

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓ 1.

$100 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \Rightarrow$ возможные 2 набора цифр: $\overbrace{7, 2, 2, 5, 5, 1, 1}^4$
 $7, 4, 5, 5, 1, 1, 1$

Количество различных чисел для 1-го набора:

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

Количество различных чисел для 2-го набора: $\frac{8!}{2! \cdot 4!} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3$

Итого: $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 + 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 9 = 2520$.

Ответ: 2520.

✓ 2.

$$S = b \cdot q^{\frac{3000}{q-1}}; q \neq 1$$

$$S + 49 \cdot b \cdot q^2 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} = \frac{10}{9} S \Rightarrow 49 b \cdot q^2 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} = \frac{1}{9} S \quad \Rightarrow \frac{49 q^2 (q-1)}{q^3 - 1} = \frac{1}{9}$$

$$49(q^3 - q^2) = \frac{1}{9} q^3 - \frac{1}{9} q \Rightarrow 40q^3 - 49q^2 + q = 0;$$

Очевидно, один из корней: $q = 1$

$$(q-1)(q-\frac{3}{5})(q+\frac{3}{5}) = 0; q = -\frac{3}{5} \text{ не удовлетворяет, т.к. все } b > 0$$

$$S + b \cdot q^{\frac{3000}{q-1}} = X \Rightarrow \frac{q(q-1)}{q^2-1} = \frac{q}{q+1} = \frac{X-S}{S} \quad (q = \frac{3}{5})$$

$$\frac{3}{8} = \frac{X-S}{S} \Rightarrow X = \frac{11}{8} S$$

$$q = 1: S = 3000 b,$$

$$3000 b, + 49000 b, \neq 30000 b, \Rightarrow q = 1 \text{ — невозможно.}$$

Ответ: Цена увеличится на $\frac{3}{8} S$ ($S_x = \frac{11}{8} S$)

✓3.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24; \quad ; x^3 - 4x + 80 \geq 0$$

$$\frac{(x+6)}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)$$

$$(x+6)(\sqrt{x^3 - 4x + 80} - \sqrt{2}(x+4)) = 0.$$

$$x_1 = -6;$$

$$x \neq -6: \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+4); \quad ; x \geq -4.$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0.$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0.$$

$$x_2 = 4.$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 48}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = -1 \pm \sqrt{13}$$

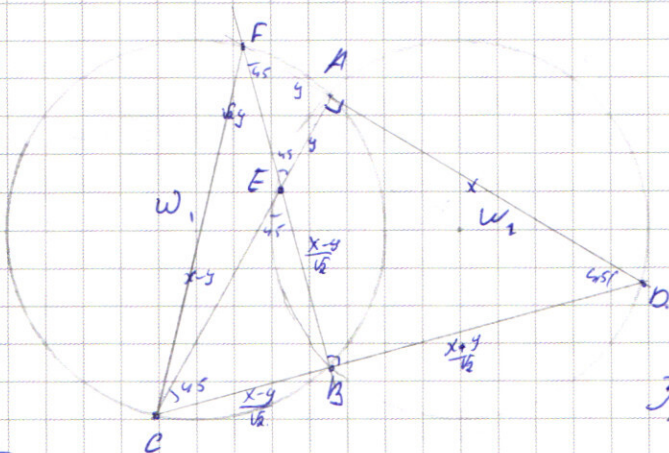
$$\sqrt{13} > \sqrt{9} > 3 \Rightarrow -1 - \sqrt{13} < -4$$

$$\sqrt{13} - 1 > -4$$

$$(-6)^3 - 4(-6) + 80 = -216 + 24 + 80 < 0.$$

Ответ: 4, $-1 + \sqrt{13}$.

✓6.



ω_1 и ω_2 - окружности с равными радиусами $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ хорда AB отсекает у них

равные дуги $\Rightarrow \angle ABC = \angle ACB$,

как опирающиеся на равные

дуги $\Rightarrow \angle ADC = \angle ACD = 45^\circ$

Продлим DA до пересечения с ω_2 .

Тогда $\angle APB = 45^\circ$; $\angle ACB$ опирается на хорду AB, как и $\angle ADB$,

кривые они равны $\Rightarrow CF$ лежит на ω_1 ,

Аналог. т. Е - точка пересек. BF и AC; $\angle AEF = 45^\circ (180 - 90 - 45)$

$\angle EAB + \angle EBD = 180^\circ \Rightarrow AEBD$ - впис. четырёхугольник $\Rightarrow E$ лежит на ω_1 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} AF=y \\ AB=x \end{cases} \Rightarrow AE=y, CE=x-y, EF=\sqrt{2}y, BE=BD=\frac{x+y}{\sqrt{2}}, BE=\frac{x-y}{\sqrt{2}}, BC=\frac{x-y}{\sqrt{2}}.$$

$$\angle CBF=90^\circ \Rightarrow CF - \text{диаметр } \omega, \Rightarrow CF=10; CF=\sqrt{x^2+y^2}.$$

Заметим, что если точки C и D меняются местами, то меняются местами и точки E и F , и CF станет DE , что не изменит ответ, т.к. это диаметры равных окружностей.

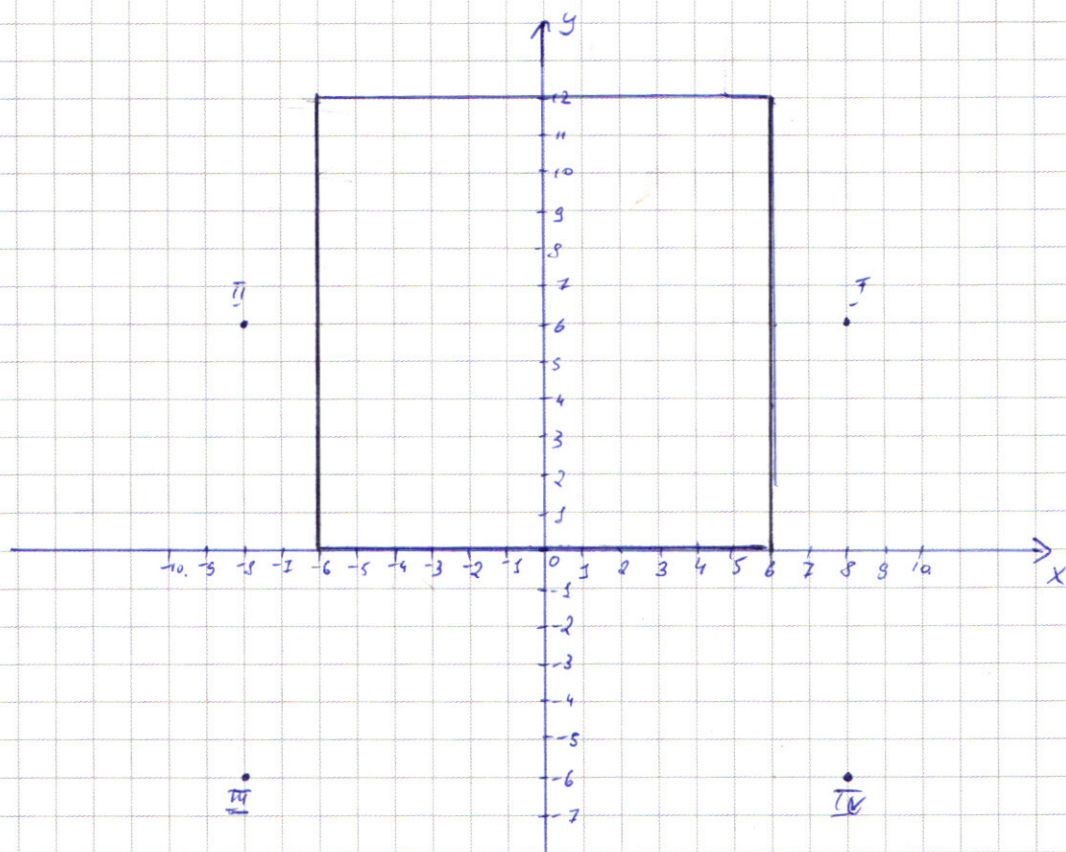
$$BC=6 \Rightarrow \begin{cases} x-y=6\sqrt{2} \\ x^2+y^2=100 \end{cases} \Rightarrow xy=14.$$

$S_{ACF}=\frac{1}{2}xy=7$; Заметим, что ответ опять же не зависит от выбора точек C и D .

ответ: $CF=10$.

$$S_{ACF}=7.$$

№7.



070.

Согласно чр 2 или чр-но системы, должно быть 4 симметричных относительно центра координат.

Пронумеруем их и рассмотрим, сколько пересечений с графиком 1-ой ср-ции имеет каждая из них в зависимости от a .

I и II : $a \in [0; 4)$ - 0 корней

III и IV : $a \in [0; 40)$ - 0 корней

III и IV : $a = 4$ - 1 корень

$a = 40$ - 1 корень

$a \in (4; 196)$ - 2 корня

$a \in (40; 520)$ - 2 корня

$a = 196$ - 3 корня

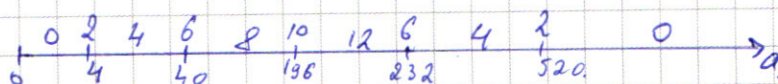
$a = 520$ - 1 корень

$a \in (196; 232)$ - 4 корня

$a \in (520; \infty)$ - 0 корней

$a = 232$ - 2 корня

$a \in (232; \infty)$ - 0 корней



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Из полученной кр-ва пересечений очевидно, что
каким a система имеет 2 корня: $a=4$
 $a=520$.

Ответ: 4, 520.

✓ 4.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 | x-2 | + 4 \geq 0.$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ 2x^4 - 3x^2 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$(ax^2 + bx + c)(x^2 + ex + f) = \\ = 2x^4 - 3x^2 + 7x^2 - 4x + 4.$$

$$\begin{cases} (x^2 - x + 2)(2x^2 - x + 2) \geq 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$$

$$D_1 = 1 - 4 = -3 < 0$$

$$D_2 = 1 - 16 = -15 < 0$$

$$\Rightarrow x \geq 2.$$

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ 2x^4 + 3x^2 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+2)(x-1)(2x^2+x-2) \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{17}-1}{4} = \frac{(\sqrt{17}-1)(\sqrt{17}+1)}{4(\sqrt{17}+1)} = \frac{4}{\sqrt{17}+1}$$

$$\sqrt{17} > \sqrt{16} > 4 \Rightarrow \sqrt{17} + 1 > 4 \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{17}+1} < 2$$

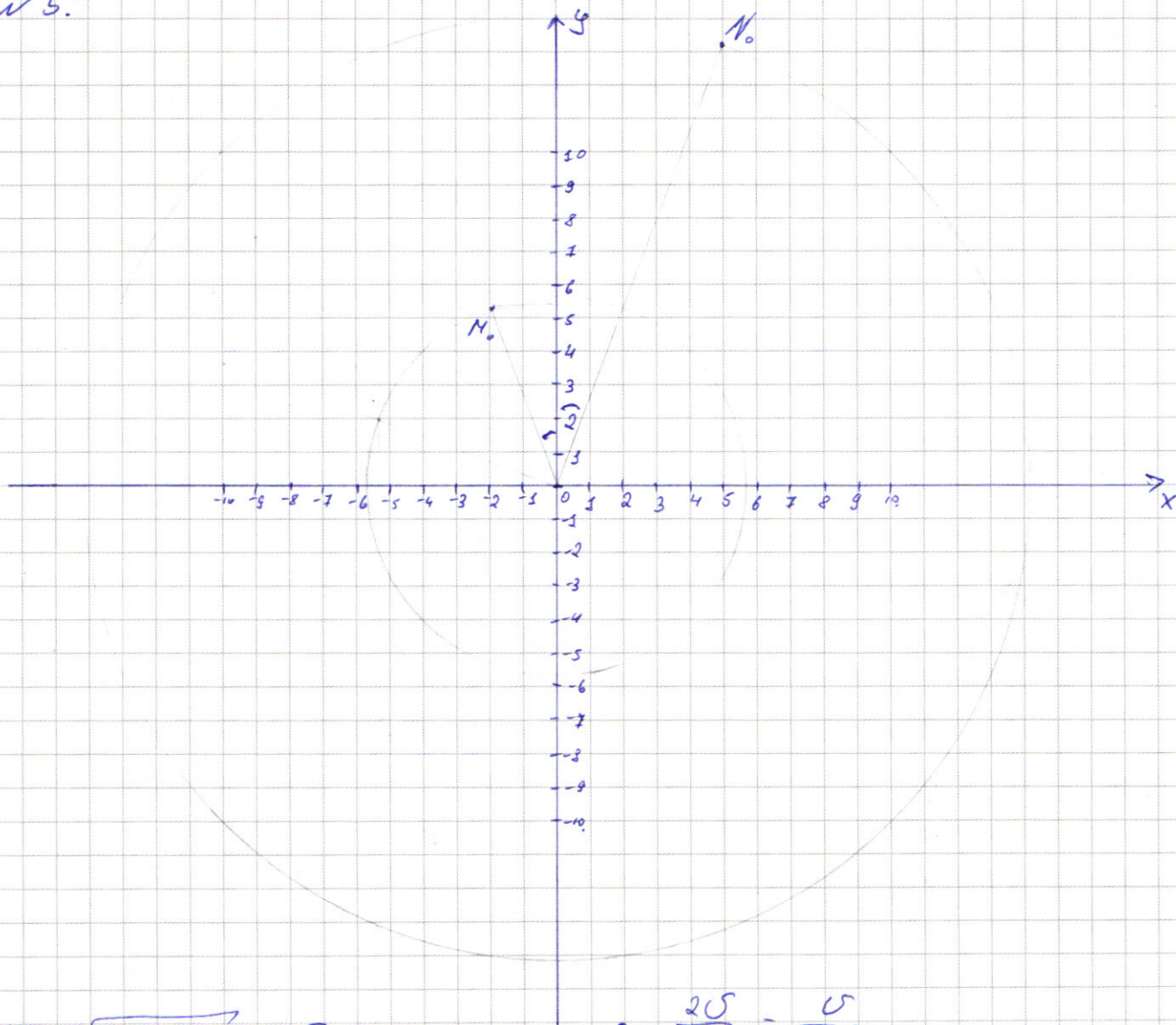
$$\Rightarrow \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} < 2.$$



$$x \in [-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{\sqrt{17}-1}{4} \right] \cup [1; 2]$$

Ответ: $[-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{\sqrt{17}-1}{4} \right] \cup [1; \infty)$

№5.



$$R_M = \sqrt{4 + 4 \cdot 7} = 4\sqrt{2}$$

$$\omega_M = \frac{25}{R_M} = \frac{5}{2\sqrt{2}}$$

$$R_N = \sqrt{25 + 25 \cdot 7} = 10\sqrt{2}$$

$$\omega_N = \frac{5}{R_N} = \frac{5}{10\sqrt{2}}$$

$$\varphi_M \begin{cases} \varphi_M = \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{5}{2\sqrt{2}} t \\ \varphi_M = -\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{5}{10\sqrt{2}} t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \varphi_M - \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 5(\varphi_N + \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right))$$

$$\varphi_M = 5\varphi_N + 6\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

Хит - т.к. угловая скорость ведомерки равна с раб. больше скорости туча, то в момент возвращения туча в N_0 , ведомерка окажется в N_0 , т.е. будет замкнется и будут повторение, т.е. $\varphi_N < 2\pi$.

$$\varphi_M = \chi\pi \quad \varphi_M = \chi\pi + \varphi_N, \quad \chi = 0, 2, 4, \dots$$

$$\varphi_N = \frac{\chi\pi - 6\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}{4} \leq 2\pi$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x\pi \leq 9\pi + 6 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)$$

$$\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) < \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) < \frac{\pi}{6}$$

$x \leq 9 + \frac{\pi}{6} \cdot 6 < 9 \Rightarrow$ было ровно 4 точки с минимальным расстоянием между точками и вертикальной

$$\varphi_2 = 4\varphi_1 + 6 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)$$

$$2\pi + \varphi_2 = 5\varphi_2 + 6 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{3}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)$$

$$4\pi + \varphi_2 = 5\varphi_2 + 6 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) \Rightarrow \varphi_2 = \pi - \frac{3}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)$$

$$6\pi + \varphi_2 = 5\varphi_2 + 6 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) \Rightarrow \varphi_2 = \frac{3}{2}\pi - \frac{3}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)$$

$$8\pi + \varphi_2 = 5\varphi_2 + 6 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) \Rightarrow \varphi_2 = 2\pi - \frac{3}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)$$

Заметим, что каждый угол больше предыдущего ровно на 90° .

$$\sin\left(\frac{3}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)\right)$$

$$\sin(\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)) = \frac{2}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}, \quad \cos(\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)) = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

$$\sin\left(\frac{3}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)\right) = \sin\left(\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) + \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)\right)$$

$$= \sin\left(\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)\right) \cdot \cos(\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)) + \sin(\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)) \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)\right) =$$

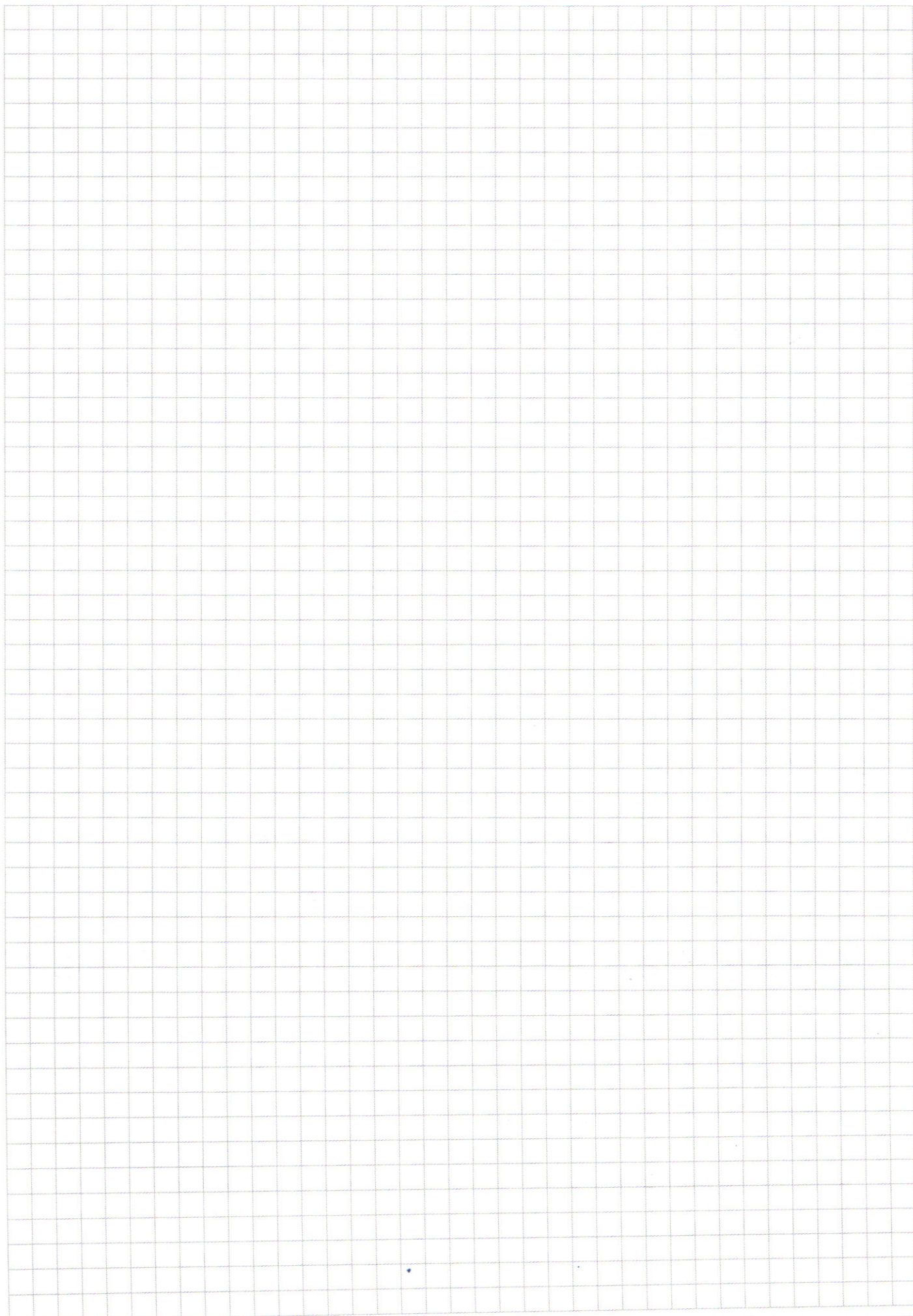
$$= \frac{\sqrt{14}}{4} \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)\right) + \frac{\sqrt{2}}{4} \cos\left(\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)\right)$$

$$\sin\left(\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos(\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right))}{2}} = \sqrt{\frac{4 - \sqrt{14}}{8}}$$

$$\cos\left(\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)\right) = \sqrt{\frac{4 + \sqrt{14}}{8}}$$

$$\sin\left(\frac{3}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)\right) = \frac{\sqrt{14}}{4} \cdot \sqrt{\frac{4 - \sqrt{14}}{8}} + \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \sqrt{\frac{4 + \sqrt{14}}{8}} = \frac{\sqrt{7}}{7\sqrt{8}} \sqrt{4 - \sqrt{14}} + \frac{\sqrt{4 + \sqrt{14}}}{8}$$

$$\sin\left(\frac{3}{2} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)\right) = \frac{1}{8} (\sqrt{28 - 7\sqrt{14}} + \sqrt{28 + 7\sqrt{14}})$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓ 3.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$(\sqrt{2})^3 - 4 \cdot \sqrt{2} = 16\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 96}}{2} = \frac{-10 \pm 2}{2} = -4$$

$$= -6$$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)(x+6)$$

$$(x+6) \left(\sqrt{x^3 - 4x + 80} - \sqrt{2}(x+4) \right) = 0$$

$$x = -6$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+4) \quad ; \quad x \geq -4$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 8x + 16)$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$8 - 8 - 110 + 48 = -30$$

$$27 - 18 - 60 + 48 = -3$$

$$64 - 32 - 80 + 48 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 48}}{2} = -2 \pm \sqrt{52}$$

$$x = -5 \pm \sqrt{13}$$

$$-5 + \sqrt{13} > -4, -6$$

$$\frac{16}{\sqrt{6}}$$

$$256$$

$$21$$

$$\frac{24}{4}$$

$$2.2.2$$

$$244$$

$$104$$

$$\frac{10}{20}$$

$$\frac{32}{48}$$

$$\frac{52}{26.2}$$

$$\frac{13}{1}$$

$$\frac{20}{24}$$

$$\frac{12}{6}$$

$$\frac{3}{3}$$

$$\frac{16}{4}$$

$$\frac{64}{48}$$

$$\frac{11}{2}$$

$$x_1, x_2, x_3 = 48$$

$$11$$

$$2^4 \cdot 3$$

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 20x + 48}{x^3 - 4x^2} \quad | \quad \frac{x-4}{x^2 + 2x + 12}$$

$$\frac{2x^2 - 20x}{2x^2 - 8x}$$

$$-12x + 48$$

$$-12x + 48$$

$$0$$

$$-216 + 80 + 24$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 | x-2 | + 4 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$2x^4 + 2x^2$$

$$-2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 6x^3$$

$$2x^4 - 4x^3 + x^3$$

$$2x^4 -$$

$$5/12 - 1/2 + 1/3 = 5/12 - 6/12 + 4/12 = -1/12$$

$$\frac{1}{8} - \frac{3}{8} + \frac{1}{4} = 2 + 4$$

$$-\frac{1}{4} + 2 - \frac{1}{4} + 2 + 4 = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4} + 2 + 4 = 8 + \frac{1}{4}$$

$$1$$

$$2x^4 - 4x^3 + 4x^3 - 8x^2 + 9x^2 - 18x + 14x$$

$$2x^4 - 4x^3 + x^3 - 2x^2 + 5x^2 - 10x + 6x + 4$$

$$-2x^4 - 2x^3 - x^3 + 3x^2 + 6x^2 - 6x + 4$$

$$2x^3 - 2x^2 + 14x - 4 = 0$$

$$x \geq 2$$

$$(x^2 - x + 2)(2x^2 - x + 2) \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 - x^2 - 3x + 2 | x-1 \\ 2x^3 - 2x^2 \\ \hline x^2 - 3x \\ x^2 - x \\ \hline -2x + 2 \end{array}$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x \leq 2$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$(ax^2 + bx + c)(dx^2 + ex + f)$$

$$\begin{cases} ad = 2 \\ ae + bd = 3 \\ af + be + cd = -5 \\ bf + ce = -4 \\ ef = 4 \end{cases}$$

$$ad = 2$$

$$\begin{cases} (b + e) = -2 \\ 2(a + d) + be = -5 \\ ad = 2 \\ ae + bd = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + e = -2 \\ ad = 2 \\ ae + bd = 3 \\ -2a - 2d + be = -5 \\ 2(a + d) = 5 + be \end{cases}$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4$$

$$2x^4 + 4x^3 - x^3 - 2x^2 - 3x^2 - 6x + 2x + 4$$

$$(x+2)(2x^3 - x^2 - 3x + 2)$$

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 | x+2 \\ 2x^4 + 4x^3 \\ \hline -x^3 - 5x^2 \\ -x^3 - 2x^2 \\ \hline -3x^2 - 4x \\ -3x^2 - 6x \\ \hline 2x + 4 \end{array}$$

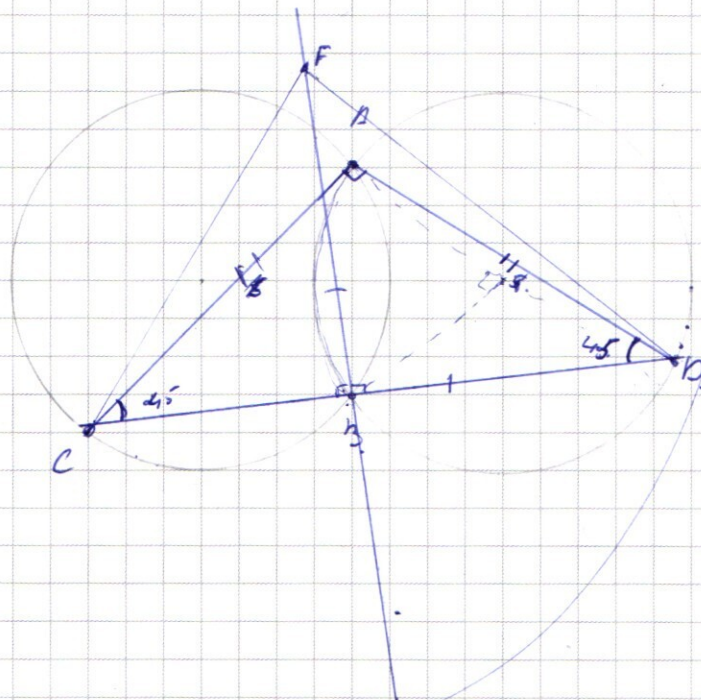
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$r_{AG}^2 = r^2$$

 $\sqrt{6}$

$$L = 2\pi R = 10\pi.$$

$$\frac{4}{3}$$



$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4$$

$$2x^3 - 3x^3 + ax^2 + bx^2 - 4x + 4$$

$$x^2(2x^2 - 3x + 0) + (6x^2 - 4x + 4)$$

$$x^2(2x^2 - 3x + a) \neq \frac{4}{3}(\frac{3}{4}6x^2 - 3x + 3) = 0$$

$$\frac{3}{4}b = 2 \Rightarrow b = \frac{8}{3}$$

$$a = 3$$

$$3 + \frac{2}{3} = 5 + \frac{2}{3}$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 9x + 4 = (ax^2 + bx + c)(dx^2 + ex + f)$$

$$\frac{a}{2}x^4 + \underbrace{aex^3 + atx^2 + bdx^3 + bex^2 + btx}_{-3} + \underbrace{cdx^2 + cex + ct}_{-4} + \frac{d}{4}$$

$$\begin{cases} ad = 2 \\ a\vec{e} + b\vec{f} = -3 \\ a\vec{f} + b\vec{e} = 7 \\ b\vec{f} + c\vec{e} = -4 \\ c\vec{f} = 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} d_1 &= 1 \\ a &= 2 \\ n &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} b + c = -2 \\ 2a + b + 2c = 7 \\ a + c = 2 \\ a + b + c = -3 \end{cases}$$

$$2(a+d) = 8$$

$$\begin{cases} a+d=3 \\ a=d \end{cases}$$

$$a=1 \quad d=2$$

$$b=-1 \quad e=-1$$

$$c=2 \quad f=2$$

$$(x^2 - x + 2)(2x^2 - x + 2) = \cancel{2x^4} - \cancel{2x^3} + 4x^2 - \cancel{x^3} + x^2 - 2x + 2x^2 - 2x + 4 = 3x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

№.

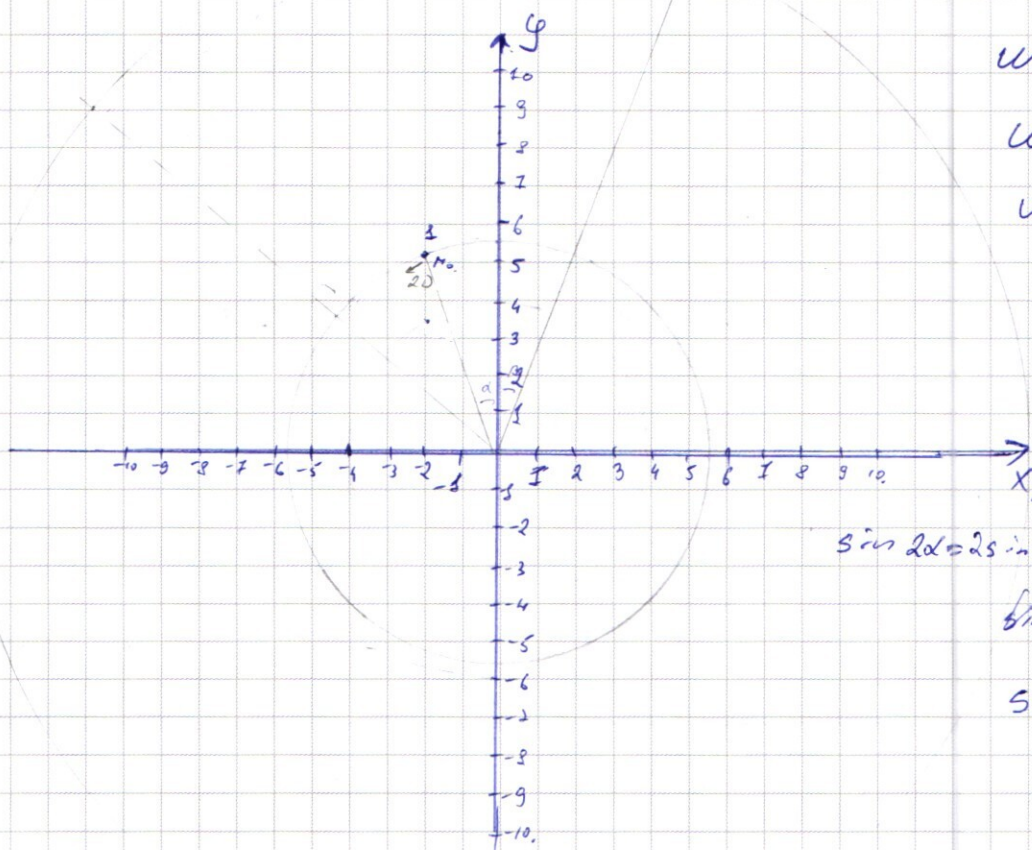
$$U_1^2 + U_2^2 = 2.4^2$$

$$W = \frac{U}{R}$$

$$W_1 = \frac{2U}{4R} = \frac{U}{2R}$$

$$W_2 = \frac{U}{10R}$$

$$\frac{W_1}{W_2} = 5$$



$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \sin \alpha$$

$$\sin(\frac{\alpha}{2})$$

$$\sqrt{4 + 4 \cdot 7} = \sqrt{4 \cdot 8} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{25 + 25 \cdot 7} = 25 \cdot 8 = \sqrt{100^2 \cdot 2} = 10\sqrt{2}$$

$$\varphi_1 = \arctg(\frac{1}{\sqrt{2}}) + \frac{U}{2R} t$$

$$\varphi_2 = -\arctg(\frac{1}{\sqrt{2}}) + \frac{U}{10R} t$$

$$\frac{\varphi_1 - \arctg(\frac{1}{\sqrt{2}})}{U} = \frac{\varphi_2 + \arctg(\frac{1}{\sqrt{2}})}{U}$$

$$\varphi_1 - \arctg(\frac{1}{\sqrt{2}}) = 5(\varphi_2 + \arctg(\frac{1}{\sqrt{2}}))$$

$$\varphi_1 = 5\varphi_2 + 6 \arctg(\frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$2\pi + \varphi_2 = \varphi$$

$$2\pi + \varphi_2 = 5\varphi_2 + 6 \arctg(\frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$\varphi_2 = \frac{2\pi - 6 \arctg(\frac{1}{\sqrt{2}})}{4}$$

$$\begin{matrix} 2\pi \\ 4\pi \\ 6\pi \\ 8\pi \\ 10\pi \end{matrix}$$

$$\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$$

$$X\pi - 6 \arctg(\frac{1}{\sqrt{2}}) > 8\pi$$

$$X > 8 + \frac{6 \arctg(\frac{1}{\sqrt{2}})}{\pi}$$

№ 7,

$$|y-6-x| + |y-6+x| = 12.$$

$$(x-8)^2 + (y-6)^2 = (12)^2, \quad a \geq 0.$$

$$y = x + 6.$$

$$y-6-x+y-6+x=12.$$

$$2y=24$$

$$y=12,$$

$$-y+6+x-y+6-x=12.$$

$$y=0$$

$$y-6-x-y+6-x=12.$$

$$x=-6$$

$$a=4.$$

$$a=12^2+18^2$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos \alpha}{2}.$$

$$25 \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \cos \alpha$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ + 140 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$(15-1)^2 = 225 - 30 + 1$$

$$6^2 + 14^2$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 196 \\ \hline 36 \\ + 1960 \\ \hline 232 \end{array}$$

$$18^2 + 14^2 = 196 + 324$$

$$\times 18$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 324 \\ \hline 196 \\ + 3240 \\ \hline 520 \end{array}$$

$$(20-2)^2 = 400 - 80 + 4 = 324$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ + 180 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5+16}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{4}$$

$$\frac{1+\sqrt{17}}{4} - 2$$

$$\frac{(\sqrt{17}-1)(\sqrt{17}+1)}{2(\sqrt{17}+1)} = \frac{4}{\sqrt{17}+1} < 1$$

$$32 - 24 - 20 + 8 + 4 = 0$$

$$\sqrt{1 - \frac{2}{16}} = \sqrt{\frac{14}{16}} = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

$$1 - \frac{4-\sqrt{17}}{8} = \frac{4+\sqrt{17}}{8}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

$$700 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

$$2^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 1^2$$

$$4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 1^4$$

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

4

$$5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$$

$$\begin{matrix} 557 \\ 575 \\ 755 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 5577 \\ 5757 \\ 7575 \\ 7575 \end{matrix}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 3!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

$$4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 4!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3$$

$$8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3$$

$$5577$$

$$7755$$

$$5757$$

$$7575$$

$$5775$$

$$7557$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3 + 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 (3+2) = 5 \cdot 6^2 \cdot 7 \cdot 8$$

$$\begin{matrix} 2 & 4 \\ \times & 80 \\ \hline & 36 \\ \times & 80 \\ \hline 1680 \end{matrix}$$

$$84$$

$$10080$$

$$10080$$

$$\frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3!}$$

$$3!$$

$$55575$$

$$\frac{5!}{3!} = 5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 0$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 + 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 = 8 \cdot 7 \cdot 5 (6+3) = 9 \cdot 8 \cdot 5 = 10 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 9$$

$$\begin{matrix} 1 \\ \times 63 \\ \hline & 40 \\ \times 63 \\ \hline 2520 \end{matrix}$$

$$40$$

$$2520$$

№ 2.

$b_1, b_2, \dots, b_{3000}$

$b_1, b_2, \dots, b_{3000}$

$$S = \sum b = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$50b_3, 50b_4, \dots, b_{3000}$

$50b_1, 50b_2, \dots, b_{3000}$

$$b_1 \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} + 49b_1 q^2 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} = 10S$$

$$49b_1 q^2 \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} = 9S$$

$$b_1 \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} = S$$

$$49q^2(q-1) = 9$$

$$49q^3 - 49q^2 = 9q^3 - 9$$

$$40q^3 - 49q^2 + 9 = 0$$

$$\frac{40q^3 - 49q^2 + 9}{40q^3 - 40q^2} = \frac{40q^2 - 9q - 9}{40q^2 - 9q - 9}$$

$$= \frac{q^2 + 9}{-9q^2 + 9q}$$

$$= \frac{q^2 + 9}{-9q^2 + 9q}$$

$$(40q^2 - 9q - 9)(q-1) = 0$$

$$q = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 9 \cdot 40}}{80} = \frac{9 \pm 3\sqrt{9 + 160}}{80} = \frac{9 \pm 3 \cdot 13}{80} = \frac{9 \pm 39}{80} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{q(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} = \frac{q(q-1)}{q^2 - 1}$$

50 · 1000b

4.9

$$\begin{array}{r} + 3 \\ 13 \\ \hline 39 \\ - 13 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$S + b_1 q \frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1} = \frac{11}{8} S$$

$$\frac{q(q-1)}{q^2 - 1} = \frac{x}{5}$$

$$\frac{q(q-1)}{q^2 - 1} = \frac{x}{5}$$

$$\frac{q}{q+1} = \frac{x}{5}$$

$$x = 5 \cdot \frac{3}{5} = 3S$$

$$3000b = S$$

2000b + 1000b = 3000b