

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 = 4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$$

$$4900 \mid 2 \cdot 5$$

$$490 \mid 2 \cdot 5$$

$$49 \mid 7 \cdot 7$$

$$1 \mid$$

Есть 2 случая:

$$1) a_k = 2; a_l = 2; a_m = 5; a_n = 5; a_i = 7; a_j = 7; a_o = 1; a_p = 1.$$

$$2) a_k = 4; a_l = 5; a_m = 5; a_i = 7; a_j = 7; a_o = 1; a_n = 1; a_p = 1.$$

т.к. $0 \leq a \leq 9$ - это цифры.

$$2 \cdot 5; 5 \cdot 7; \dots > 9.$$

4 1 случай: ~~Всего 8 различных чисел~~ представим, что у нас не две 7, а 7, и 7₂, т.е. ^{все числа} различны, тогда мы можем составить 8! чисел. Теперь вернемся в реальность и подумаем, что все числа посчитаны 2⁴ раз, т.к. повторяющихся пар ч.

$$\text{Всего } \frac{8!}{2^4} = \frac{2^3 \cdot 7!}{2^4} = \frac{7!}{2} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5!}{2} = 21 \cdot 5! = 21 \cdot 120 = 2520.$$

4 2 случай: Опять предположим, что все числа различны. Имеем 8! чисел, 5 и 7 встречаются дважды $\Rightarrow \frac{8!}{4} = 2 \cdot 7!$

$$\text{единицы три} \Rightarrow \text{каждая из них посчитана трижды. } \frac{2 \cdot 7!}{3} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5!}{3} = 28 \cdot 5!$$

$$\sum \text{всех случ.} = \sum 1 \text{ случ.} + \sum 2 \text{ случ.} = 21 \cdot 5! + 28 \cdot 5! = 49 \cdot 5! = 49 \cdot 120 = 5880.$$

Ответ: 5880.

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$x \geq 2:$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$x = -1, (4 + 5 - 9 - 4 + 4) \geq 0$$

$$4x^3 - 9x^2 + 4 = 36 - 36, x = 2$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 9x^2 + 4 \quad | \quad x-2 \\ \underline{-4x^3 - 8x^2} \\ -x^2 + 0x + 4 \\ \underline{-x^2 + 2x} \\ -2x + 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4x^2 - x - 2 = 0 \\ D = 1 + 32 = 33 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8} \end{array}$$

$$3, 9, 27, 81$$

$$324 - 4135 - 81 + 12 + 4 = \geq 0$$

$$x < 2:$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 12x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4 - 5 + 12 - 4 + 4 = 11$$

$$64 - 40 + 48 - 8 + 4$$

$$6$$

$$2, 4, 8,$$

$$14$$

$$3, 9, 27, 81$$

$$\frac{3(3^4 - 1)}{2} = \frac{80 \cdot 3}{2} = 40 \cdot 3 = 120$$

$$4 - 5 + 11 - 4 + 4 = 10$$

$$64 - 40 + 44 - 8 + 4$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \quad | \quad x+1 \\ \underline{-4x^4 + 4x^3} \\ -9x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \\ \underline{0} \\ 4x + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 21 \\ \hline 120 \\ 240 \\ \hline 2520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 21 \\ \hline 120 \\ 240 \\ \hline 2520 \end{array}$$

$$x > -2$$

$$16 \cdot 4$$

$$90 + 30 = 120$$

$$\frac{3 \cdot 196}{35^2} - \frac{28}{35} - 1$$

$$\frac{b_1(1 - q^{n+1})}{1 - q} = \frac{2(1 - 2^3)}{-1} =$$

$$= 2(2^2 - 1) = 2(3)$$

$$\frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

$$\frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

с/д

Дана прогр.: $b_1, b_2 \dots b_{3000}$; сумма = S .

Если $b_3 \rightarrow 40b_3, b_6 \rightarrow 40b_6 \dots b_{3000} \rightarrow 40b_{3000}$, то сумма = $5S$.

Если $b_2 \rightarrow 3b_2, b_4 \rightarrow 3b_4 \dots b_{3000} \rightarrow 3b_{3000}$, сумма = ? = S_n .

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$5S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} - \frac{b_1 q^2 (q^{3(\frac{n}{3}} - 1)}{q^3 - 1} + 40 \frac{b_1 q^2 (q^n - 1)}{q^3 - 1}$$

сумма всех
третьих членов др.

сумма третьих членов после.

$$\frac{5b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} + \frac{39b_1 q^2 (q^n - 1)}{q^3 - 1}$$

$$\frac{4b_1(q^n - 1)}{q - 1} \cdot \frac{4}{q - 1} = \frac{39q^2}{q^3 - 1} \Rightarrow 4q^3 - 4 = 39q^3 - 39q^2$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 35 = 576 = (24)^2$$

$$q_1 = \frac{4 + 24}{70} = \frac{28}{70} = \frac{14}{35}$$

$$q_2 = \frac{4 - 24}{70} \Leftrightarrow \text{не удовл., т.к. все члены } > 0 \neq q_2$$

$$35q^3 - 39q^2 + 4 = 0. \quad q = 1 \text{ - не удовл. т.к. св. др. не прогр.}$$

$$\begin{array}{r} 35q^3 - 39q^2 + 4 \quad | \quad q - 1 \\ - 35q^3 + 35q^2 \\ \hline -4q^2 + 4q + 4 \\ - -4q^2 + 4q \\ \hline -4q + 4 \\ - -4q + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} - \frac{b_1 q (q^{2\frac{n}{2}} - 1)}{q^2 - 1} + 3 \frac{b_1 q (q^n - 1)}{q^2 - 1} = k \cdot S = k \cdot \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

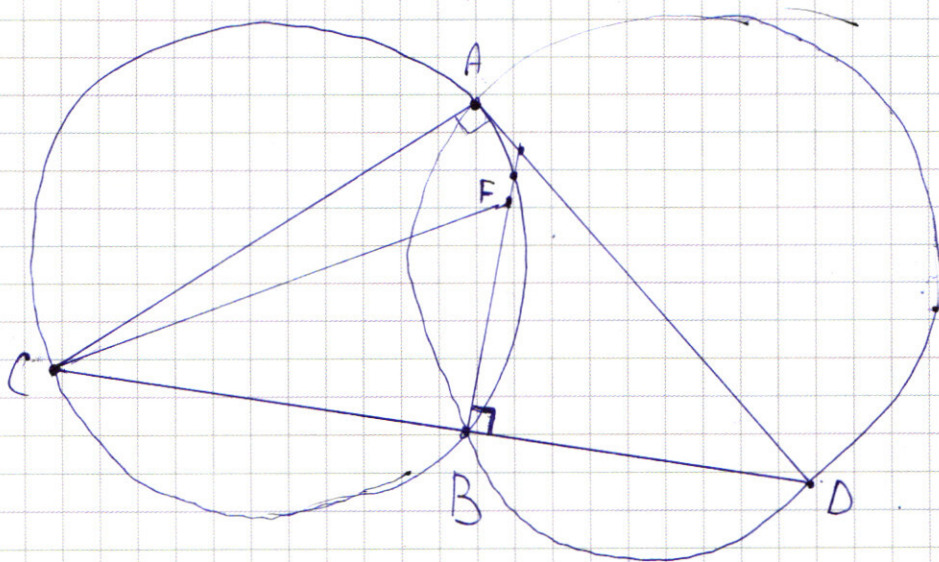
$$\frac{2q}{q^2 - 1} = \frac{k - 1}{q - 1}$$

$$\Rightarrow 2q^2 - 2q = q^2 k - q^2 - k + 1$$

$$k(q^2 - 1) = 3q^2 - 2q - 1 \Rightarrow k = \frac{3q^2 - 2q - 1}{q^2 - 1} = \frac{11}{7} \text{ (преобразовывая на терновике)}$$

Ответ: $\frac{11}{7}$

Черновик



CF-9

$$4(x^4 + 4x^2 + 4) - 15x^2 - 12 - 5x^2(x+2) + 4x \geq 0$$

$$4x(x^2 + 2x + 4) - 5x^2(x+2) + 4x^4 \geq 0.$$

$$(1x+2)^2 - 5x^2(1x+2) + 4x^4 \geq 0.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4900 \mid 2.5$$

$$490 \mid 2.5$$

$$49 \mid 7$$

$$7 \mid 7$$

$$1$$

6

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3-64x+200} = x^2+6x-40$$

$$x^3-64x+200 \geq 0$$

$$8-128+200$$

$\sqrt{B_0}$

$$\sqrt{x^3-64x+200} = 2\sqrt{2} \frac{(x^2+6x-40)}{x+10}$$

$$x^3-64x+200 = \frac{8(x^4+36x^2+1600+12x^3-480x-80x^2)}{x+10}$$

$$x^4-64x^2+200x+12x^3-640x+2000 = 8x^4+368x^2+12800+96x^3-480x$$

$$7x^4+86x^3+288x^2+64x^2-640x^2+440x-4808x+10800 = 0$$

$$7x^4+86x^3-312x^2-3840x+10800 = 0$$

$$112+676-312 \cdot 4-3840 \cdot 2+10800 = 0$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}}$$

$$-64+288+232$$

$$8,64$$

$$x^2+6x-40 = 0$$

$$\frac{(x+10)}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3-64x+200} = (x+10)(x-4)$$

$$D = 36+160 = 196$$

$$x=10, x = \frac{-6+14}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x = \frac{-6-14}{2} = -10$$

$$\sqrt{x^3-64x+200} = 2\sqrt{2}(x-4)$$

$$x^3-64x+200 = 8x-32$$

$$x^3-72x+232 = 0$$

$$296-280+8$$

$$352+232-72 \cdot 8 = 585-576$$

$$\begin{array}{r} 1' \\ 288 \\ - 64 \\ \hline 352 \\ - 640 \\ \hline -312 \\ + 480 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3200 \\ + 640 \\ \hline 3840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2, 4, 8, 16 \\ \times 3840 \\ 2 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1' \\ 72 \\ \times 312 \\ 4 \\ \hline 1248 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 64 \\ 8 \\ \hline 384 \\ 4, 16, 32, 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 232 \mid 2 \\ 116 \mid 2 \\ 58 \mid 2 \\ 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 164 \\ - 68 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40.$$

Огранич. на x :

$$x^3 - 64x + 200 \geq 0.$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

$$x^2 + 6x - 40 = 0.$$

$$x = -10.$$

$$D = 36 + 160 = 196 = 14^2$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4).$$

$$x_1 = \frac{-6+14}{2} = 4$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x - 32 \quad 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x_2 = \frac{-6-14}{2} = -10.$$

$$x^3 - 8x^2 + 72x - 232 = 0.$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128.$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0. \quad 72 = 2^3 \cdot 3^2.$$

Пусть, $x=6$, тогда $x^3 = 216$: $x^3 - 8x^2 + 72 = 216 - 8 \cdot 36 + 72 = 288 - 288 = 0$

$x=6$ - корень уравнения.

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 8x^2 + 72 & x-6 \\ \hline x^3 - 6x^2 & x^2 - 2x - 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x^2 + 0x + 72 \\ -2x^2 + 12x \\ \hline -12x + 72 \\ -12x + 72 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x^2 - 2x - 12 = 0.$$

$$D = 4 + 48 = 52.$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}.$$

Проверка корней:

1) $x = -10$: $x^3 - 64x + 200 = -1000 + 640 + 200 < 0$ - не явл. корнем.

2) $x = 6$: $x^3 - 64x + 200 = 216 + 200 - 384 > 0$ - явл. корнем.

3) $x = 1 + \sqrt{13}$: $x^3 - 64x + 200 = 40 + 16\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13} + 200 < 0$ - не явл. корнем.

4) $x = 1 - \sqrt{13}$: $x^3 - 64x + 200 = 40 - 16\sqrt{13} - 64 + 64\sqrt{13} + 200 > 0$ - явл. корнем.

Ответ: $6; 1 - \sqrt{13}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5 (продолжение)
№ 7.

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

$$y+x+8 \geq 0.$$

$$y \geq -8-x.$$

$$y-x+8 \geq 0.$$

$$y \geq x-8.$$

$$\begin{cases} y \geq -8-x \\ y \geq x-8 \end{cases} \Rightarrow 2y+16=16.$$

$$2y=0$$

$$y=0. - \text{ось } OX \text{ в пределах от } (-8; 8)$$

$$\begin{cases} y \geq -8-x \\ y < x-8 \end{cases} \Rightarrow y+x+8-y+x-8=16.$$

$$2x=16$$

$$x=8.$$

$$\begin{cases} y < -8-x \\ y < x-8 \end{cases} \Rightarrow -2y-16=16$$

$$-2y=32.$$

$$y=-16.$$

$$\begin{cases} y < -8-x \\ y \geq x-8 \end{cases} \Rightarrow -x-8-x+8=16.$$

$$-2x=16$$

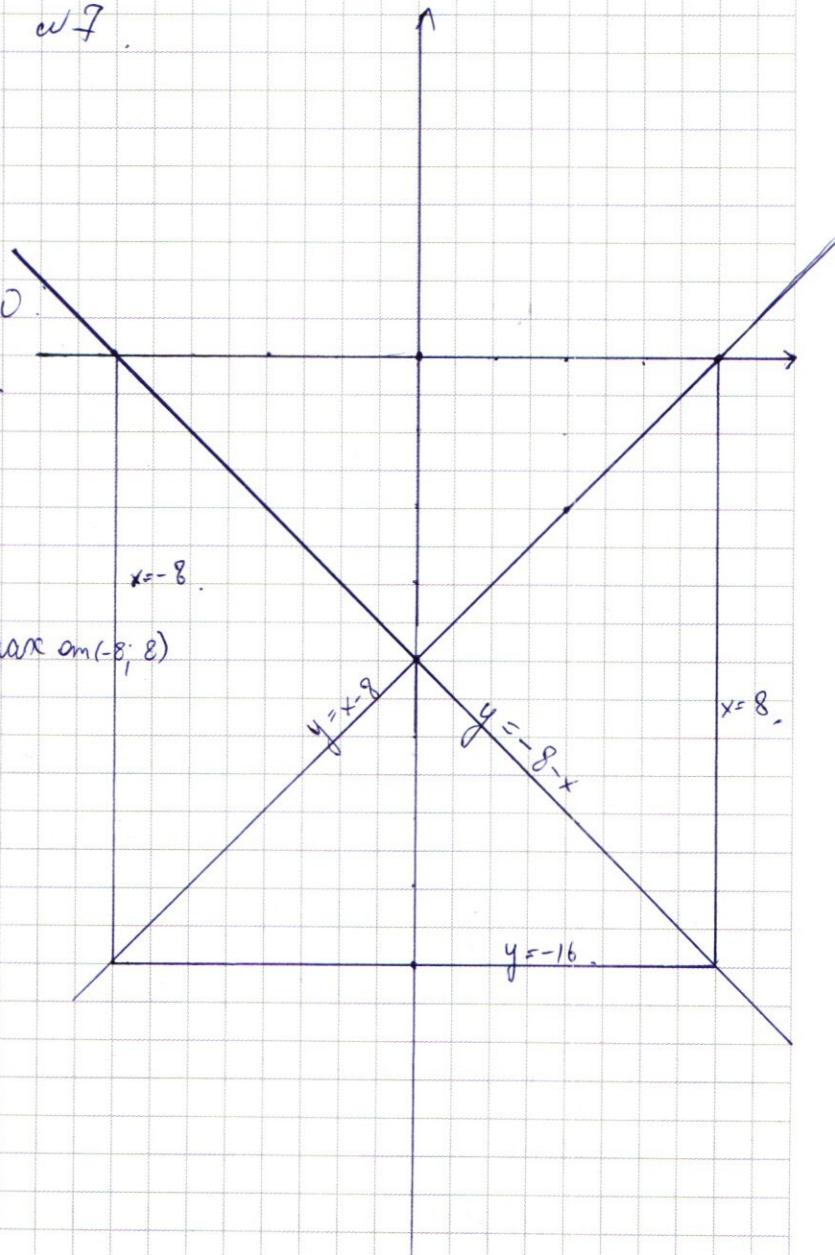
$$x=-8.$$

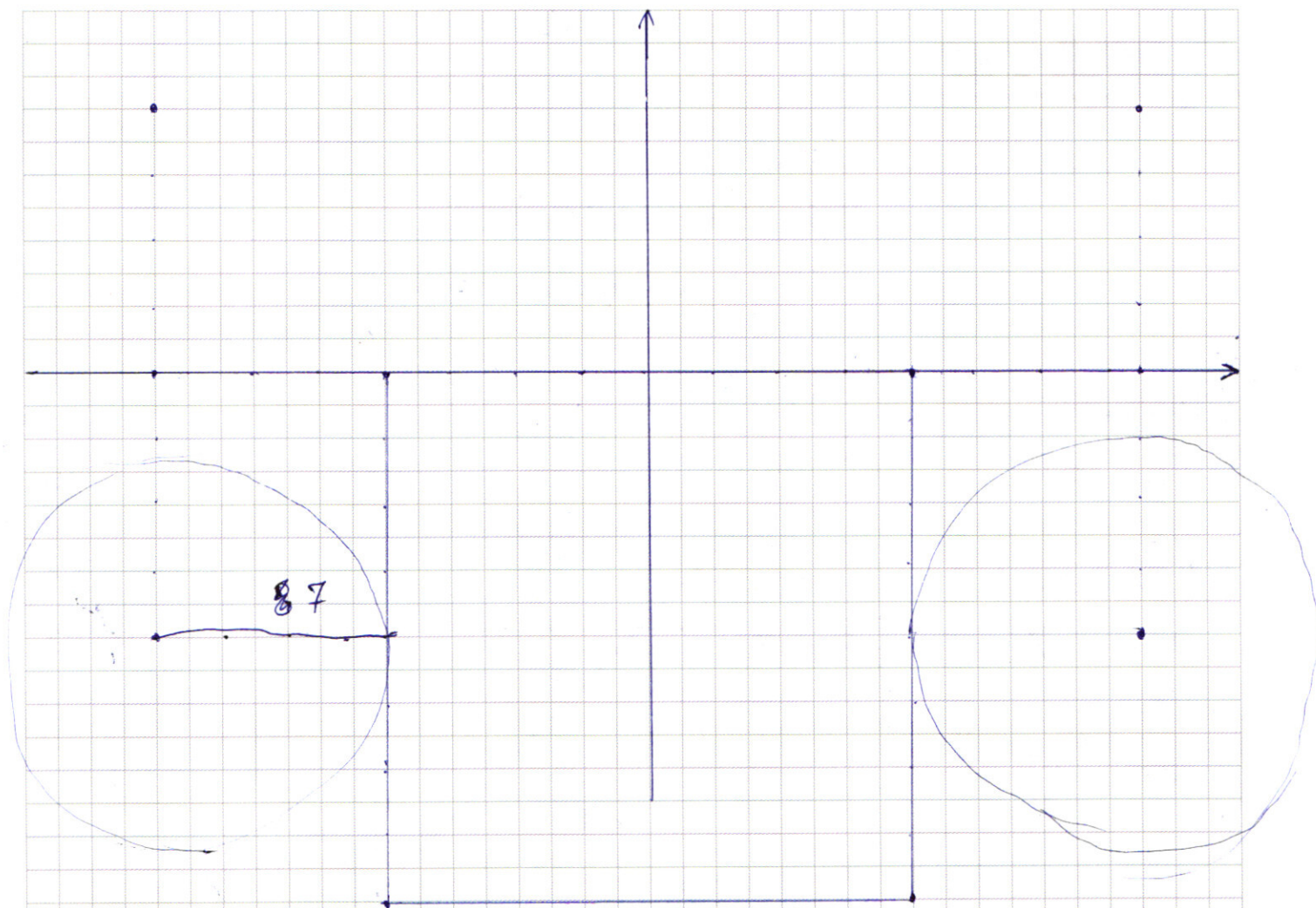
↓

$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16. - \text{задает квадрат.}$$

$$(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a - \text{задает 4 окр. с центрами } (\pm 15; \pm 8).$$

см. на обороте



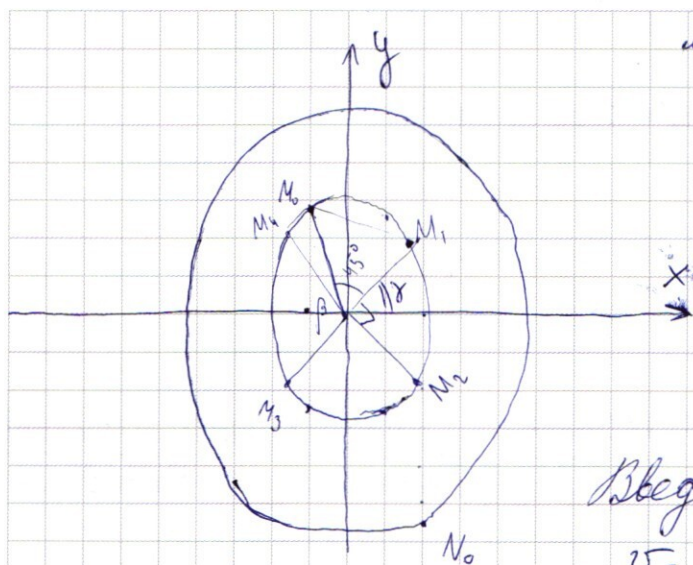


1) Верхние окр. дают корни только, если проходят через точки $(8; 0)$ или $(-8; 0)$, но тогда нижние окр. также пересекут квадратик $\Rightarrow$ корней > 2 .

2) Если одна из нижних окр. дает корни, то их дает и другая, т. к. рисунок симметричен $\Rightarrow$ каждая из них должна давать ровно 1 корень. $\Rightarrow$ они должны касаться квадратов $\Rightarrow$ их радиусы $= 7$, а $a = 49$.

Ответ: $a = 49$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



и 5.

$$v_k = 2,5 v_n.$$

$M_0(-1; 2\sqrt{2})$ - карась

$N_0(2; -4\sqrt{2})$ - пескарь.

уравнение окружности: $x^2 + y^2 = r^2$.

Для карася: $1 + 8 = r^2 \Rightarrow r_k = 3$.

Для пескаря: $4 + 32 = r^2 \Rightarrow r_n = 6$.

Введем понятие угловой скорости:

$$v = \omega r.$$

Между ними будет кратчайшее расстояние в тот момент, когда они отплыли на одинаковый угол (пусть, он отсчитывается от оси Ox по часовой стрелке).

В начальный момент, пескарь проплыл $\alpha = \arctg\left(\frac{4\sqrt{2}}{2}\right) = \arctg(2\sqrt{2})$, а карась $\beta = 180^\circ + \arctg\left(\frac{2\sqrt{2}}{1}\right) = 180^\circ + \arctg(2\sqrt{2}) \Rightarrow$ разница между ними показывает $180^\circ (\pi)$.

$$v_k = \omega_k r_k = 2,5 \omega_n \cdot r_n.$$

$$\omega_k \cdot 3 = 2,5 \omega_n \cdot 6.$$

$$\omega_k = 5 \omega_n \Rightarrow \text{их относительная скорость} = 4 \omega_n.$$

$$4 \omega_n \cdot t_1 = \pi.$$

$$t_1 = \frac{\pi}{4 \omega_n}.$$

$$S_{n1} = \frac{\omega_n \cdot t_1}{4 \cdot \omega_n} = \frac{\pi}{4} = \frac{180}{4} = \frac{90}{2} = 45^\circ \Rightarrow \frac{1}{8} \pi \text{ дуги}.$$

Теперь между ними расстояние = 2π .

$$4 \omega_n \cdot t_2 = 2\pi.$$

$$t_2 = \frac{\pi}{2 \omega_n} \Rightarrow S_{n2} = \frac{\omega_n \cdot t_2}{2 \omega_n} = 90^\circ \text{ - сдвинулся к 2 встрече и теперь их встретили}$$

будут проходить каждые 90° .

Осталось вычислить координаты вектора в моменты встреч.

Его угол был $225 + \arctg(2\sqrt{2})$.

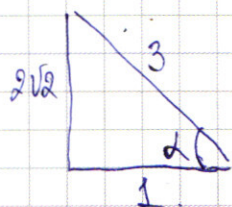
Прямая OM_0 - прямая прогнуса. $= y = kx$

$$2\sqrt{2} = -k$$

$$k = -2\sqrt{2}$$

$$\gamma = 135 - \arctg(2\sqrt{2})$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg}(135 - \arctg(2\sqrt{2})) = \frac{\sin(135 - \arctg(2\sqrt{2}))}{\cos(135 - \arctg(2\sqrt{2}))} = \frac{\sin(135) \cdot \cos(\arctg(2\sqrt{2})) - \sin(\arctg(2\sqrt{2})) \cdot \cos(135)}{\cos(135) \cdot \cos(\arctg(2\sqrt{2})) + \sin(135) \cdot \sin(\arctg(2\sqrt{2}))}$$



$$\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}$$

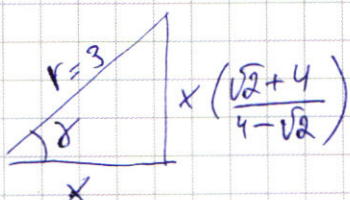
$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\sin(135) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(135) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot 2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot 2}} = \frac{(\sqrt{2} + 4)6}{6(4 - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2} + 4}{4 - \sqrt{2}}$$



$$x^2 + x^2 \left(\frac{2 + 8\sqrt{2} + 16}{16 - 8\sqrt{2} + 2} \right) = 9$$

$$16x^2 - 8\sqrt{2}x^2 + x^2 \left(\frac{16 - 8\sqrt{2} + 2 + 2 + 8\sqrt{2} + 16}{16 - 8\sqrt{2} + 2} \right) = 9$$

$$x^2 \left(\frac{36}{16 - 8\sqrt{2}} \right) = 9$$

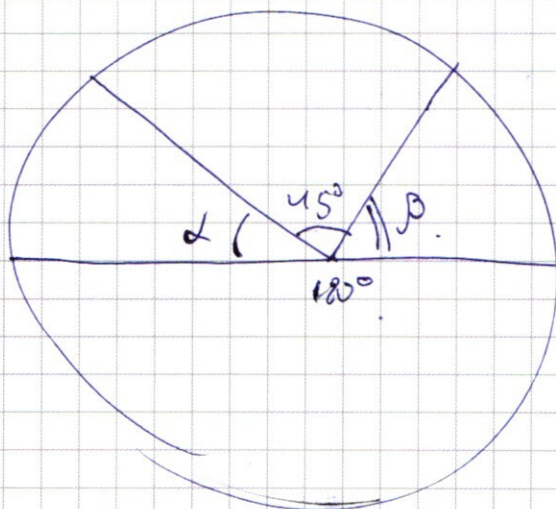
$$y = \frac{\sqrt{18 - 8\sqrt{2}} (\sqrt{2} + 4)}{6(4 - \sqrt{2})}$$

$$x = \frac{3\sqrt{18 - 8\sqrt{2}}}{6} = \frac{\sqrt{18 - 8\sqrt{2}}}{2}$$

$$M = \left(\frac{\sqrt{18 - 8\sqrt{2}}}{6}, \frac{\sqrt{18 - 8\sqrt{2}} (\sqrt{2} + 4)}{6(4 - \sqrt{2})} \right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5 (продолжение)



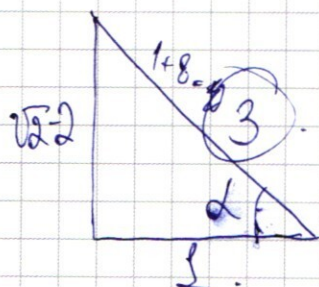
$$\arg(\alpha + \beta) = 135^\circ$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan(\arctan(\frac{\sqrt{2}}{2}) + \beta) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sin(\arctan(\frac{\sqrt{2}}{2}) + \beta)}{\cos(\arctan(\frac{\sqrt{2}}{2}) + \beta)} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sin(\arctan(\frac{\sqrt{2}}{2})) \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos(\arctan(\frac{\sqrt{2}}{2}))}{\cos(\arctan(\frac{\sqrt{2}}{2})) \cdot \cos \beta - \sin(\arctan(\frac{\sqrt{2}}{2})) \cdot \sin \beta} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\cos(\alpha) = \frac{1}{3}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

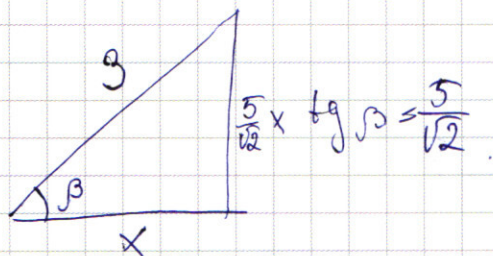
$$\frac{\frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \cos \beta + \frac{1}{3} \sin \beta}{\frac{1}{3} \cos \beta - \frac{\sqrt{2}}{3} \sin \beta} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{\tan \beta = \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{5}{\sqrt{2}}}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{3} \cos \beta + \frac{2}{3} \sin \beta = \frac{4}{3} \sin \beta - \frac{\sqrt{2}}{3} \cos \beta$$

$$\cos \beta \frac{5\sqrt{2}}{3} = \frac{2}{3} \sin \beta$$

ω5(продолж.)



$$\frac{25}{4}x^2 + x^2 = 9.$$

$$\frac{29}{4}x^2 = 9.$$

$$x^2 = \frac{9 \cdot 4}{29}.$$

$$M_1 = \left(\frac{6}{\sqrt{29}}, \frac{30}{\sqrt{58}} \right)$$

$$x = \frac{6}{\sqrt{29}}$$

$$y = \frac{30}{\sqrt{58}}$$

$$k_1 \cdot k_2 = 1, \text{ т.к. } OK \perp.$$

$$\frac{5}{\sqrt{2}} \cdot k_2 = 1$$

$$k_2 = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

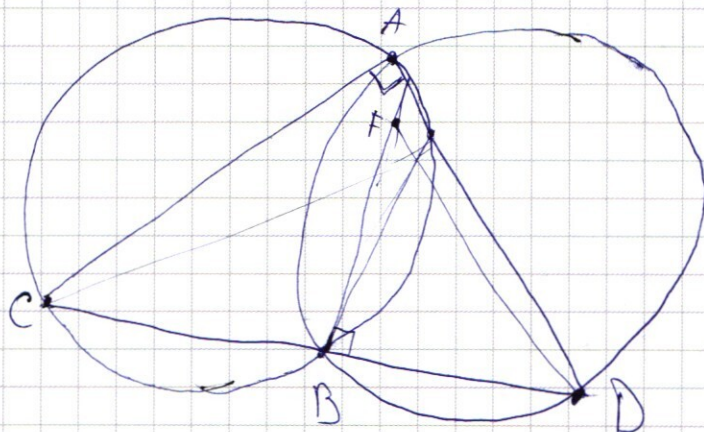
$$M_2 = \left(\frac{6}{\sqrt{29}}, -\frac{30}{\sqrt{58}} \right)$$

$$M_3 = \left(-\frac{6}{\sqrt{29}}, \frac{30}{\sqrt{58}} \right)$$

$$M_4 = \left(-\frac{6}{\sqrt{29}}, -\frac{30}{\sqrt{58}} \right)$$

$$\text{Ответ } \left(\pm \frac{6}{\sqrt{29}}, \pm \frac{30}{\sqrt{58}} \right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



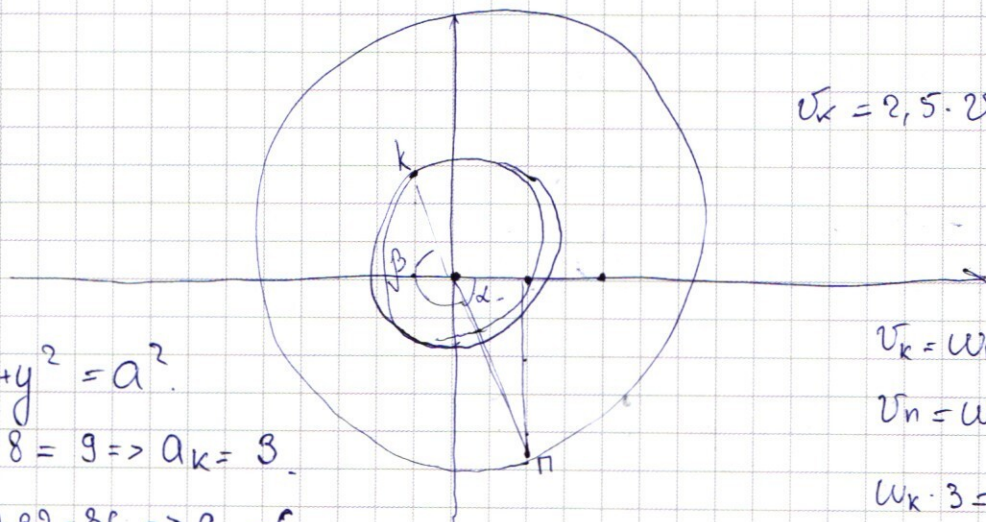
$$BF = BD.$$

$$CF = ?$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 49 \\ \hline 1080 \\ + 48 \\ \hline 5880 \end{array}$$

$$\lg(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)}$$

$$-4,14 = -5,6$$



$$v_k = 2,5 \cdot v_n$$

$$v_k = \omega_k \cdot 3$$

$$v_n = \omega_n \cdot 6$$

$$\omega_k \cdot 3 = 15 \omega_n$$

$$\omega_k = 5 \omega_n$$

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$1 + 8 = 9 \Rightarrow a_k = 3$$

$$4 + 32 = 36 \Rightarrow a_n = 6$$

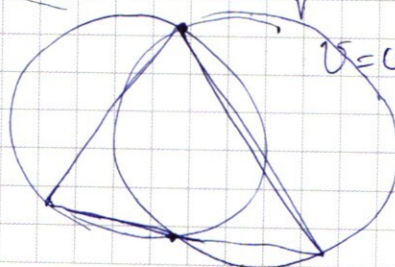
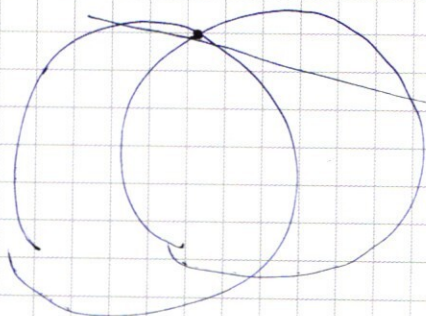
$$\lg \rho' = \frac{2\sqrt{2}}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$v = \frac{\omega r}{c}$$

$$\omega = c^{-1}$$

$$\frac{v}{r} = \omega$$

$$v = \omega r$$



$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 / |x+2| + 4 \geq 0.$$

$$x \geq -2:$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0.$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0. \quad [x=2] \quad 64 - 40 - 36 + 8 + 4 = 0.$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \quad |x-2|$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \\ -4x^4 + 8x^3 - 12x^2 + 8x - 8 \\ \hline 13x^3 - 4x^2 + 12x - 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13x^3 - 4x^2 + 12x - 4 \\ -13x^3 + 26x^2 - 52x + 52 \\ \hline 30x^2 - 40x + 48 \\ -30x^2 + 60x - 40 \\ \hline 20x + 8 \end{array}$$

$$4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 = 0 \quad [x=-1] : -4 + 3 + 3 - 2 = 0.$$

$$4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 \quad |x+1|$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 \\ -4x^3 - 4x^2 - 4x - 4 \\ \hline 7x^2 + x - 6 \\ -7x^2 - 7x - 7 \\ \hline 8x - 13 \end{array}$$

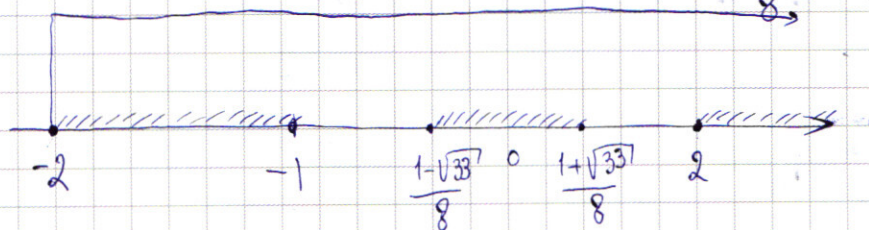
$$\begin{array}{r} 8x - 13 \\ -8x + 8 \\ \hline -5 \end{array}$$

$$4x^2 - x - 2 = 0.$$

$$D = 1 + 32 = 33.$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{33}}{8}$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{33}}{8}$$



$$x=0: 4 \geq 0$$

$$x \leq -2:$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0.$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0.$$

$$4x^4 + 4.5x^3 + \frac{25}{16}x^2 + 9.25x^2 + 4x + 4.$$

$$(1x+2)^2 - 5x^2 / |x+2| + 4x^4 \geq 0.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 232 \mid 2 \quad \times 196 \\ 116 \mid 2 \quad \times 200 \\ 58 \mid 2 \quad \times 180 \\ 29 \mid 29 \quad \times 12 \\ \hline 392 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \mid 2 \quad \times 28 \\ 36 \mid 2 \quad \times 35 \\ 18 \mid 2 \quad \times 35 \\ 9 \mid 9 = 3 \cdot 3 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 + 232 - 72 \cdot 4 = \\ 296 \\ 64 + 232 - 288 = \\ 10 \\ 200 \\ 128 \\ 72 \end{array}$$

$$8 - 32 + 72$$

$$27 - 72 + 72$$

$$64 - 8 \cdot 16 + 72 = 2 \cdot 196 - 28 \cdot 35 + 1$$

$$= 136 - 128$$

$$6, 36, 216$$

$$\frac{3 \cdot 196 - 28}{35^2} - \frac{1}{35} =$$

$$= \frac{3 \cdot 196 - 28 \cdot 35 - 35^2}{196 - 35^2} =$$

$$\frac{392 - 980}{196 - 35^2}$$

$$216 - 8 \cdot 36 + 72 = 288 - 240 + 48 =$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 180 \\ 36 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5.2 \mid 4 \\ 4 \mid 13 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$1 + 13 + 3\sqrt{13} + 3 \cdot 13 =$$

$$\begin{array}{r} \times 64 \\ 6 \\ 360 \\ 284 \\ \hline 384 \end{array}$$

$$= 288 - 288 = 0$$

$$\begin{array}{r} \times 35 \\ 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1225 \\ 195 \\ \hline 1029 \end{array}$$

$$(1 + \sqrt{13})^3 = 1 + 3 \cdot 13 + 3$$

$$(1 + \sqrt{13})(1 + \sqrt{13})(1 + \sqrt{13}) = (1 + 2\sqrt{13} + 13)(1 + \sqrt{13}) = (14 + 2\sqrt{13})(1 + \sqrt{13}) =$$

$$= 14 + 2\sqrt{13} + 14\sqrt{13} + 26 = 16\sqrt{13} + 40$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 16 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$48\sqrt{13} - 24 + 200$$

$$48\sqrt{13} + 176$$

$$\begin{array}{r} 588 \\ 1029 \\ \hline 1617 \end{array}$$

$$343 + 196$$

$$(x - 1 + \sqrt{13})(x - 1 - \sqrt{13}) = x^2 - x - \sqrt{13}x + 1 + \sqrt{13} + \sqrt{13}x - \sqrt{13} - 13 = x^2 - 2x - 12$$

$$\begin{array}{r} 343 \\ 196 \\ \hline 539 \end{array}$$

$$\frac{539}{49} = 11$$

$$(x^2 - 2x - 12)(x - 6) = x^3 - 2x^2 - 12x - 6x^2 + 12x + 72 =$$

$$= x^3 - 8x^2 + 72$$

1300.

$$(1 + \sqrt{13})(1 + \sqrt{13})(1 + \sqrt{13}) = (1 + 2\sqrt{13} + 13)(1 + \sqrt{13}) = (14 + 2\sqrt{13})(1 + \sqrt{13}) =$$

$$= 14 + 2\sqrt{13} + 14\sqrt{13} + 2 \cdot 13 = 40 + 16\sqrt{13}$$

$$40 + 16\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13} + 200$$

$$24 \quad 176 \quad 48\sqrt{13}$$

$$\begin{array}{r} 3,3 \\ \times 3,3 \\ \hline 99 \\ + 99 \\ \hline 1089 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,5 \\ \times 3,5 \\ \hline 175 \\ + 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$(1 - 2\sqrt{13} + 13)(1 - \sqrt{13}) = 1 - 2\sqrt{13} + 13 - \sqrt{13} + 26 - 13\sqrt{13} = 40 - 16\sqrt{13}$$

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$\begin{array}{r} 576 \mid 2 \\ 288 \mid 2 \\ 144 \mid 2^2 \\ 72 \end{array}$$

$$5S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} - \frac{b_1 \cdot q^2(q^n - 1)}{q^3 - 1} + 40b_1 \cdot q^2(q^n - 1)$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 16 \\ \hline 208 \\ + 48 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$5 \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} + 39 \frac{b_1 q^2(q^n - 1)}{q^3 - 1}$$

$$\frac{4(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{39q^2(q^n - 1)}{q^3 - 1}$$

$$4q^3 - 4 = 39q^3 - 39q^2$$

$$39q^2 - 4 = 35q^3$$

$$35x^3 - 39x^2 + 4 = 0$$

$$x = \frac{4 - 24}{70} < 0$$

$$\begin{array}{r} 35x^3 - 39x^2 + 4 \mid x - 1 \\ - 35x^3 + 35x^2 \\ \hline -4x^2 + 4 \\ - -4x^2 + 4x \\ \hline -4x + 4 \\ - -4x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$35x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 35 = 576 = (24)^2$$

$$x = \frac{4 \pm 24}{70} = \frac{28}{70}$$