

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФ:

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 1.

$700 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \cdot 1^n$; Рассмотрим наборы возможные цифр.

а) $7, 2, 2, 5, 5, 1, 1, 1 \Rightarrow$ кол-во расст. этого набора: $\frac{8!}{3! 2! 2!}$

б) $7, 4, 5, 5, 1, 1, 1, 1 \Rightarrow$ кол-во расст. этого набора: $\frac{8!}{4! 2!}$
(Остальные наборы невозможны: $14, 35, 10, 25$ не могут являться цифрами)
Всего кол-во расстановок $\Rightarrow$ и чисел в целом равно:

$$\frac{8!}{3! 2! 2!} + \frac{8!}{4! 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} =$$

$$= 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \frac{3}{2} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 5 = 63 \cdot 40 = 2520.$$

Ответ: 2520 чисел.

Задание 2.

$b_1, b_2, \dots, b_{3000}$ - геометрическая прогрессия, где $b_1 > 0$, а q (знаменатель прогрессии) $\Rightarrow q > 0$. S - сумма геом. прогрессии:

$$S = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1};$$

Сумму, где все члены с номерами ≥ 3 , увеличим в 50 раз, назовём S_1 , а сумму, где все члены с номерами ≥ 2 , увеличим в 2 раза, назовём S_2 .

По условию: $S_1 = 10S$

Найти: S_2/S - ?

Решение: $S_1 = b_1 + b_2 + 49b_3 + b_3 + 49b_6 + b_6 + b_4 + b_5 + \dots + b_{3000} + 49b_{3000}$

$$= S + 49(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000}) = S + 49(q^2 b_1 + q^5 b_1 + \dots + q^{2999} b_1) =$$

$$= S + 49q^2 b_1 (1 + q^3 + \dots + q^{2997}) = S + 49q^2 b_1 \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} = 10S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 49q^2 b_1 \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} = 9 \cdot \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} \Rightarrow 49q^2 = 9q^2 + 9q + 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 1440 = 1521 = 39^2$$

$$q = \frac{9 \pm 39}{80}; \begin{cases} q = -\frac{30}{80} \text{ не уга.} \\ q = \frac{48}{80} \checkmark \end{cases}$$

$$q = \frac{3}{5}$$

$$S = b_1 \cdot \frac{q^{300} - 1}{q - 1} \Rightarrow S_1 = S + \frac{q \cdot S}{q + 1} = S \cdot \frac{2q + 1}{q + 1};$$

$$S_1 = S \cdot \frac{2 \cdot \frac{3}{5} + 1}{\frac{3}{5} + 1} = S \cdot \frac{11}{8} \Rightarrow \frac{S_1}{S} = \frac{11}{8}$$

Ответ: увеличится в $\frac{11}{8}$ раза.

№8. Задача 3.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24 \quad | \cdot \sqrt{2} \quad | \boxed{x^3 - 4x + 80 \geq 0}$$

$$(x + 6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x + 6)(x + 4)$$

I. $x = -6$ явл. корнем? Нет, потому что

$$x^3 - 4x + 80 \geq 0, \text{ но } -216 + 104 = -112 < 0, \text{ что невозможно}$$

$$\text{но } \Rightarrow \boxed{x \neq -6} \Rightarrow \text{можем делить на } (x + 6):$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x + 4); \text{ где } \boxed{x \geq -4}$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2(x + 4)^2 \geq 0 \quad \checkmark$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$(x - 4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 12 = 13$$

$$\begin{cases} x = -1 + \sqrt{13} \\ x = -1 - \sqrt{13} \text{ (не уга. уга.)} \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} -1 - \sqrt{13} < -4 \\ 4 < 1 + \sqrt{13} \\ 3 < \sqrt{13} \end{array}$$

Ответ: $x \in \{-1 + \sqrt{13}; 4\}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$$

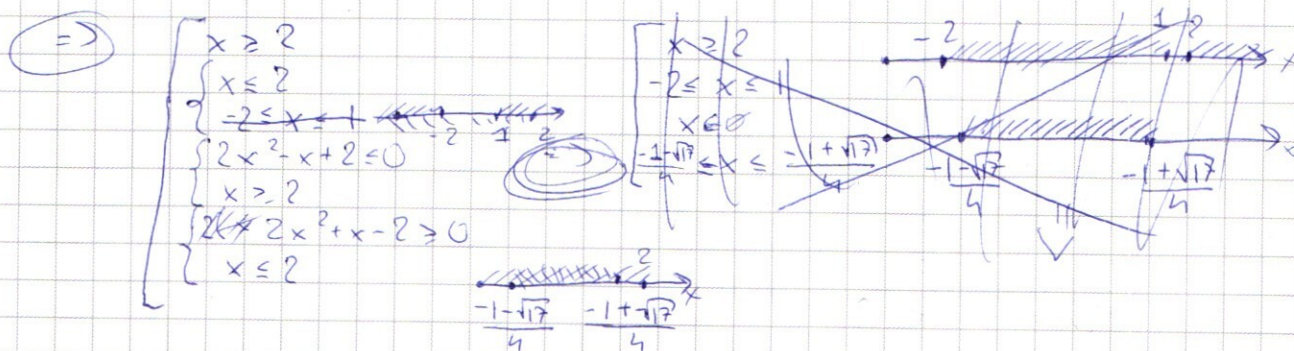
$$2(x^2)^2 + (x-2)^2 - 3x^2|x-2| \geq 0$$

$$(2x^2 - |x-2|)(x^2 - |x-2|) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - |x-2| \geq 0 \\ x^2 - |x-2| \geq 0 \\ 2x^2 - |x-2| \leq 0 \\ x^2 - |x-2| \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - |x-2| \geq 0 \\ 2x^2 \leq |x-2| \end{cases} \quad (1)$$

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} x^2 \geq |x-2| \\ 2x^2 \leq |x-2| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \geq x-2 \\ 2x^2 \leq x-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - x + 2 \geq 0 \\ x \geq 2 \\ x^2 + x - 2 \leq 0 \\ x \leq 2 \\ 2x^2 - x + 2 \leq 0 \\ x \geq 2 \\ 2x^2 + x - 2 \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$D_1 = 1 - 16 = -15 < 0 \Rightarrow 2x^2 - x + 2 > 0$$

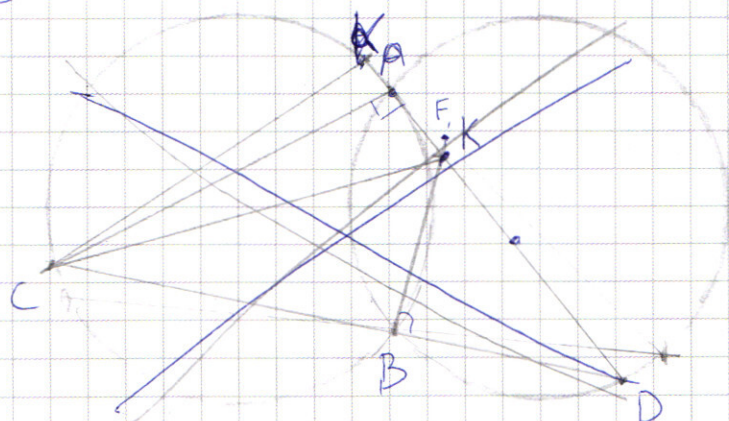
$$D_2 = 1 + 16 = 17; x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$



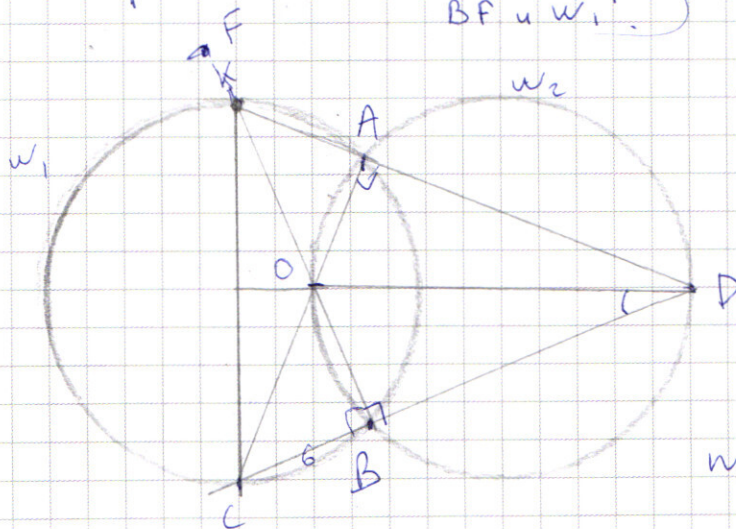
$$(1) \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \in (-\infty, -2] \cup [1, 2] \\ x \in \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}, \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \end{cases} \Rightarrow$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty, -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}, \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1, +\infty)$$

Задание 6



$O \rightarrow$ т. пересечения BF и w_2 ; $K \rightarrow$ т. перес. BF и w_1 .



Дано:

$BF \perp CD$; $BF = BD$, F на 1 от CD ,
 $\angle CAD = 90^\circ$; $BC = 6$

Найти:

а.) ~~BF~~ ; б.) S_{ACF}

~~а) 1. $\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle OAD = 90^\circ$ (OD - диаметр)
 $\Rightarrow \angle OAD = 90^\circ$~~

а.) 1. $\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow AD$ - диаметр $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle OAD = 90^\circ$ (OD - диаметр)
 $\Rightarrow \angle OAD = 90^\circ$ (OD - диаметр)
 $\Rightarrow K, A$ и D лежат на 1-й прямой.

2. OD и KC - диаметры, равны 10.

3. Пусть посчитаем BD : $BD = OD \cdot \cos \angle ODB = 10 \cdot \cos \angle KDB$
 $= 10 \cdot \cos \angle CKB = KC \cdot \cos \angle CKB = KB = BF = F = K$
 (по усл. на 1-й ст. от DC).

4. $FC = FK = 10$. При т. K , лежащей внутри мен. дуги AB , рассуждения аналогичны.

б.) 1) K лежит на большей дуге AB , т.к. при в этом случае $BK + KO = BO \Rightarrow 8 + KO = 6$, что невозможно.

2) $BC = 6$; $KC = 10 \Rightarrow BK = 8 \Rightarrow BD = 8$.

3) $\angle KDB = 45^\circ = \angle KOA = \angle COB = 45^\circ = 90^\circ - \angle OCB \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle OCB = \angle COB = 45^\circ \Rightarrow \triangle CBO - \text{равнобедренный} \Rightarrow CB = BO = 6$.

4) $KO = KB - BO = 8 - 6 = 2$. 5) $CO = 6\sqrt{2}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6). По Th. косинусов: ΔKOC :

$$+2 \cdot \cos \angle KCO \cdot KC \cdot CO = KC^2 + CO^2 - KO^2$$

$$\cos \angle KCO = \frac{KC^2 + CO^2 - KO^2}{2 \cdot KC \cdot CO} = \frac{100 + 72 - 4}{2 \cdot 10 \cdot 6\sqrt{2}} = \frac{50 + 36 - 2}{60\sqrt{2}}$$

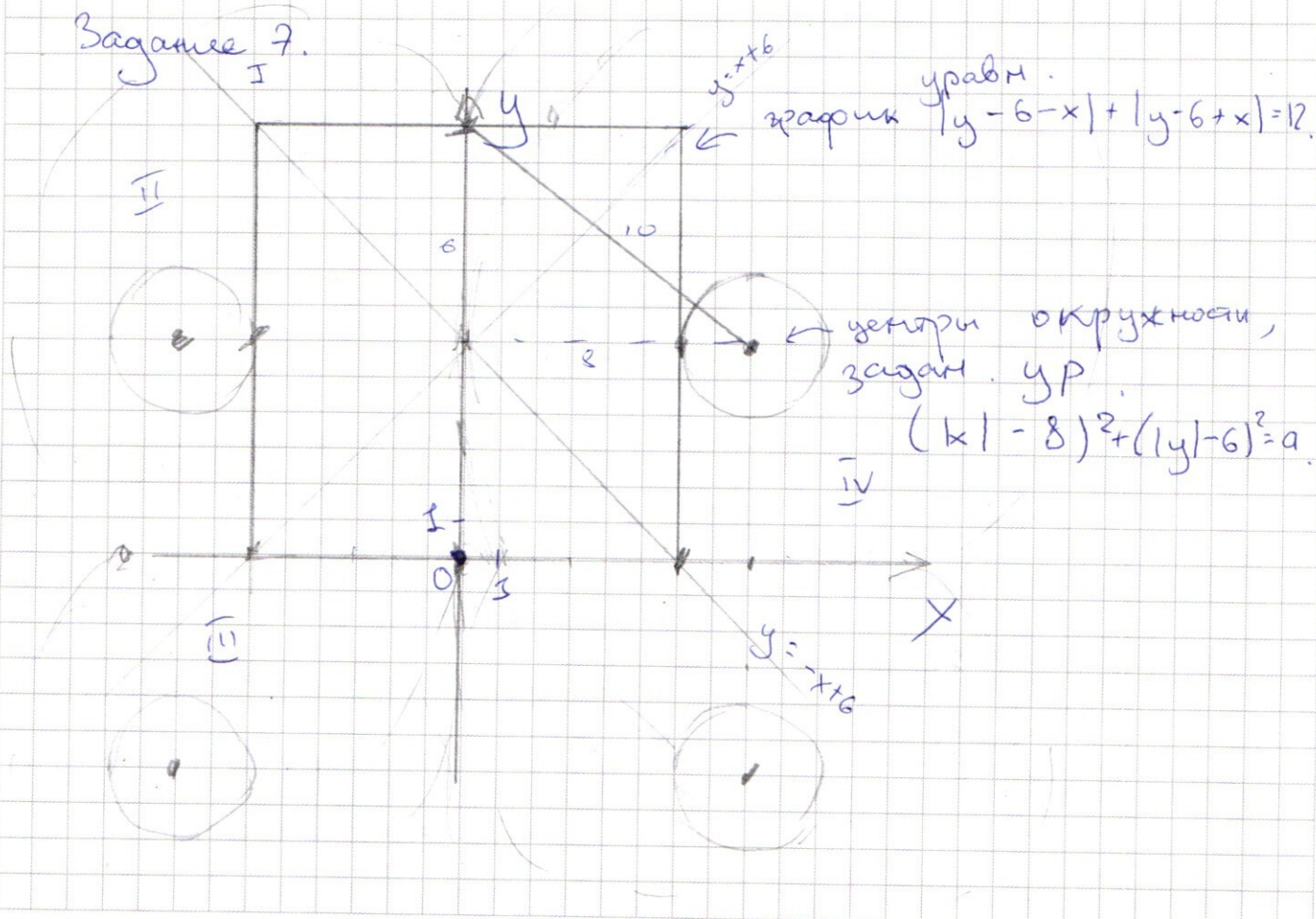
$$= \frac{42}{15\sqrt{2}} = \frac{21\sqrt{2}}{30} = \frac{7\sqrt{2}}{10} \Rightarrow \sin \angle KCO = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

7). $KA = 10 \cdot \sin \angle KCO = \sqrt{2}$
 $AC = 10 \cdot \cos \angle KCO = 7\sqrt{2} \Rightarrow S = \frac{KA \cdot AC}{2} = 7$

Ответ: а). $CF = 10$

б). $S_{ACF} = 7$

Задача 7.



Построим $|y-6-x| + |y-6+x| = 12$

$$\text{I. } \begin{cases} y-6 \geq x \\ y-6 \geq -x \end{cases} \Rightarrow y=12$$

$$\text{IV. } \begin{cases} y-6 \leq x \\ y-6 \geq -x \end{cases} \Rightarrow x=6$$

$$\text{II. } \begin{cases} y-6 \geq x \\ y-6 \leq -x \end{cases} \Rightarrow x=-6$$

$$\text{III. } \begin{cases} y-6 \leq x \\ y-6 \leq -x \end{cases} \Rightarrow y=0$$

Рассмотрим график $(|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a$ и его перес.

при $a \leq 0$ - решений нет графика не существует. $\square$

при $a < 4$ - решений нет

при $a = 4$ - 2 решения

при $4 < a < 100$ - 4 решения

при $a = 64$ - 5 решений

при $a = 100$ - 2 решения $(10^2 = 6^2 + 8^2)$

при $64 < a < 100$ - 6 решений

при $a > 100$ - решений нет

Ответ:

~~$a=4, a=100$~~

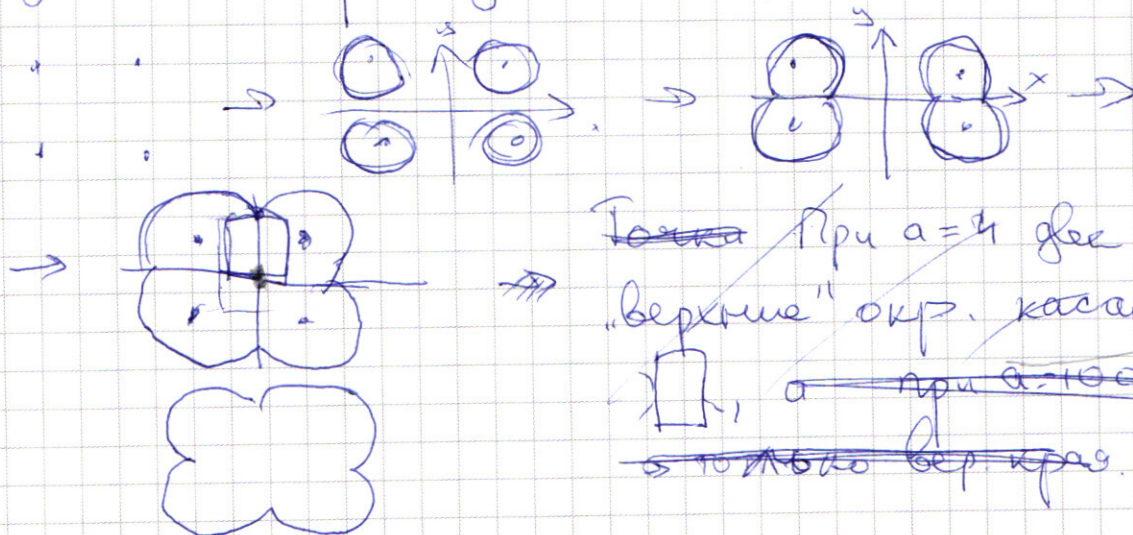
$a \in \{4; 100\}$

~~$a \in \{4, 100\}$~~

* Примечание.

График $(|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a$

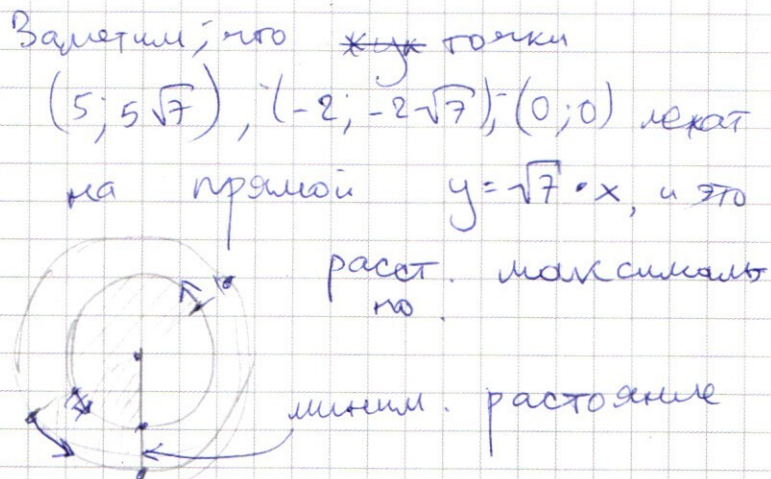
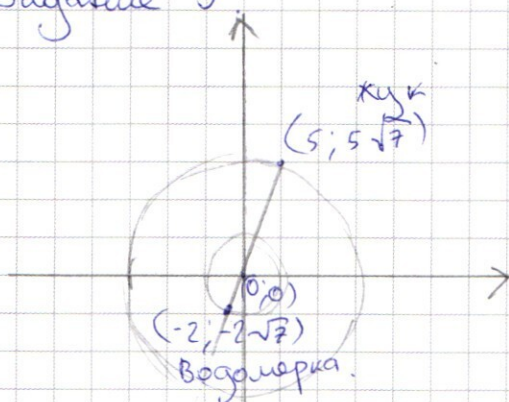
ведёт себя при y так:



Точка При $a=4$ две "верхние" окр. касаются $\square$, а при $a=100$ - только верхняя.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5



t_1 — время от макс. → мин.

t_2 — время от мин. → макс.

$T_B = \frac{l_2}{v_2}$ — период водомерки (за 1к. пройдёт круг)

$T_* = \frac{l_1}{v_1}$ — период жука

l_1' — Пройденный путь жуком за t_1

l_2' — Водомерка за t_1 (из геометрии)

R — радиус окр., по которой бежит жук

r — радиус окр., по которой бежит водомерка

l_1 — длина окр. жука

l_2 — длина окр. водомерки

v_1 — скорость жука

$v_2 = 2v_1$ — скорость водомерки

$$1) \quad \frac{l_1'}{l_2'} = \frac{R}{r} = \frac{2t_1 v_1}{2t_1 v_1 - \frac{l_2}{2}} = \frac{2t_1 v_1}{4t_1 v_1 - l_2} = \frac{5}{2}$$

$$4t_1 v_1 = 20t_1 v_1 - 5l_2$$

$$l_2 = \frac{16}{5} t_1 v_1$$

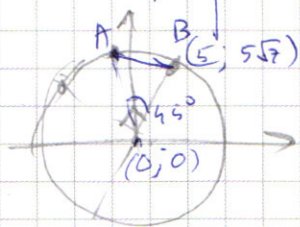
$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{5}{2} \Rightarrow l_1 = \frac{5}{2} l_2 = \frac{16}{5} \cdot \frac{5}{2} t_1 v_1 \Rightarrow$$

$$l_1 = 8t_1 v_1 \Rightarrow T_* = t_1$$

$$2) \quad \begin{cases} \frac{t_2}{T_*} = \frac{t_2}{T_B} - \frac{1}{2} \\ \frac{t_1}{T_*} = \frac{t_1}{T_B} - \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow t_1 = t_2$$

3). Встреча миним. расст. будет пр. через $t = 2t_1 = \frac{1}{4} T_*$

$\Rightarrow$ Точка, при этом достиж., четыре:



$$R = 10\sqrt{2} \Rightarrow AB^2 = 2R^2 - 2R^2 \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= R^2(2 - \sqrt{2}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = R \sqrt{2 - \sqrt{2}} = 10 \sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 200 \\ (x-5)^2 + (y-5\sqrt{7})^2 = 400 - 200\sqrt{2} \end{cases}$$

$$x^2 - 10x + 25 + 25 \cdot 7 + y^2 - 10\sqrt{7} \cdot y = 400 - 200\sqrt{2}$$

$$-10x - 10\sqrt{7}y = -200\sqrt{2}$$

$$x + \sqrt{7}y = 20\sqrt{2}$$

$$y = \frac{20\sqrt{2} - x}{\sqrt{7}}$$

$$(20\sqrt{2} - \sqrt{7}y)^2 + y^2 = 200$$

$$400 \cdot 2 + 8y^2 - 40\sqrt{14} \cdot y = 200$$

$$100 + y^2 - 5\sqrt{14} \cdot y = 25$$

$$y^2 - 5\sqrt{14}y + 75 = 0$$

$$D = 25 \cdot 14 - 75 \cdot 4 = 350 - 300 = 50$$

$$y = \frac{5\sqrt{14} \pm \sqrt{50}}{2}$$

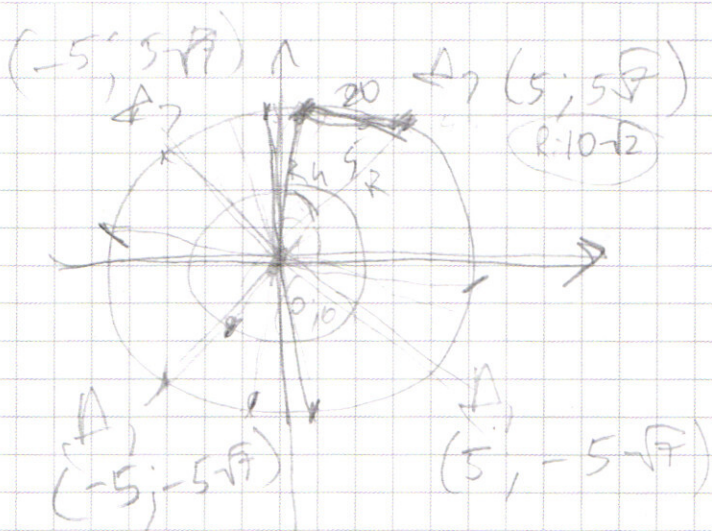
$$x = 20\sqrt{2} - \frac{\sqrt{7} \cdot 5\sqrt{14} \pm \sqrt{7} \cdot \sqrt{50}}{2} = \frac{5\sqrt{2} \mp 2\sqrt{77}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{77}}{2}, \frac{5\sqrt{14} + 2\sqrt{11}}{2} \right)$$

$$\left(\frac{5\sqrt{2} - 2\sqrt{77}}{2}, \frac{5\sqrt{14} + 2\sqrt{11}}{2} \right)$$

$$\left(-\frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{77}}{2}, -\frac{5\sqrt{14} + 2\sqrt{11}}{2} \right)$$

$$\left(-\frac{5\sqrt{2} - 2\sqrt{77}}{2}, -\frac{5\sqrt{14} + 2\sqrt{11}}{2} \right)$$



$$a = 20\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 20$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 200 \\ (x-5)^2 + (y-5\sqrt{7})^2 = 400 \end{cases}$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{7} = 200$$

$$x^2 = 25 \cdot 7$$

$$\begin{cases} x = 5\sqrt{7} \\ y = +5 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 10\sqrt{7}y + 400 = 400$$

$$-10x = -10\sqrt{7}y$$

$$x = -\sqrt{7}y$$

$$y = -\frac{x}{\sqrt{7}}$$

Answer:

$$(5\sqrt{7}, 5)$$

$$(-5\sqrt{7}, 5)$$

$$(5\sqrt{7}, -5)$$

$$(-5\sqrt{7}, -5)$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 14 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 75 \\ \times 4 \\ \hline 300 \end{array}$$

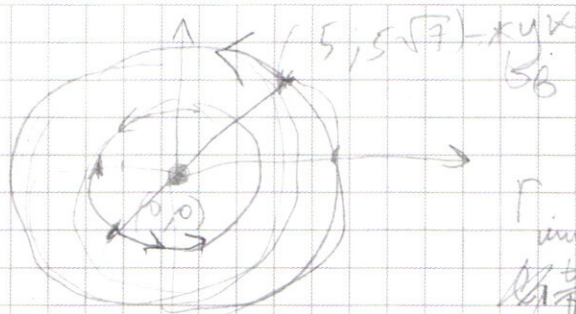
$$40\sqrt{2} - 35\sqrt{2} + 2\sqrt{77}$$

$$\begin{array}{r} 1400 \\ -12 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\frac{35\sqrt{2} + \sqrt{7 \cdot 44}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

[illegible]

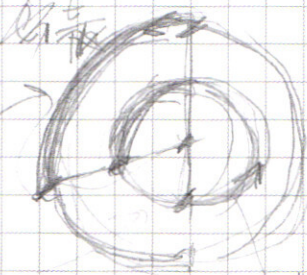


$$5\sqrt{2} = 2 \cdot 5x$$

$$25 + 25 \cdot 2 = 25 \cdot 8$$

$$5 \cdot 2 \sqrt{2}$$

$$r_{\text{inner}} = ?$$



$$4 \cdot 8$$

$$(-2; -2\sqrt{2}) - \text{точка}$$

$$l_1$$

$$l_2$$

$$l_2 = 25x$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{t}{T} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{t}{T} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{t}{T} = \frac{1}{2}$$

$$T_x = \frac{2\pi \cdot 10 \sqrt{2}}{5x}$$

$$T_b = \frac{2\pi \cdot 4 \sqrt{2}}{2 \cdot 5x}$$

$$\frac{t}{T_b} - \frac{t}{T_x} = \frac{1}{2}$$

$$t \left(\frac{1}{T_b} - \frac{1}{T_x} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{t \cdot 5x \cdot 2}{2\pi \cdot 4 \sqrt{2}} - \frac{t \cdot 5x}{2\pi \cdot 10 \sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$t \cdot 5x \left(\frac{5}{\pi \cdot 20 \sqrt{2}} - \frac{1}{20\pi \sqrt{2}} \right) = \frac{1}{2}$$

$$t \cdot 5x \cdot \frac{1}{5\sqrt{2} \cdot \pi} = \frac{1}{2}$$

$$t \cdot 5x = \frac{5\sqrt{2} \cdot \pi}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$$

$$x^2(1-3|x-2|) + 2x^4 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + (x-2)^2 - 3x^2|x-2| \geq 0$$

$$|x-2| \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} x-2 & x \geq 2 \\ 2-x & x < 2 \end{cases}$$

$$2a^2 + b^2 - 3ab \geq 0$$

$$a(2a-3b)$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 \geq 0$$

$$2a(a-b) + b^2 - ab \geq 0$$

$$2a(a-b) - b(a-b) \geq 0$$

$$(2a-b)(a-b) \geq 0$$

$$(2x^2 - |x-2|)(x^2 - |x-2|) \geq 0$$

⇓

$$\begin{cases} 2x^2 - |x-2| \geq 0 \\ x^2 - |x-2| \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - |x-2| \leq 0 \\ x^2 - |x-2| \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - |x-2| \geq 0 \\ x^2 - |x-2| \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 \geq |x-2| \text{ ①} \\ x^2 \leq |x-2| \text{ ②} \end{cases}$$

1. a $x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq x-2$
 $x^2 - x + 2 \geq 0$
 $D = 1 - 8 = -7 < 0$
 $a > 0$ $\Rightarrow$ $\checkmark$ $\forall x \in \mathbb{R}$

$x \leq 2$
 $x^2 + x - 2 \geq 0$
 $D = 1 + 8 = 9$
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$
 $x = 1, x = -2$
 $\checkmark$

2. a $x < 2$
 $2x^2 - x + 2 \leq 0$

$2x^2 + x - 2 \leq 0$

$D = 1 - 16 = -15 < 0$

$D = 1 + 16 = 17$

Ответ: $(-\infty; -2] \cup [\frac{1-\sqrt{17}}{4}; \frac{1+\sqrt{17}}{4}] \cup [2; +\infty)$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$
 $x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}, x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$
 $\checkmark$

Nº 7. $\int |(y-6)-x| + |(y-6)+x| = 12$

$$\sum_{(a,b) \in A} (|x| - 2)^2 + (|y| - 6)^2 = a$$

$$I \quad \begin{cases} y-6 \geq |x| \\ y-6 \geq -x \end{cases}$$

$$g \geq -x + 6$$

$$127 \times 16$$

$$y - 6 \geq |x|$$

$$y - 6 = 6$$
$$y = 12$$

$$y = 12$$

~~$6 \times 2 = 12$~~

$$\begin{cases} y \geq |x| + 6 \\ y = 12 \\ y = 13 - |x| \end{cases}$$

~~$x \geq y \geq x$~~

$$1 - 6 - 4 = 20$$

$$\text{II } \begin{cases} -y + 6 \geq x \\ y - 6 \leq -x \end{cases} \Rightarrow |y - 6| \leq -x$$

$$\partial \geq 1$$

$$y - 6 - x + 6 - y - x = 12$$

$$x = -6$$

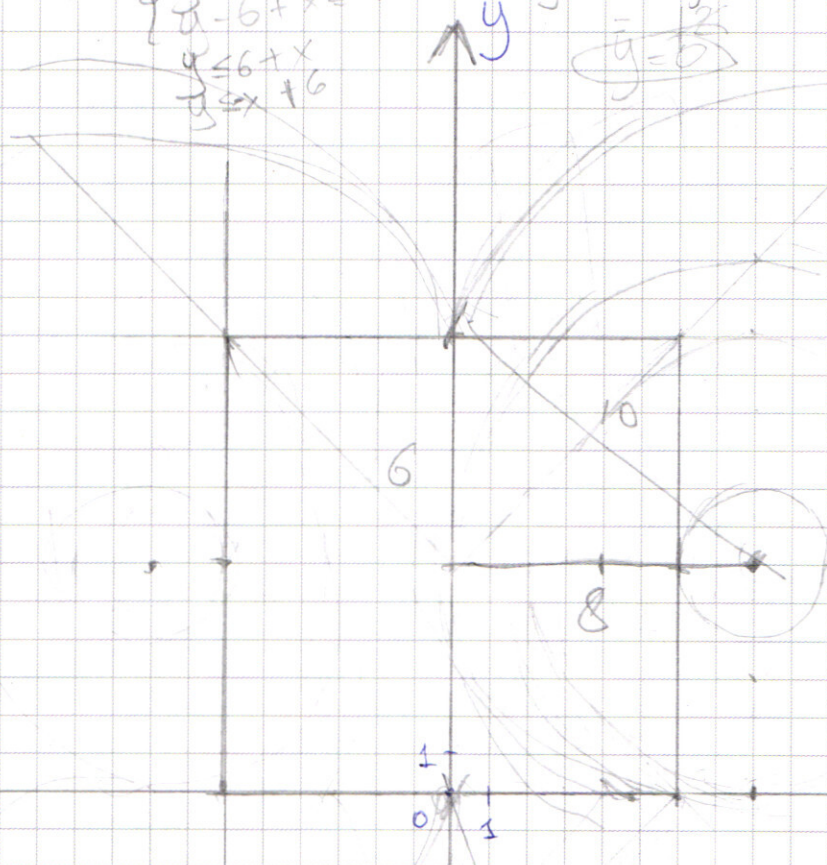
$$\begin{aligned} y - 6 - x &\leq 0 \\ y - 6 + x &\leq 0 \\ y &\leq 6 + x \\ y &\leq x + 6 \end{aligned}$$

$$x - y + 6 \neq x - y + 6$$

$$y - b \leq -x$$

$$y - 6 \geq x$$

$$\begin{cases} y \geq x+6 \\ y \leq -x+6 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y - 6 + x \geq 0 \\ x - 6 - y \geq 0 \end{cases}$$

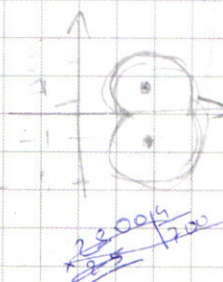
$$X = E$$

$$y = -x + 6$$

$$\cancel{y} = x + 6$$

$$d = 4$$

$$a = 100$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$r_2 = r_1 = 5$
 $25 - 1 + 18$
 $CF = ?$
 $CF = 10$
 $CF = 10$

$KA = \frac{10 \cdot \sqrt{2}}{10} = \sqrt{2}$

$8 \cdot 2 + 100 - 2 \cdot 60\sqrt{2} \cdot \cos B = 4$
 $168 = 120\sqrt{2} \cdot \cos B$

$\cos B = \frac{168\sqrt{2}}{240} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$

$$b, \quad qb, \quad q^2b, \quad q^3b, \quad \dots$$

$$\downarrow \quad \quad \quad \downarrow$$

$$2qb, \quad 2q^3b, \quad \dots$$

$$1+a+a^2+\dots+a^{1429} = \frac{a^{1500}-1}{a-1}$$

$$S_2 = S + 2qb + q^3b + \dots + q^{2999}b = b \cdot q(1+q^2+\dots+q^{2998})$$

$$= \frac{b \cdot q(q^{3000}-1)}{q^2-1} + S$$

$$S = \frac{b(q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$S \cdot \frac{q}{q-1} = S \cdot \frac{3}{8/5} = \frac{3}{8} S$$

$$\textcircled{S_2} = \frac{3}{8} S + S = \textcircled{\frac{11}{8} S}$$

№3

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+6)(x+4)$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 8x + 16) \geq 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 4x - 16x + 80 - 32 = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x = -1 \pm \sqrt{13}$$

1	-2	-20	+48
+1	2	-12	0

$$\textcircled{x=4} \quad \checkmark$$

Ответ $x=4$

$$x = -1 + \sqrt{13}$$

$$x = -1 - \sqrt{13}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$0.6 \cdot 0.0001 = 7100 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \cdot 11 \cdot 11$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 36 \\ \times 6 \\ \hline 144 \end{array}$$

Kon-bo-?

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 63 \\ \hline 180 \\ 1260 \\ \hline 2520 \end{array}$$

2520
No 2 $q = \frac{3}{5}$

Omlaet: 2520

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 39 \\ \hline 18 \\ + 390 \\ \hline 78 \end{array}$$

$b_1, b_2, \dots, b_n$ - задан. произв.

S. $a^1 b$, $a^2 b$, $a^3 b$, $a^4 b$, $a^5 b$, $a^6 b$

$\begin{matrix} \textcircled{509876} > 0 \\ \textcircled{50986} > 0 \end{matrix}$

5003, ... 63k, ... 63000

$$S_1 = 10 S$$

$$\frac{49 \cdot 2 \cdot 1000 \cdot 3}{10^3 - 1} = 1$$

$$\frac{b_1(a^n - 1)}{a - 1} = S$$

$$D = 81 + 1440 - 1521 = 39^2 - 9 = 0$$

$$S_1 = 10S = \frac{106 \cdot (3000 - 1)}{9 \cdot 11} = 5 + 49q^2b_1(1 + q^3 + q^6 + q^9) \quad q = \frac{2 \pm \sqrt{39}}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 43q^2(1+q^3 + q^{\frac{2 \cdot 30}{3}}) = 96 \cdot \frac{(q^{30}-1)}{q-1} \cdot q^{\frac{-48}{80} - \frac{6}{10} - \frac{2}{5}}$$