2)}{(q - 1)(q^2 + q + 1)}$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3$$

$$5S = S_1 + 4S_2 + 40S_3$$

$$5 \cdot \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q^3 - 1} + \frac{4b_1 q (q^n - 1)}{q^3 - 1} + \frac{40b_1 q^2 (q^n - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_1 = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S_2 = \frac{b_1 q (q^n - 1)}{q^2 - 1}$$

$$X = \frac{S'}{S} = \frac{b_1 (q^n - 1)(1 + 3q)(q - 1)}{(q - 1)(q + 1)b_1 (q^n - 1)}$$

$$= \frac{3q + 1}{q + 1}$$

$$S' = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q^2 - 1} + \frac{3b_1 q (q^n - 1)}{q^2 - 1} = \frac{b_1 (q^n - 1)(1 + 3q)}{q^2 - 1}$$

$$\frac{5(q^2 + q + 1)}{q^3 - 1} = \frac{1 + q + 40q^2}{q^3 - 1} \Rightarrow \frac{35q^2 - 4q - 4}{q^3 - 1} = 0$$

$$D = 4(4 + 140) = 2^2 \cdot 12^2 \quad q_1 = \frac{4 + 2 \cdot 12}{2 \cdot 35} = \frac{2}{5}$$

$$q_2 = \frac{2 - 2 \cdot 12}{2 \cdot 35} < 0$$

$\sqrt{3}$

$$\frac{X+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{X^3 - 64X + 200} = X^2 + 6X - 40$$

$$X^3 - 64X + 200$$

$$5 \rightarrow 125 - 64 \cdot 5$$

$$64 = 8 \cdot 2^6$$

$$200 = 2 \cdot 4 \cdot 25$$

$$(X+10)(X-4)$$

$$8 \rightarrow 64 \cdot 8 - 64 \cdot 8 + 200$$

$$-8 \rightarrow -64 \cdot 8 + 64 \cdot 8 + 200$$

$$-10 \rightarrow$$

$$X \neq -10$$

$$-20 \rightarrow$$

$$-25$$

$$\sqrt{X^3 - 64X + 200}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}(X^2 + 6X - 40)}{8(X^2 + 6X - 40)^2}$$

$$X^3 - 64X + 200 =$$

$$\frac{8(X^2 + 6X - 40)^2}{X^2 + 20X + 100}$$

$$\sqrt{X^3 - 64X + 200} = 2\sqrt{2}(X-4)$$

$$X^3 - 64X + 200 = 8(X^2 - 8X + 16)$$

$$X^3 - 8X^2 - 108 = 0$$

$$108 = 2 \cdot 54 = 2 \cdot 2 \cdot 3^3$$

$$\frac{X}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{X}{2\sqrt{2}} + \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{X+10}{2\sqrt{2}}$$

1 - нет

2 - нет

3 - нет

6 =

$$36 \cdot 6 - 8 \cdot 36 - \text{нет}$$

$$9 = 81 \cdot 9 - 8 \cdot 81 - 108 - \text{нет}$$

$$12 = 144(12-8)$$

$$200 = 8 \cdot 25$$

$$2\sqrt{2}(X^2 + 6X - 40) =$$

$$= 2\sqrt{2}(X-4)$$

$$X^3 - 64X + 200 = 8X^2 - 64X + 16 \cdot 8$$

$$X^3 - 8X^2 + 8(25-16) = 0$$

$$X^3 - 8X^2 + 8 \cdot 9 = 0$$

$$X = \pm 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9,$$

$$-1 = -1 - 8 - \text{нет}$$

$$-2 = -8 - 4 \cdot 8 - \text{нет}$$

$$-3 = -27 - 8 \cdot 9 + 72$$

$$3 = 9 \cdot 3 - 8 \cdot 9 = -5 \cdot 3$$

$$4 = 4 \cdot 16 - 8 \cdot 16$$

$$6 = 6 \cdot 36 - 8 \cdot 36 =$$

$$6 \cdot 36 - 8 \cdot 36 =$$

$$2^3 \cdot 3^2 = -2 \cdot 36 =$$

$$= -72$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4x^2 + x^2 + 4x - 5x^2 \mid x+2 \mid + 4 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

$$4x^2 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$-5x^3 - 5x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$-5x^2(x+1) + 4(x+1) \geq 0$$

$$(x+1)(-5x^2 + 4) \geq 0$$

$$x \in [-2; -1] \cup \left[-\frac{2}{\sqrt{5}}; \frac{2}{\sqrt{5}}\right]$$

$$x < -2$$

$$4x^2 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$5x^3 + 15x^2 + 5x^3 + 4x + 4 \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -2)$$

$$(5x^3 + 15x^2 + 5x^3 + 4x + 4) \mid x+1 \mid = 4x^3 + 4x^2 + 4x + 4 + x^3 + 11x^2$$

$$4x^2 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4$$

$$4x^2 + 4x + 4 + 5x^3 + 10x^2 + 4$$

$$5(x^3 + 2x^2 + x) - x + x^2 + 4x^2 + 4$$

$$5(x+1)^2 - 10x - 5 - x + 4$$

$$4x^2 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4$$

$$x \leq -2$$

$$5 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 5 \cdot 2 \cdot 4 + 10 \cdot 4 + 4 =$$

$$= 4(5 - 2 - 10 + 10 + 1)$$

$$5x^3 + 15x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$5(x+1)^3 = 5(x^3 + 3x^2 + 3x + 1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{4}{5} \cdot 1, 2, 4, 5 \\ & -4, -4 \cdot 5 \cdot 16 + 15 \cdot 16 - 16 + 4 \\ & 16(-20 + 15 - 1) + 4 \end{aligned}$$

$$f(x) = 5x^2 + 5x^3 + 4x + 4$$

$$f(-4) = 16 \cdot 5 - 16 \cdot 5 \cdot 4 - 16 + 4 < 0$$

$$f(-2) = 20 - 40 - 8 + 4$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4$$

$$-4x^3 - x^3$$

$$2x - 1$$

$$4x^4 - 4x^3 + x^2 - \frac{1}{2} \cdot 8x$$

$$4x^4$$

$$-5x^3$$

$$-5x^2(x+2)$$

$$x^2 - 10x^2$$

$$4x + 4$$

$$4$$

$$4x^4$$

$$x^2$$

$$4x$$

$$4$$

$$4$$

$$4 \cdot 2^4 + 2^2 - 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2^3 - 10 \cdot 2^2 + 4 =$$

$$= 2^2 (16 + 1 - 2 + 10 - 10 + 1)$$

Пусть $y + x + 8 \geq 0$

$$y - x + 8 \geq 0$$

$$y \geq -x - 8$$

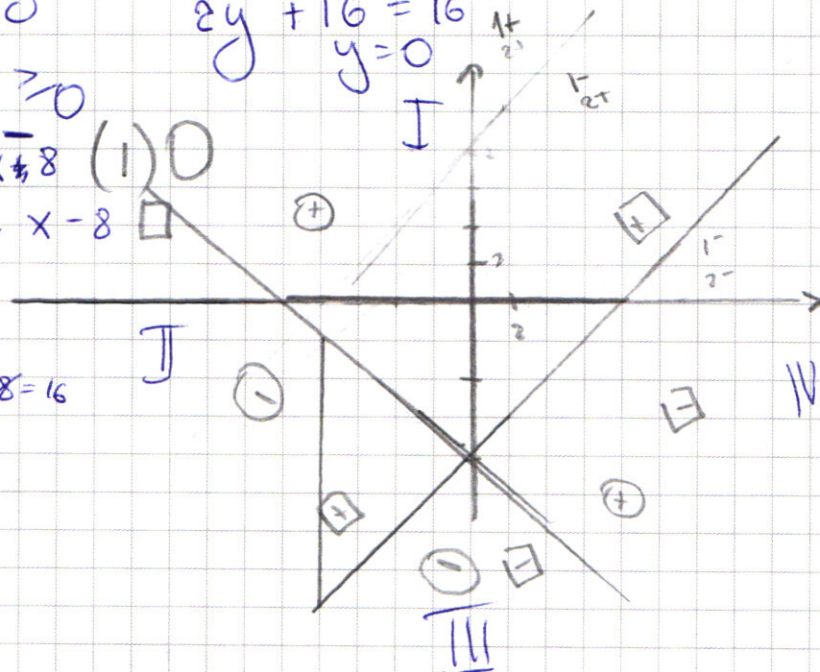
$$y \geq x - 8$$

$$2y + 16 = 16$$

$$y = 0$$

$$y - x - 8 + y - x + 8 = 16$$

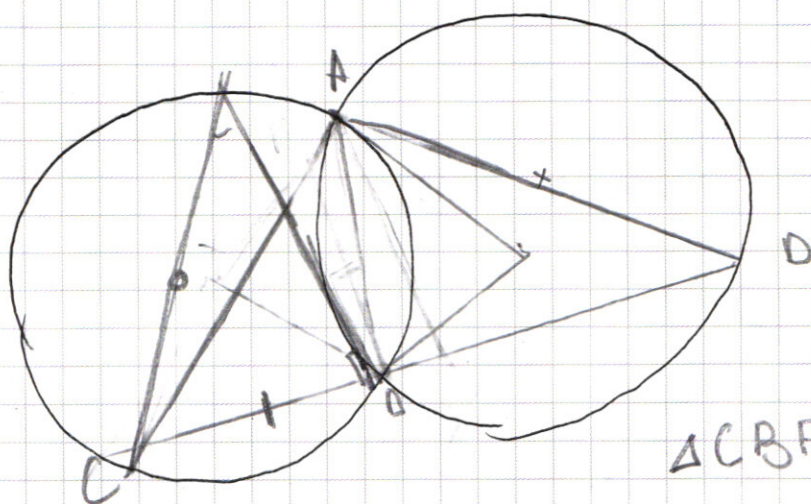
$$x = -8$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$360 - d - 30 = 270 - d$
 $\cos(d - 90) =$
 $\cos(d - 270) =$
 $= \cos(d - 30 - 180)$
 $\cos(d - \pi) = -\cos(d)$

$1) \sin 45^\circ = \frac{AB}{2r} \Rightarrow AB = 2r \sin 45^\circ = \sqrt{2}r$
 $\cos 45^\circ = \frac{DB}{2r} \Rightarrow DB = 2r \cos 45^\circ = \sqrt{2}r$
 $DB = \sqrt{2r^2 - 2r^2 \cos(d - 90)}$
 $4r^2 - 4r^2 \cos d = 4r^2 + 2\sqrt{4r^4(1 - \sin^2 d)}$
 $- \cos d = 1 - \cos d = d - 30$
 $\cos 15^\circ = \frac{2r^2 - 2r^2 \cos d}{2r^2 - 2r^2 \sin d} = \frac{d - 30 - 180}{\beta - 180}$
 $4r^2 = 4r^2 - 4r^2 \cos d = 1 \Rightarrow \cos d = 0 \Rightarrow d = 90^\circ$
 $4r^2 - 4r^2 \cos d = 4r^2 + \sqrt{(2r^2 - 2r^2 \cos(d - 90))(2r^2 + 2r^2 \cos(d - 90))}$
 $= 4r^2 + \sqrt{4r^4 - 4r^4 \cos^2(d - 90)} =$
 $= 4r^2 + 2r^2 \sin(d - 90) = 4r^2 + 2r^2 \cos d$
 $- 2 \cos d \cos d/2$



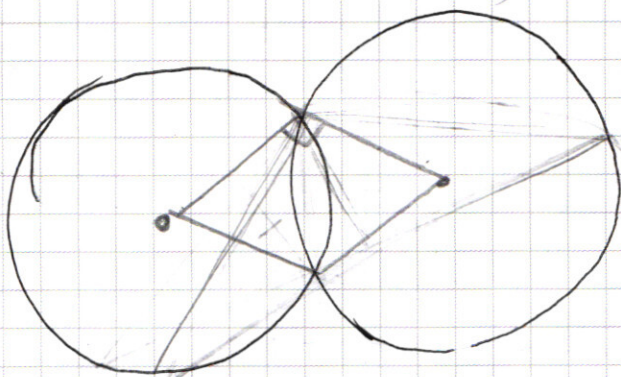
$$S = 1$$

$$\triangle CBF \sim \triangle CAD \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CB}{CA} = \frac{BF}{AD} = \frac{CF}{CD}$$

$$S = \frac{1}{2} (2r^2 - 2r^2 \sin \alpha)$$

$$S' = \frac{1}{2} (2r^2 - 2r^2 \cos \alpha)$$



$$\frac{4r^2 - 4r^2 \cos \alpha - \alpha r^2}{4r^2 - 4r^2}$$