МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2;-2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5;5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Пусть p - произведение $\Rightarrow p = 700 = 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 7$

1) В этом ~~8~~ 8-и значном числе есть цифры 2, 2, 5, 5, 7 и остальные цифры - единицы

2) В этом 8-и значном числе есть цифры 4, 5, 5, 7 и остальные цифры - единицы

~~Если хотя бы~~ В противном случае, одна из цифр будет >9, то есть не будет являться цифрой (2·5 уже 10; 10>9).

Случай 1-й:

$8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1$ — На ①-е место мы можем поставить 1 из 8 цифр (1, 2, 2, 5, 5, 7, 1, 1)
на ②-е - одно из ост. 7

...

на ⑧-е - 1 ост. цифру

Всего таких чисел =

$$= \frac{8!}{2!\cdot 2!\cdot 3!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{2}}{\cancel{2}\cdot 2\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{2}} = 30\cdot 56 = 1680$$

(Мы делим на 2!, т.к. число 2 встреч. 2 раза, на 2!, т.к. число 5 встреч. 2 раза, на 3!, т.к. число 1 встреч. 3 раза)

Случай 2-й: (5, 5, 7, 4, 1, 1, 1, 1)

$$\frac{8!}{2!\cdot 4!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot \cancel{4\cdot 3\cdot 2}}{2\cdot \cancel{2\cdot 3\cdot 4}} = 840$$

Всего таких чисел $1680 + 840 = 2520$

Ответ: 2520

№ 2

$b_1, b_2, \dots, b_{3000}$

Пусть $b_1 = a; b_2 = ab; \dots b_{3000} = ab^{2999}$

Пусть $b_1 + b_2 + \dots + b_{3000} = S$

Пусть $b_3 + b_6 + \dots + b_{3000} = S_3$

$$S + 49 S_3 = 10S$$

$$49 S_3 = 9S$$

$S = a + ab + \dots + ab^{2999} = \frac{a(b^{3000}-1)}{b-1}$ (сумма геометр. прогрессии)

$$S_3 = ab^2 + ab^5 + \dots + ab^{2999} =$$

$$= b^2 \left(a + ab^3 + ab^6 + \dots + ab^{2997}\right) =$$

$$= b^2 \left(\frac{a\left((b^3)^{1000} - 1\right)}{b^3 - 1}\right) =$$

$$= \frac{ab^2 (b^{3000} - 1)}{b^3 - 1}$$

Подставим в 1-е уравнение:

$$\frac{49 ab^2 (b^{3000} - 1)}{b^3 - 1} = \frac{9\cancel{a}(\cancel{b^{3000}-1})}{b-1}$$

$b \neq 1$ (если $b = 1$, то $S = 3000a$; $S_3 = 1000a$

$\frac{S + S_3}{1/49} = 3000a + 49000a = 52000a \neq$
$\neq 30000a$; $(a \neq 0)$ т.к. 0 - не положит.

$$\frac{49b^2}{b^3 - 1} = \frac{9}{b-1}$$

$$\frac{49b^2}{\cancel{(b-1)}(b^2+b+1)} = \frac{9}{\cancel{b-1}}$$

$$49b^2 = 9b^2 + 9b + 9$$

$$40b^2 - 9b - 9 = 0$$

$$D = 81 + 36 \cdot 40 = 1521 = 39^2 \Rightarrow \sqrt{D} = 39$$

$\frac{9+39}{80} = b$ $\left(\frac{9-39}{80} \neq b\text{, т.к. все числа положит.}\right)$

$b = 0{,}6$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение)

Пусть $S_2 = ab + ab^3 + \ldots + ab^{2999}$

$S + S_2 = m \cdot S$ (нужно найти m)

$S_2 = (m-1) \cdot S$

$S_2 = ab + ab^3 + \ldots + ab^{2999} = b(a + ab^2 + \ldots + ab^{2998}) =$

$= b\left(a\dfrac{((b^2)^{1500} - 1)}{b^2 - 1}\right) = \dfrac{ba \cdot (b^{3000} - 1)}{b^2 - 1}$

$\dfrac{b\cancel{a} \cdot \cancel{(b^{3000} - 1)}}{b^2 - 1} = \dfrac{(m-1) \cdot \cancel{a(b^{3000} - 1)}}{b - 1}$

$\dfrac{b}{b+1} = m - 1$

$m = 1 + \dfrac{b}{b+1} = 1 + \dfrac{0,6}{1,6} = 1 + \dfrac{6}{16} = 1 + \dfrac{3}{8} = 1,375$

Увеличится в 1,375 раза

Ответ: увеличится в $1\frac{3}{8}$ раза

№3

$\left(\dfrac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{x^3 - 4x + 80}\right) = x^2 + 10x + 24$

$x^2 + 10x + 24 = x^2 + 6x + 4x + 24 = x(x+6) + 4(x+6) = (x+4)(x+6)$

$\left(\dfrac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)(x+6)$

$(x+6)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}\,(x+4)(x+6)$

1) $x = -6$

$x \neq -6$, т.к. $((-6)^3 + 24 + 80) < 0$

$x = -6$ – не корень

2) $x \neq -6 \Rightarrow \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}\,(x+4)$

ОДЗ: $x \geq -4$

$x^3 - 4x + 80 \geq 0$

№3 (продолжение)

$\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt{2}\cdot(x+4)$

$x^3-4x+80=2x^2+16x+32$

$x^3-2x^2-20x+48=0$

$$\begin{array}{r|l} x^3-2x^2-20x+48 & x-4 \\ \underline{x^3-4x^2} \qquad\qquad\quad & \overline{x^2+2x-12} \\ 2x^2-20x \qquad\;\; & \\ \underline{2x^2-8x} \qquad\;\; & \\ -12x+48 & \\ \underline{-12x+48} & \\ 0 & \end{array}$$

$(x^3-2x^2-20x+48)=(x^2+2x-12)(x-4)$

$\Downarrow$

$(x^2+2x-12)(x-4)=0$

1) $x=4$

Проверим ОДЗ:

$\left.\begin{array}{l} 4\geq -4 \\ 4^3-4\cdot 4+80\geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 4$ подходит

2) $x\neq 4$

$\Downarrow$

$x^2+2x-12=0$

$D=4+48=52 \Rightarrow \sqrt{D}=2\sqrt{13}$

$x=\frac{-2\pm\sqrt{D}}{2}=\frac{-2\pm2\sqrt{13}}{2}=-1\pm\sqrt{13}$

1) $x=-1-\sqrt{13} \Rightarrow x<-4$, т.к. $\sqrt{13}>3 \Rightarrow -\sqrt{13}<-3$

$(13>9)$

$\Downarrow$

$-1-\sqrt{13}<-4$

$\Downarrow$

$-1-\sqrt{13}$ – не подх.

2) $x=-1+\sqrt{13}$

ОДЗ (проверка):

1) $\sqrt{13}>3 \Rightarrow \sqrt{13}-1>2\geq -4 \Rightarrow$ 1-й пункт соотв.

2) $(\sqrt{13}-1)^3-4(\sqrt{13}-1)+80=13\sqrt{13}-39+3\sqrt{13}-1-4\sqrt{13}+4+80=$

$=12\sqrt{13}+40>0 \Rightarrow$ 2-й пункт соответствует.

$\Downarrow$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение)

Всего 2 ~~корня~~ корня:

1) $x=4$

2) $x=\sqrt{13}-1$

Ответ: $\sqrt{13}-1;\ 4$

№4

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$

$\left(x^4-2x^2|x-2|+(x^2-4x+4)\right)+\left(x^4-x^2|x-2|\right)\geq 0$

$\left(x^2-|x-2|\right)^2+x^2\left(x^2-|x-2|\right)\geq 0$

$\left(x^2-|x-2|\right)\left(x^2-|x-2|+x^2\right)\geq 0$

$\left(2x^2-|x-2|\right)\left(x^2-|x-2|\right)\geq 0$

1) $x-2\geq 0\Rightarrow x\geq 2$

$(2x^2-x+2)(x^2-x+2)\geq 0$

$2x^2-x+2$ всегда >0, т.к. $D=1-16=-15<0$

$x^2-x+2\geq 0$

$D=1-8=-7\Rightarrow D<0\Rightarrow x^2-x+2$ всегда ≥ 0

$x\geq 2$ – решение

2) $x-2<0\Rightarrow x<2$

$(2x^2+x-2)(x^2+x-2)\geq 0$

1) $x^2+x-2=x^2+2x-x-2=x(x+2)-(x+2)=(x-1)(x+2)$

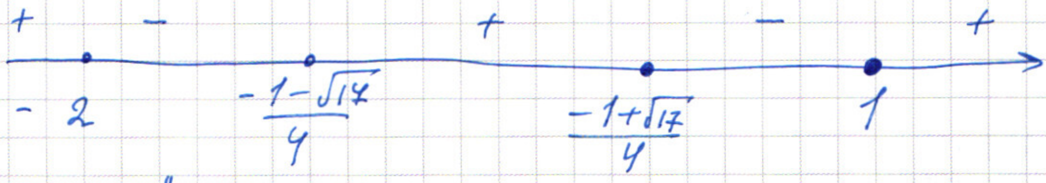
2) $2x^2+x-2$

$D=1+16=17\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{17}\Rightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$ (точки пересеч. параб. $2x^2+x-2$ $y=0$) $\Rightarrow$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№4 (продолжение)

$$\left(x-\left(\frac{-1-\sqrt{17}}{4}\right)\right)\left(x-\left(\frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right)\right)(x-1)(x+2)\ge 0$$



$\Downarrow$

$x \in (-\infty;-2]\cup\left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4};\frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right]\cup[1;\infty)$

ОДЗ: $x<2$

$\Downarrow$

$x\in(-\infty;-2]\cup\left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4};\frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right]\cup[1;2)$

Пояснение:

$\frac{-1+\sqrt{17}}{4} < 1$, т.к.

Предположим, что $\frac{-1+\sqrt{17}}{4}>1$

$-1+\sqrt{17}>4$

$\sqrt{17}>5$, но это не так, т.к. $25>17$

$\frac{-1+\sqrt{17}}{4}>0$, т.к. $\sqrt{17}>1$

$\Downarrow$

$\frac{-1+\sqrt{17}}{4} > \frac{-1-\sqrt{17}}{4}$; $\frac{-1+\sqrt{17}}{4}>-2$

Сравним $\frac{-1-\sqrt{17}}{4}$ и -2:

$\frac{-1-\sqrt{17}}{4}\ ?\ -2$

$-1-\sqrt{17}\ ?\ -8$

$-\sqrt{17}\ ?\ -7$

$-\sqrt{17} > -7$, т.к. $\sqrt{17}<5 \Rightarrow -\sqrt{17}>-5 \Rightarrow -\sqrt{17}>-7$.

$(17<25)$

Ответ: $x\in(-\infty;-2]\cup\left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4};\frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right]\cup[1;\infty)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$$\begin{cases} |y-6-x|+|y-6+x|=12 \\ (|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a \end{cases}$$

1) 1) $y-6-x\geq 0$; $y-6+x\geq 0$

$y\geq x+6$; $y\geq -x+6$

$y-6\cancel{-x}+y-6\cancel{+x}=12$

$\underline{y=12}$

2) $y-6-x\leq 0$; $y-6+x\leq 0$

$y\leq x+6$; $y\leq -x+6$

$x+6-y+6\cancel{-x}-y=12$

$\underline{y=0}$

3) $y-6-x\geq 0$; $y-6+x\leq 0$

$y\geq x+6$; $y\leq -x+6$

$\cancel{y}-6-x\cancel{-y}+6-x=12$

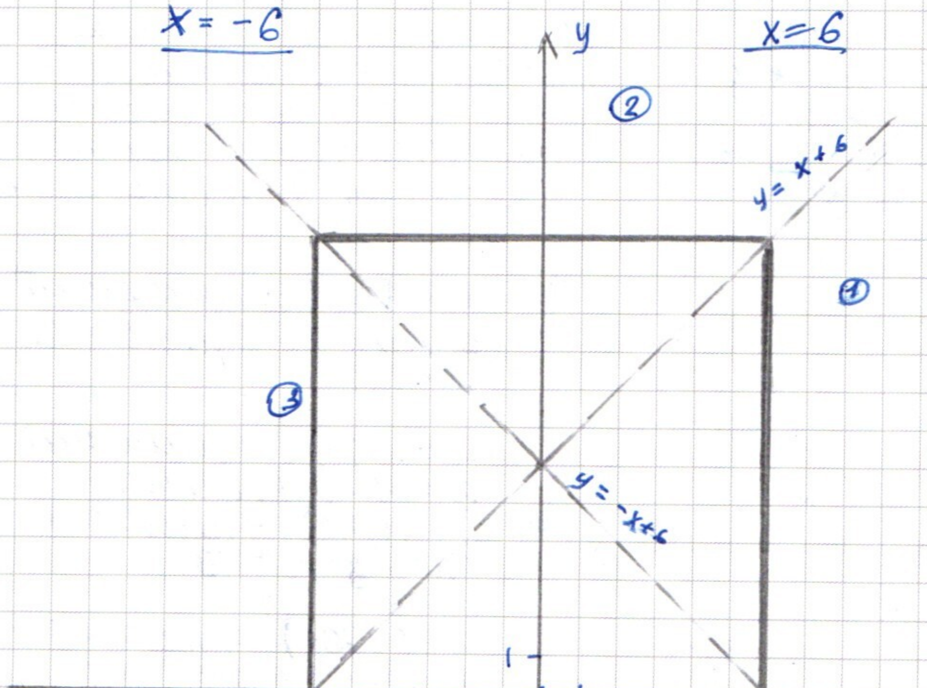
$\underline{x=-6}$

4) $y-6-x\leq 0$; $y-6+x\geq 0$

$y\leq x+6$; $y\geq -x+6$

$x+\cancel{6}\cancel{-y}+\cancel{y}\cancel{-6}+x=12$

$\underline{x=6}$



Зоны:

1: $\left.\begin{matrix} y\leq x+6 \\ y\geq -x+6 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ пункт 4)

2: $\left.\begin{matrix} y\geq x+6 \\ y\geq -x+6 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ пункт 1)

3: $\left.\begin{matrix} y\leq -x+6 \\ y\geq x+6 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ пункт 3)

4: $\left.\begin{matrix} y\leq -x+6 \\ y\leq x+6 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ пункт 2)

Это 1-е уравнение из системы уравнений (его график)

2) $(|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a$

(~~Этот график функции будет задан ...~~)

1) $x \geq 0$; $y \geq 0$

$(x-8)^2 + (y-6)^2 = a$

(~~окружность или ее часть с центром в (8;6) и радиусом $\sqrt{a}$ (если это окружность)~~)

Множество точек, лежащих в четверти, где $x \geq 0$ и $y \geq 0$ равноудалённых от центра (8;6) на расстояние $= \sqrt{a}$

2) $x \leq 0$; $y \geq 0$

$(-x-8)^2 + (y-6)^2 = a$

$(x+8)^2 + (y-6)^2 = a$

(~~окружность или её часть с центром в (-8;6) и радиусом $\sqrt{a}$ (если~~)

Множество точек, лежащих в четверти, где $x \leq 0$; $y \geq 0$, равноудалённых от центра (-8;6) на расстояние $= \sqrt{a}$

3) $x \leq 0$; $y \leq 0$

$(-x-8)^2 + (-y-6)^2 = a$

$(x+8) + (y+6)^2 = a$

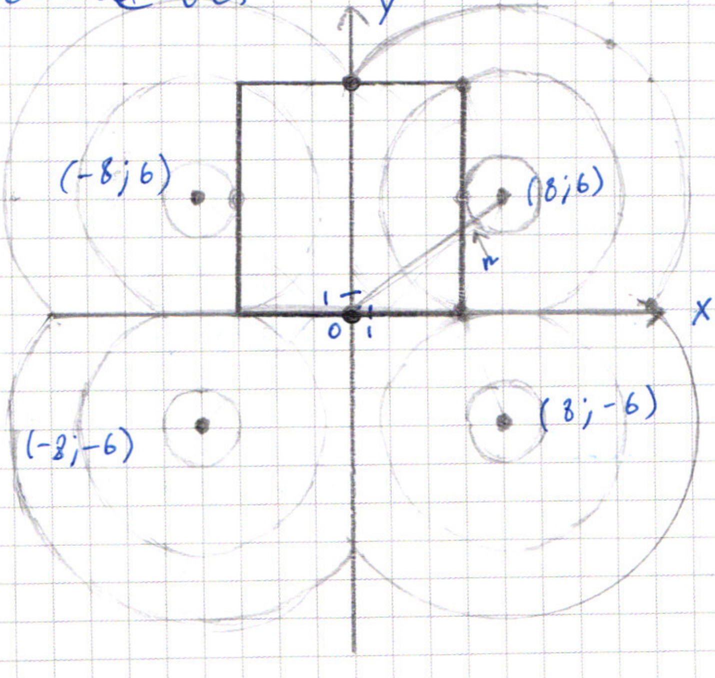
Множество точек, лежащих в четверти, где $x \leq 0$ и $y \leq 0$, равноудалённых от центра (-8;-6) на расстояние $= \sqrt{a}$

4) $x \geq 0$; $y \leq 0$

$(x-8)^2 + (-y-6)^2 = a$

$(x-8)^2 + (y+6)^2 = a$

Множество точек, лежащих в четверти, где $x \geq 0$; $y \leq 0$ равноудалённых от центра (8;-6) на расстояние $= \sqrt{a}$



2 => ~~$a \in [0;4)$ - 0 решений~~
~~$a = 4$ - 1 решение~~
~~$a \in (4;$~~

$a \in [0;4)$ - 0 решений
$a = 4$ - 2 решения
$a \in (4; n^2]$ - 4 решение
$(n^2 = 8^2 + 6^2 = 100)$

$a \in (4; 100)$ - 4 решение
$a = 100$ - 2 решение
$a > 100$ - 0 решений

При $a = 4$ и $a = 100$

~~Ответ: $a = 4$; $a = 100$~~

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7 (продолжение)

$a=4$; проверка:

1) Если $a=4$, то $x=\pm 6$; $y=6$ (см график)

1) $x=6$; $y=6$

$|6-6-6|+|6-6+6|=12$ – верно

$(6-8)^2+(6-6)^2=4$ – верно

2) ~~x=6 будет~~ $x=-6$; $y=6$

$|6-6+6|+|6-6-6|=12$ – верно

$(6-8)^2+(6-6)^2=4$ – верно

2) Если $a=100$, то 1) $x=0$; $y=12$ (см. график)
2) $x=0$; $y=0$

1) $x=0$; $y=12$

$|12-6-0|+|12-6+0|=12$ – верно

$(0-8)^2+(12-6)^2=100$ – верно

2) $x=0$; $y=0$

$|0-6-0|+|0-6+0|=12$ – верно

$(0-8)^2+(0-6)^2=100$ – верно

Ответ: $a=100$; $a=4$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\begin{array}{r} 163 \\ \times\ 84 \\ \hline 252 \end{array}$$

$700 = 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 7$

1) Есть цифры 2, 2, 5, 5, 7 остальные − 1

2) Есть цифры 4, 5, 5, 7 − остальные − 1

1) 2 2 5 5 7 1 1 1

$\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{6\cdot 2\cdot 2} = 8\cdot 7\cdot 5\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 56\cdot 10\cdot 3 = 56\cdot 30 = 1680$

2) 4, 5, 5, 7, 1111

$\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 2} = 280$

$\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot \cancel{4\cdot 3\cdot 2}}{\cancel{4\cdot 3\cdot 2}\ 2} = \frac{30\cdot 56}{2} = 15\cdot 56 = 30\cdot 28 = 840$

$\Downarrow$

$1680 + 280 = 1960$

№2

$b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$; S $b(a + a^2 + \ldots + a^{3000})$

$ab, a^2b, \ldots, a^{3000}b$

$\cancel{ab},\ ab + a^2b + \ldots + a^{3000}b = S$

$ab + a^2b + \ldots + a^{3000}b + 56(a^3b + a^6b + \ldots + a^{3000}b) = 10S$

$\cancel{a^{3000}b + ab = a(a^{2999}b\ b)}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+30}=x^2+10x+24$$

$\cancel{x^3-4x+80}$

$(x-2)^2=x^2-4x+4$

$x^4-3x^2|x-2|+x^2-4x+4+x^4\geq 0$

$(x^4-2x^2|x-2|+(x-2)^2)+x^4-x^2|x-2|\geq 0$

$(x^2-|x-2|)^2+x^2(x^2-|x-2|)\geq 0$

$(x^2-|x-2|)(x^2-|x-2|+x^2)\geq 0$

$(x^2-|x-2|)(2x^2-|x-2|)\geq 0$

$(a-b)^3=$

$=(a^2-2ab+b^2)(a-b)=$

$=a^3-2a^2b+ab^2-ba^2+2ab^2-b^3=$

$=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

1) $x\geq 2$

$(x^2-x-2)(2x^2-x+2)\geq 0$

$2x^2-x+2 \quad D=1-16 \Rightarrow 2x^2-x+2>0$

$x^2-2x+x-2\geq 0$

$x(x-2)+(x-2)\geq 0$

$(x+1)(x-2)\geq 0 \quad x\in(-\infty;-1]\cup[2;\infty)$

$\Downarrow$

$x\in[2;\infty)$

2) $x<2$

$(x^2-2+x)(2x^2-2+x)\geq 0$

$(x^2+x-2)(2x^2+x-2)\geq 0$

$\cancel{(x^2+2x-x-2)(2x^2+2x-x-2)\geq 0}$

$\cancel{(x(x+2)-(x+2))(2x(}$

$2x^2+x-2\geq 0$

$D=1+16=17$

$\sqrt{D}=\sqrt{17}$

$\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$

$(x+2)(x-1)\left(x-\left(\frac{-1-\sqrt{17}}{4}\right)\right)\left(x+\left(\frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right)\right)\geq 0$

$+ \quad - \quad + \quad - \quad +$

$-2 \quad \frac{-1-\sqrt{17}}{4} \quad \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \quad 1$

$\Rightarrow x\in(-\infty;-2]\cup\left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4};\frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right]\cup[1;2)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$9+49S_3=105$

$49S_3=9S$

$$\frac{49b^2\cdot a(b^{3000}-1)}{b^3-1}=\frac{a(b^{3000}-1)}{b-1}\cdot 9$$

$$\frac{49b^2}{b^3-1}=\frac{9}{b-1}$$

$$\times\begin{array}{r}36\\40\\\hline 1440\end{array}$$

$49b^3-49b^2=9b^3-9$

$49b^2(b-1)=9(b-1)(b^2+b+1)$

$$\times\begin{array}{r}39\\39\\\hline 351\\117\\\hline 1521\end{array}$$

$49b^2=9b^2+9b+9$

$40b^2-9b-9=0$

$D=81+36\cdot 40=1521\Rightarrow\sqrt{D}=39$

$$\frac{9+39}{80}=\frac{48}{80}=0{,}6$$

$2998=2\cdot 1499$

1000

$2(ab+ab^3+ab^5+\ldots+ab^{2999})=$

$=2b(a+ab^2+ab^4+\ldots+ab^{2998})$

$2b(a+at+at^2+\ldots+at^{1499})=$

$$=2b\left(\frac{a(t^{1500}-1)}{t-1}\right)=\frac{ba(b^{3000}-1)}{b^2-1}=\frac{n\cdot a(b^{3000}-1)}{b-1}$$

$$\frac{0{,}6}{-0{,}64}=\frac{n}{-0{,}4}$$

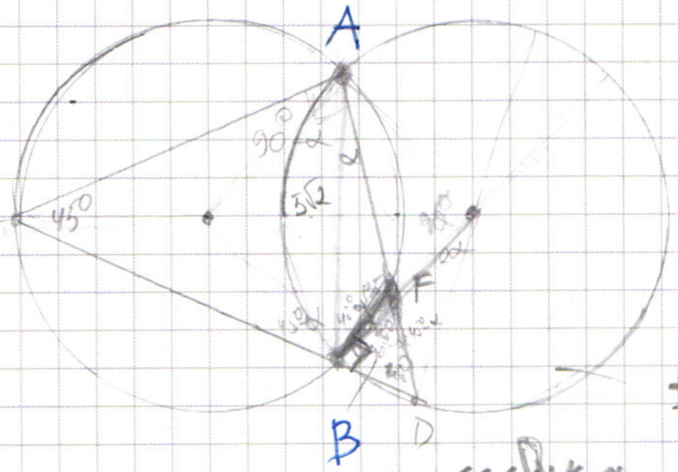
$-0{,}24=-0{,}64n$

$24=64n$

$3=8n\Rightarrow n=\frac{3}{8}\Rightarrow 1\frac{3}{8}$ раз

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)


A
C
45°
90°-α
α
3√2
90°
F
B
D

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5 $a\,;\,ab;\,ab^2;\,ab^3$

$\cancel{(a+2b}$ $a(1+b+b^2+b^3) =$

$= \cancel{a(1+b+b^2(b+1)+b^4(b+1)+b^6(b+1)}$

$b^0+b^1+b^2+b^3$

$a(b+1)+ab(b+1) =$

$= (a+ab)(b+1) =$

$= a(b+1)^2$

$ab^3+\frac{ab^3}{b}+\frac{ab^3}{b^2}+\frac{ab^3}{b^3} =$

$= ab^3\left(1+\frac{1}{b}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{b^3}\right.$

$\cancel{a(b+1)+ab(b+}$

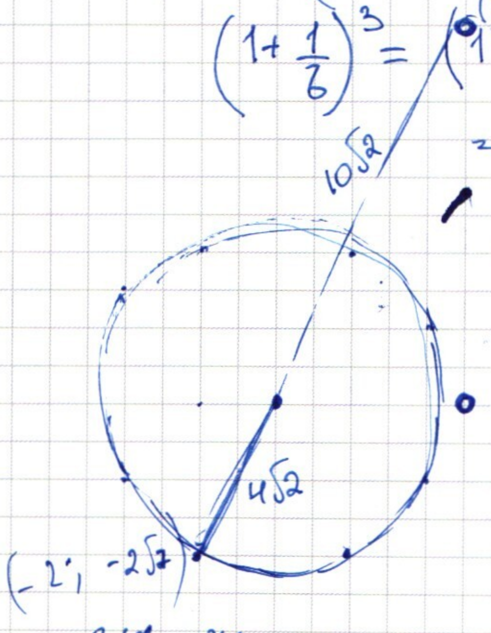
$\left(1+\frac{1}{b}\right)^3 = \left(1+\frac{2}{b}+\frac{1}{b^2}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)$

$= a(b+1)+ab^2(b+1) =$

$= \cancel{a(b^2+1)(b+1)}$

$= 1+\frac{1}{b}+\frac{2}{b}+\frac{2}{b^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{b^3} =$

$= 1+\frac{3}{b}+\frac{3}{b^2}+\frac{1}{b^3}$



$25\cdot 7+25=$

$= 25\cdot 8 \Rightarrow 5\cdot 2\cdot\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

$4\cdot 7+4 = 4\cdot 8$

$2\cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

$-216+24+80=$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$

$\cancel{(x+3)}\ (x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt{2}x^2+\sqrt{2}\cdot 10x+24\sqrt{2}$

$x^3-4x+80$

$\cancel{=125+40+80}$

$\cancel{=64+16+80}$

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=(x+5)^2-1$

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=(x+6)(x+4)$

$\frac{1}{\sqrt{2}}(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=(x+6)(x+4)$

1) $x=-6$

2) $\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt{2}(x+4)$ $\quad x\neq -6$

$x^3-4x+80\geq 0$! ; $x+4\geq 0$!

$x^3-4x+80=2x^2+16x+32$

$x^3-2x^2-20x+48=0$

$64\cdot 4=256 \qquad 6\cdot 6=36$

$-256-32+80+48$

$\cancel{256-32+80+48}$

$64-32-80+48=0$

$-64-32+80+48$

$112-112=0 \quad x=4$

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2-20x+48 & x-4 \\ \hline x^3-4x^2 & x^2+2x-12 \\ \quad 2x^2-20x & \\ \quad 2x^2-8x & \\ \quad\quad -12x+48 & \\ \quad\quad -12x+48 & \\ \quad\quad\quad 0 & \end{array}$$

1) $x=4$

$(x-4)(x^2+2x-12)=0$

2) $x\neq 4 \Rightarrow x^2+2x-12=0$

$D=4+48=52$

$\frac{-2\pm 2\sqrt{13}}{2}=-1\pm\sqrt{13}$

$$\begin{array}{l|l} b^5+0+0+0+0+1 & b+1 \\ \hline b^5+b^4 & b^4-b^3+b^2-b+1 \\ \quad -b^4 & \\ \quad -b^4-b^3 & \\ \quad\quad b^3 & \\ \quad\quad b^3+b^2 & \\ \quad\quad\quad -b^2 & \\ \quad\quad\quad -b^2-b & \\ \quad\quad\quad\quad b+1 & \\ \quad\quad\quad\quad b+1 & \\ \quad\quad\quad\quad\quad 0 & \end{array}$$

$(-1+\sqrt{13})^3=$

$=(\sqrt{13}-1)^2(\sqrt{13}-1)=$

$=(13-2\sqrt{13}+1)(\sqrt{13}-1)=$

$=13\sqrt{13}-13-26+2\sqrt{13}+\sqrt{13}-1$

$=16\sqrt{13}-40 \qquad 16\sqrt{13}-40-4(\sqrt{13}-1)$

$=16\sqrt{13}-40-4\sqrt{13}+4+80$

$12\sqrt{13}+40$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

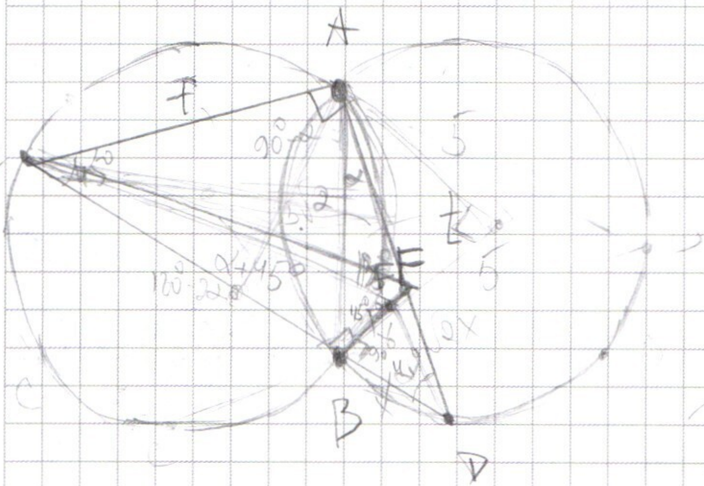
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3000x + 49\cdot 1000x = 10000x$

$52000x = 10000x$



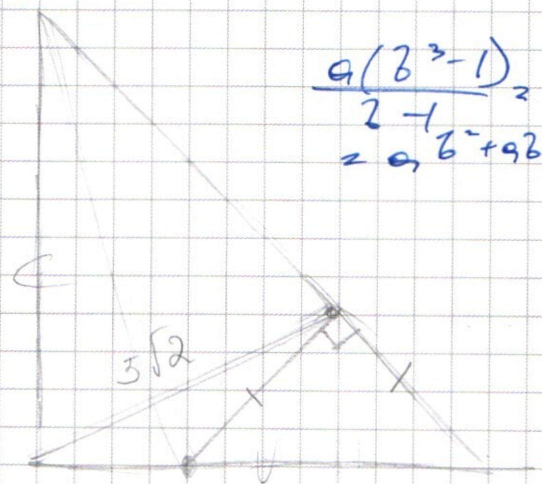
$\frac{a(b^n-1)}{b-1}$

$\frac{a(b^3-1)}{b-1} = a(b^2+b+1) = ab+a+ab^2$

$\frac{a(b^4-1)}{b-1}$

$b^4+0b^3+0b^2+0b-1 \mid b-1$; b^3+b^2+b+1

ab^3+ab^2+ab+a



$\frac{a(b^3-1)}{b-1} = ab^2+ab+a$

$a+ab+ab^2 = \frac{a(b^3-1)}{b-1}$

$a+ab+ab^2+\dots+ab^{2999} = \frac{a(b^{3000}-1)}{b-1}$

$ab^2;\ ab^5;\ ab^8 \dots ab^{2999}$

$= 50(ab^2+ab^5+ab^8+\dots+ab^{2999}) =$

$= 50ab($

$50b^2(a+ab^3+ab^6+\dots+ab^{2997}) =$

$= 50b^2(a+at+at^2+\dots+at^{999}) =$

$= 50b^2\left(\frac{a(t^{1000}-1)}{t-1}\right) =$

$= \frac{50b^2\cdot a\cdot(b^{3000}-1)}{b^3-1}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$y = x + 6$ $\quad$ $y = -x + 6$

1) ~~$+y-6$~~

$y - 6 - x \geq 0$; $y - 6 + x \geq 0$

$y - 6 - \cancel{x} + y - 6 + \cancel{x} = 12$

$2y = 24$

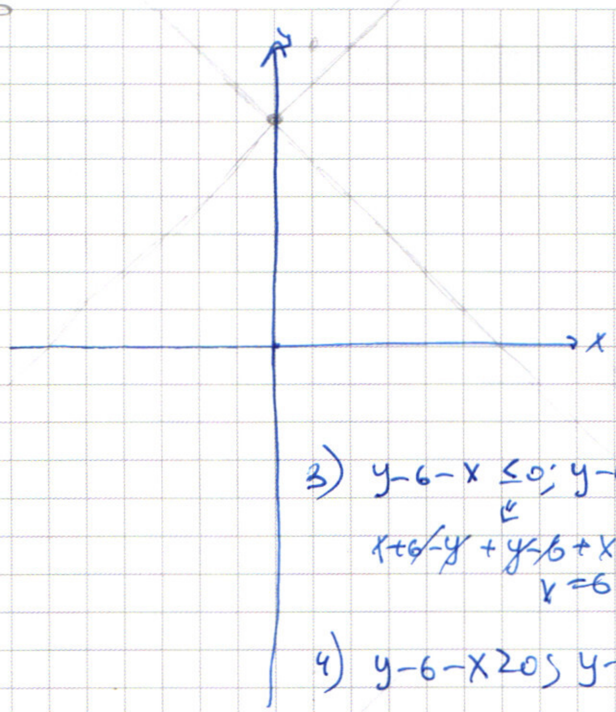
$y = 12$

2) $y - 6 - x \leq 0$; $y - 6 + x \leq 0$

$\cancel{x} + 6 - y + \cancel{-x} + 6 - y = 12$

$-2y = 0$

$y = 0$



3) $y - 6 - x \leq 0$; $y - 6 + x \geq 0$

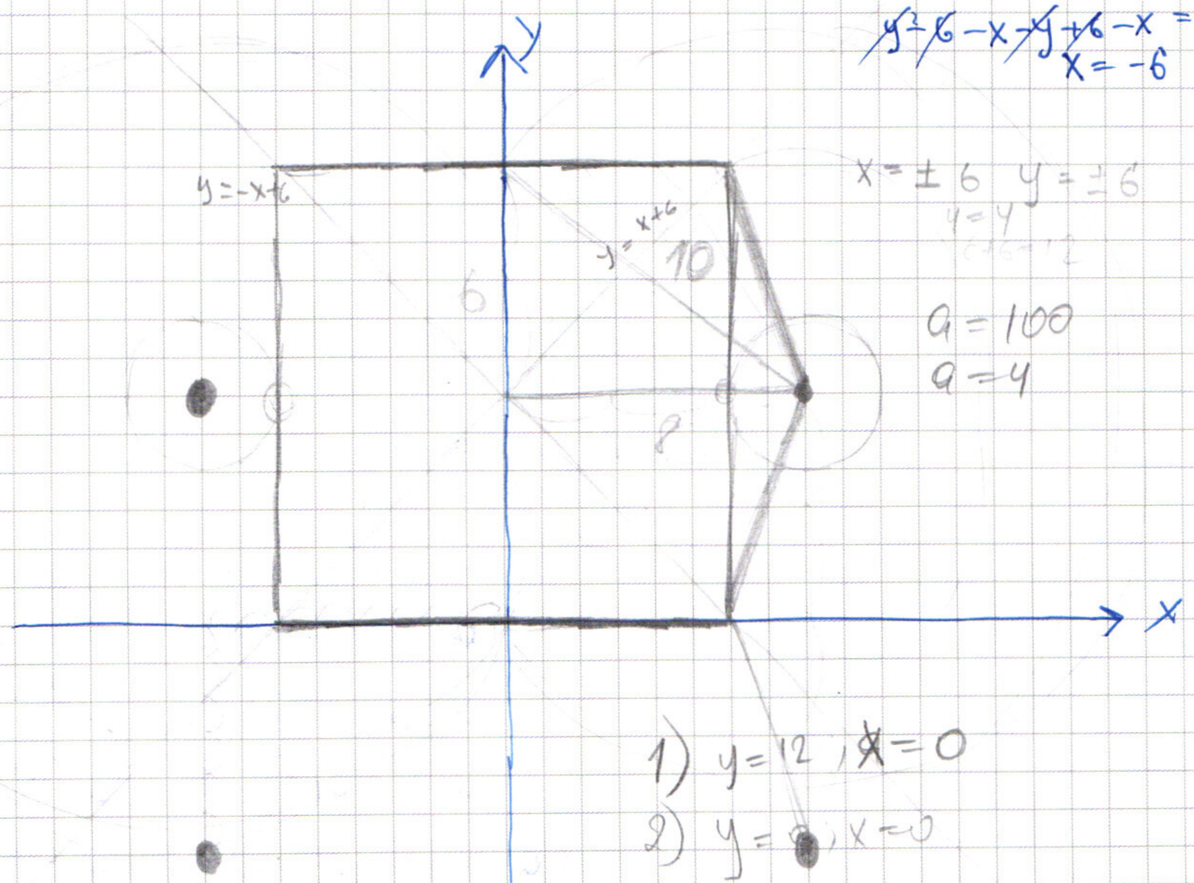
$x + \cancel{6} - \cancel{y} + \cancel{y} - \cancel{6} + x = 12$

$x = 6$

4) $y - 6 - x \geq 0$; $y - 6 + x \leq 0$

$\cancel{y} - \cancel{6} - x - \cancel{y} + \cancel{6} - x = 12$

$x = -6$



$x = \pm 6$ $\quad$ $y = \pm 6$

$a = 100$

$a = 4$

1) $y = 12$, $x = 0$

2) $y = 0$, $x = 0$

☑ черновик $\quad$ ☐ чистовик $\quad$ Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) $\quad$ (Нумеровать только чистовики)