

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$4900 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1^2 \quad \text{при любых } n.$$

число восьмизначное $\Rightarrow$ оно должно состоять либо:

1) из 2, 2, 5, 5, 7, 7, 1, 1

либо:

2) из 4, 5, 5, 7, 7, 1, 1, 1

других вариантов быть не могут, т.к. произведение цифр фиксировано 4900, а любое перемножение простых множителей (без 1) кроме 2·2 будет ≥ 10 , а значит уже не будет цифрой.

1) На первое место есть 8 вариантов (будем считать как будто это 8 различных цифр, потом одинаковые варианты уберем) на второе 7 и т.д. всего 8! вариантов расстановки $\Rightarrow$ 8! чисел, ~~всего~~

но так есть 4 одинаковые пары, то: эти же

числа будут $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!}$ (каждую пару можно считать 2! способами и к каждому из них можно прибавить следующую пару) - итого $\frac{8!}{16} = \frac{7!}{2}$

2) абсолютно таким же рассуждением получим.

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{8!}{8 \cdot 3} = \frac{7!}{3}$$

Всего чисел будет сумма 2 возможных вариантов
(т.к. они независимы друг от друга)

Ответ: $\frac{7!}{2} + \frac{7!}{3} = 4200$ восьмизначная макс.

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40 \quad \text{N3}$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)/(x-4) \quad \text{замечим, что}$$

при $x = -10$ подкоренное выражение отрицательно $\Rightarrow$

$x \neq -10 \Rightarrow$ на него можно поделить обе

части равенства (так же сократим все на $2\sqrt{2}$)

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = \sqrt{2}(x-4) \quad (\text{ОДЗ: } x^3 - 64x + 200 \geq 0)$$

возведем все в квадрат (получим корни сверху)
(ОДЗ)

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0 \quad \text{добавим и вычтем } 12x.$$

$$x^3 - 6x^2 - 2x^2 + 12x - 12x + 72 = 0$$

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

1) $x=6$. подставим в ОДЗ. $216 - 384 + 200 \geq 0$ - верно $\Rightarrow$

$x=6$ - корень

$$2) x^2 - 2x - 12 = 0 \quad \Delta = 4 + 48 = 52.$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{52}}{2}; \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{52}}{2}$$

~~x_1 лежит на интервале от 4,5 до 5~~

$$x_1 = 1 + \sqrt{13} \quad \text{подставим в ОДЗ:}$$

$$1 + 3\sqrt{13} + 39 + 13\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13} + 200 \geq 0$$

$$240 + 16\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13} \geq 0 \quad 176 \geq 48\sqrt{13}$$

$$44 \geq 12\sqrt{13} \quad \text{— это верно}$$

$$\text{т.к. } \sqrt{13} < 4.$$

x_1 - подходящий
корень.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x_2 = 1 - \sqrt{13}$ - отрицателен в ОДЗ.

$$1 - 3\sqrt{13} + 39 - 13\sqrt{13} - 64 + 64\sqrt{13} + 200 \geq 0$$

$176 + 48\sqrt{13} \geq 0$ - это верно $\Rightarrow x_2$ тоже отрицателен

Ответ: $x = 6$; $x = 1 \pm \sqrt{13}$

NY

1) $x \geq -2$.

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

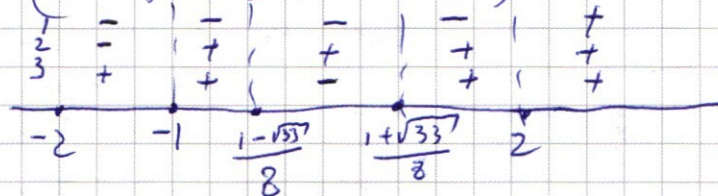
$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$ - обратится в 0 только при $x = -1$.

$$(4x^3 - 9x^2 + 4)(x+1) \geq 0$$

↓
решаем и вычитаем $2x$.

$$4x^2(x-2) - x(x-2) - 2(x-2) = (4x^2 - x - 2)(x-2)$$

$$(x-2)(x+1)(4x^2 - x - 2) \geq 0. \quad x \geq -2 \text{ - условие 1 случая.}$$



Итак получаем интервалы

$$x \in [-2; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{13}}{8}; \frac{1+\sqrt{13}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$$

2) $x \leq -2$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

~~эта функция монотонно~~

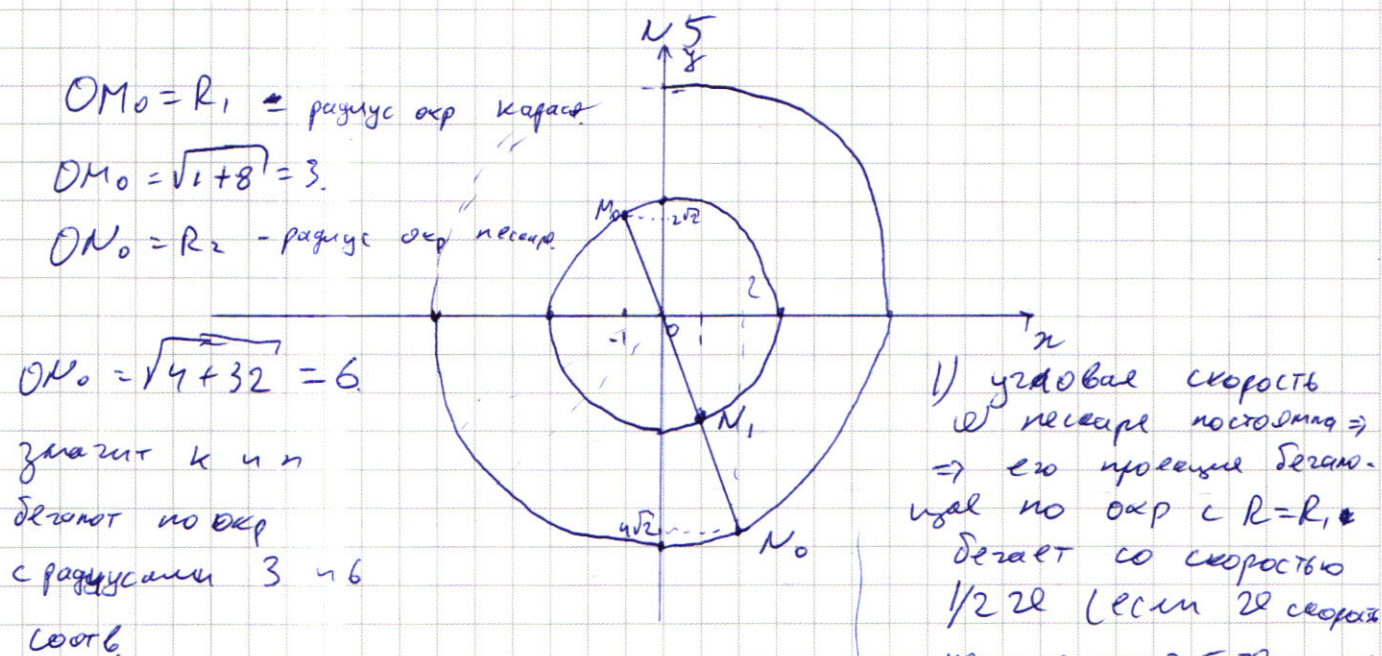
~~и при $x \rightarrow -\infty$ бесконечно возрастает, поэтому условие~~

$$x^3(4x+5) + x(11x+4) + 4 \geq 0$$

замечим, что при $x \leq -2$ x^3 и x - всегда отрицательны (очевидно по формуле) $4x+5$ - отрицательно (тоже по формуле по формуле) и $11x+4$ - отрицательно (как мы строим, по формуле по формуле так) $\Rightarrow$
 $(4x+5)x^3$ - положительно и $x(11x+4)$ - положительно и плюс независимое от x положительное число, получаем, что при $x \leq -2$ это всегда верно.

объединим оба варианта:

Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$

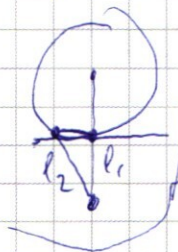


2) Замечим так же, что

минимальное расстояние между рыбками минимально, когда они расположены так: на одной прямой с O и не диаметрально противоположны.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

* Это в полной мере очевидно, так как $r_1 < r_2$.



аналогично 1) можно сказать, что

проекция карася бежит по окружности с $r = r_2$ с
 $v_1 = 5v$; Заметим, что когда

проекция карася совпадает с пискарем наступает
момент, когда расстояние между ними минимально.
Так же заметим, что в данный момент

карась диаметрально противоположен пискарю

(т.к. M_0' - проекция кар. на втор. окр. Такова, что $M_0'(-2; 4\sqrt{2})$)

• первая встреча произойдет ~~на~~ когда пискарь проползает
 $1/8$ круга (тогда проекция кар. проползает $5/8$ кр. $\Rightarrow$ совпадает) (и потом
они будут встречаться каждый ~~раз~~ раз когда пискарь
проползает $1/4$ круга. Итого будет 4 координаты)

По сути они встретятся, когда угол между касовой точкой
пискаря и OM_0 будет равен $\frac{\pi}{4}$; ~~и расстояние до 2~~

~~в момент 1 встречи; α - угол между OM_0 и OM_0'~~

$$\frac{1}{6} = \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \sin\frac{\pi}{4} \cos\alpha - \cos\frac{\pi}{4} \sin\alpha =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

координата середины дуги лежит в 3 четверти

$K_0(-\sqrt{18}; -\sqrt{18})$; отрезки соединяющие равные дуги

равны $\Rightarrow K_0P' = O'P$ (где P' новая точка касания, P
старая точка касания пискаря, а $O'(0; -6)$)

$$0 \cdot R^2 = R_1^2 + R_2^2 - 2R_1 R_2 \cos \alpha = 2R_2^2 - 2R_2 \cdot 4\sqrt{2} = 2R_2(R_2 - 4\sqrt{2}) = 2 \cdot 6(6 - 4\sqrt{2})$$

$$\pi(-4 + \sqrt{2}; -4 - \sqrt{2})$$

Получается, что ~~$\pi(4 - \sqrt{2}; 4 + \sqrt{2})$~~ ~~$\pi(4 + \sqrt{2}; 4 - \sqrt{2})$~~
и галочке через каждую четверть, то есть
 $(-4 + \sqrt{2}; 4 + \sqrt{2})$ потом $(4 - \sqrt{2}; 4 + \sqrt{2})$ и последний
 $(4 - \sqrt{2}; -4 - \sqrt{2})$

Ответ: $(-4 + \sqrt{2}; -4 - \sqrt{2})$, $(-4 + \sqrt{2}; 4 + \sqrt{2})$, $(4 - \sqrt{2}; 4 + \sqrt{2})$,
 $(4 - \sqrt{2}; -4 - \sqrt{2})$ — координаты когда расстояние
минимально.

N2

$$b, bq \dots bq^{2999} \quad \frac{bq^{3000} - 1}{q - 1} = 5$$

$$(bq^2 + bq + b)(1 + q^3 + q^6 \dots + q^{2997}) = 5$$

$$(40bq^2 + bq + b)(1 + q^3 \dots + q^{2997}) = 55$$

$$40bq^2 + bq + b = 5bq^2 + 5bq + 5b$$

$$40q^2 + q + 1 = 5q^2 + 5q + 5$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0 \quad \Rightarrow D = 16 + 560 = 576 = 24^2$$

$$q_1 = \frac{4 + 24}{70} = \frac{4}{10}$$

$q_2 = \frac{-4}{14}$ — тогда не все
целые потому что не получается

$$(bq + b)(1 + q^3 + q^6 \dots + q^{2998}) = 5$$

$$(36q + b)(1 + q^3 + q^6 \dots + q^{2998}) = x5$$

$$36q + b = x6q + xb \quad x = \frac{3q + 1}{q + 1}$$

$$q(3x) + (x - 1) = 0$$

$$q = \frac{4}{5} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot \frac{4}{5} + 1}{\frac{4}{5} + 1} = \frac{\frac{12}{5} + 1}{\frac{9}{5}} = \frac{17}{9}$$

~~Ответ: $\frac{11}{7}5$~~

Ответ: $\frac{11}{7}5$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 4900 \overline{) 2} \\ 2450 \overline{) 2} \\ 1225 \overline{) 5} \\ 245 \overline{) 5} \\ 49 \overline{) 2} \\ 7 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1225 \overline{) 5} \\ 10 \overline{) 22} \\ 20 \overline{) 25} \end{array}$$

$$7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 =$$

$$= 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 =$$

$$2 \ 2 \ 5 \ 5 \ 7 \ 7 \ 1 \ 1 = 7 \cdot 6 \cdot 100 =$$

$$4 \ 5 \ 5 \ 7 \ 7 \ 1 \ 1 \quad = 7 \cdot 1200$$

$$2 \ 2 \ 5 \ 5 \ 7 \ 7 \ 1 \ 1$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

$$8!!$$

$$4 \ 111$$

$$4 \ 111$$

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

$$1411$$

$$1141$$

$$1114$$

$$8! \cdot \frac{1}{2!} \cdot \frac{1}{2!}$$

$$\frac{8!}{16} + \frac{8!}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$1 \ 2 \ 4 \ 8$$

$$k$$

$$\frac{1 \cdot 2^4 - 1}{2 - 1} = \frac{16 - 1}{1} = 15$$

$$b + b \cdot q + b \cdot q^2 + \dots + b \cdot q^{n-1}$$

$$\frac{b \cdot q^n - b}{q - 1}$$

$$b \cdot q^n + b \cdot q^{n-1} + b \cdot q^{n-2} + \dots + b$$

$$(bq^2 + bq + b) + (bq^2 + bq + b)q^3 + (bq^2 + bq + b)q^6 + \dots$$

$$(bq^2 + bq + b)(1 + q^3 + q^6 + \dots) = 5$$

$$(6q^2 + 6q + 6) (1 + q^3 + q^6 + \dots + q^{2997}) + 6q^{3000} = 5$$

$$(6q^2 + 6q + 6) (1 + q^3 + \dots + q^{2997}) + 6q^{3000} = 55$$

$$396q^2 (1 + q^3 + \dots + q^{2997}) + 6q^{3000} = 45$$

$$4 \cdot 35 = 140$$

$$400 + 160 = 560$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline \end{array}$$

$$(6 + 6q) (1 + q^2 + q^4 + q^6 + \dots + q^{2998}) + 6q^{3000} = 5$$

$$(6 + 36q) (1 + q^2 + q^4 + q^6 + \dots + q^{2998}) + 36q^{3000} = 7576$$

$$26q (1 + q^2 + q^4 + \dots + q^{2998}) + 26q^{3000}$$

$$26q + 26q^3 + 26q^5 + 26q^7 + 26q^9 + \dots + 26q^{2999} + 26q^{3000}$$

$$396q^2 + 396q^5 + 396q^8 + 396q^9 + \dots + 396q^{3000}$$

$$26q (1 + q^2 + q^4 + \dots + q^{2998} + q^{3000}) = x - ? \quad \frac{6 \cdot q^{3000} - 1}{q - 1} = 5$$

$$396q^2 (1 + q^3 + q^6 + \dots + q^{2997} + q^{3000}) = 45$$

$$6 (q + 1 + q + q^2 + \dots + q^{3000}) = 5$$

$$\frac{x}{2q} + 6(q + q$$

$$\times \frac{35}{7} = 150$$

$$150$$

$$16 -$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 852 \\ \hline 226 \\ 512 + 156 \\ \hline 678 \\ 676 \end{array}$$

$$(6q^2 + 6q + 6) (1 + q^3 + q^6 + \dots + q^{2997}) = 5 =$$

$$= (6 + 6q) (1 + q^2 + q^4 + q^6 + \dots + q^{2998}) = 6 (1 + q + q^2 + \dots + q^{2999})$$

$$(406q^2 + 6q + 6) (1 + q^3 + q^6 + \dots + q^{2997}) = 55$$

$$(36q + 6) (1 + q^2 + q^4 + \dots + q^{2998}) = ?$$

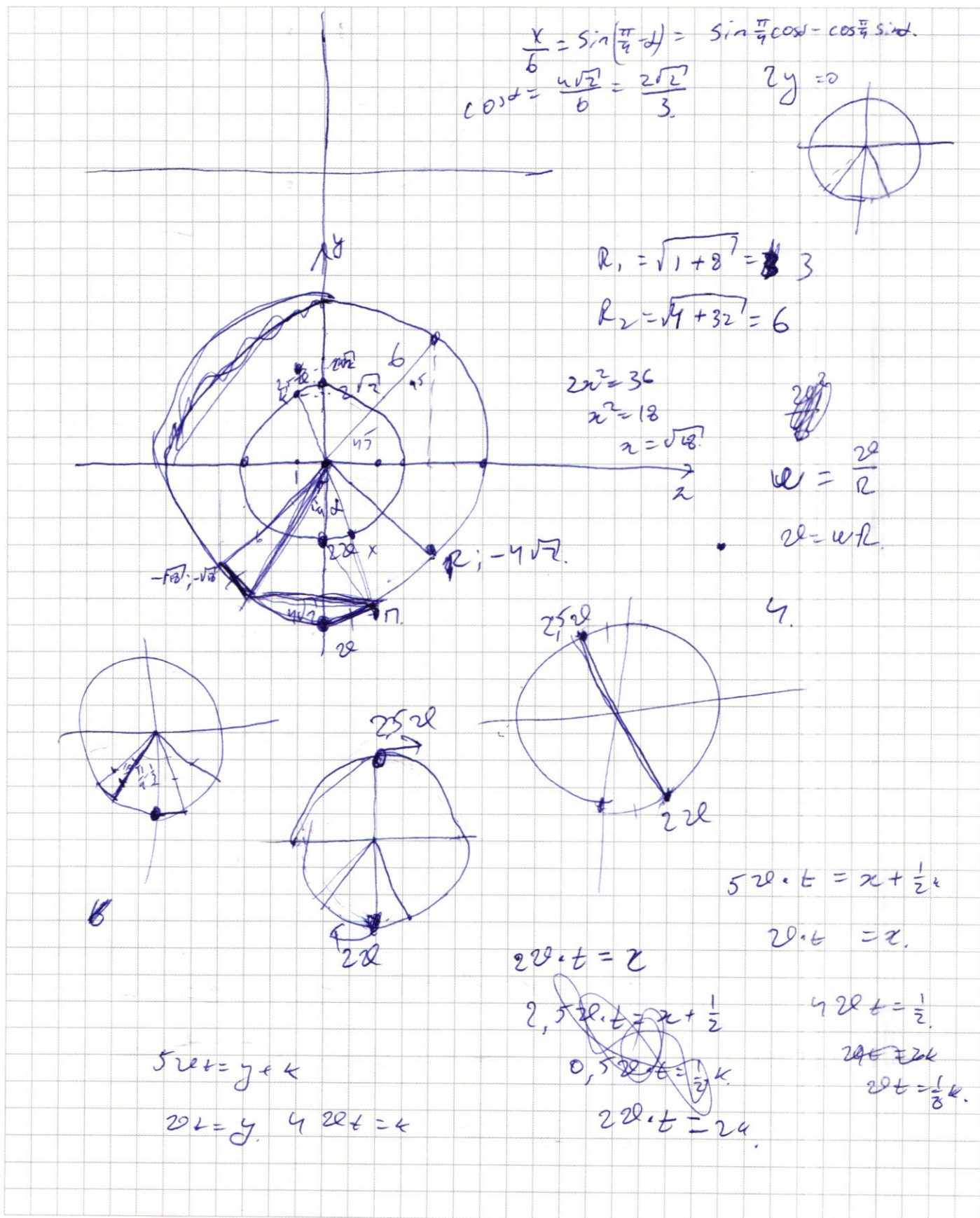
$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 35 \\ \times 4 \\ \hline 140 \\ 560 \end{array}$$

$$q^2 + q^3 + q^4 + q^8 + q^9 + q^{10} + q^{14} + q^{15} + q^{16}$$

$$q(1 - q + q^2)$$

$$6(1 - q + q^2) (q + q^8 + q^{14} + \dots + q^{2996}) = 45$$

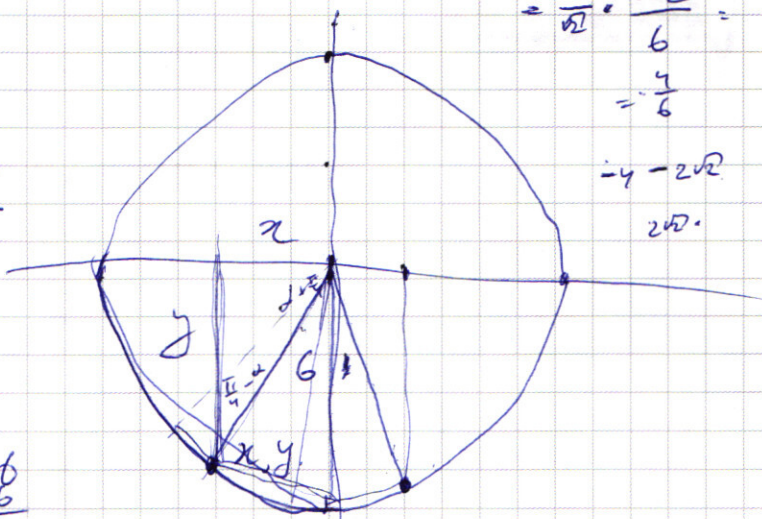
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{x}{6} = \cos \frac{5\pi}{4} \cos \alpha = \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{6} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{x}{6}$$

$$-\frac{4\sqrt{2}}{6} = -\frac{4+\sqrt{2}}{6}$$



$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$-4 - 2\sqrt{2}$$

$$\frac{16}{x \cdot 6}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$$

$$= \cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4\sqrt{2}}{6} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{6}$$

$$x^2 + y^2 = 36$$

$$\frac{16}{12} - \frac{4\sqrt{2}}{12}$$

$$\frac{4}{6} = \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) =$$

$$= \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{4\sqrt{2}}{6} \quad \sin \alpha = \frac{2}{6}$$

$$2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \cdot 2 =$$

$$= 2\sqrt{2} (4\sqrt{2} - 2) =$$

$$= 16 - 4\sqrt{2}$$

$$\frac{16}{12}$$

$$-16 + 4\sqrt{2}$$

$$\frac{x}{6} = \cos\left(\frac{5\pi}{4} + \alpha\right) = \cos \frac{5\pi}{4} \cos \alpha -$$

$$\sin \frac{5\pi}{4} \sin \alpha = \frac{-16 - 4\sqrt{2}}{12}$$

$$\frac{y}{6} = \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$$

$$x = -8 - 2\sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$x = -10$
 $-1000 + 640 + 200$

$5 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot 5 = 125$
 $64 \cdot 5 = 320$

$8(8x - 25)$

$x^3 - 4x^2 + 4x^2 - 64x + 200$
 56
 48

$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$

$2(x^2 - 4) + 4x(x - 4) = 4x(x - 4)$
 $4x(x - 4) = 4x(x - 4)$
 $4x(x - 4) = 4x(x - 4)$

$x = -10$ - решение

$2\sqrt{2} \cdot (x - 4) = \sqrt{x^3 - 64x + 200}$

$8(x^2 - 8x + 16) = x^3 - 64x + 200$

$8x^2 - 64x + 128 = x^3 - 64x + 200$

$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$

$x^3 - 6x^2 - 2x^2 + 12x - 12x - 72$

$x^3 - 2x^2 - 6x^2 + 12x - 12x - 72$

$x^3 - 6x^2 - 2x^2 + 12x - 12x + 72$

$(x - 6)x^2 -$

$x^2(x - 6) - 2x(x - 6) - 12(x - 6)$

$(x^2 - 2x - 12)(x - 6) = 0$

$x_1 = \frac{2 + \sqrt{52}}{2}$
 $x_2 = \frac{2 - \sqrt{52}}{2}$

$x_1 \in (4, 5; 5)$
 $x_2 \in (-2, 5; 3)$

$$1 + \sqrt{13}$$

$$1 - \sqrt{13}$$

$$(1 + \sqrt{13})^3 =$$

$$= 1 + 3\sqrt{13} + 39 + 13\sqrt{13} =$$

$$= 40 + 16\sqrt{13} + 200$$

$$64 \cdot (1 + \sqrt{13}) = 64 + 64\sqrt{13}$$

$$176 \quad 48\sqrt{13}$$

$$44 \quad 12\sqrt{13}$$

$$4 \cdot 4 = 16 \cdot 4 = 64$$

$$64 \cdot 4 = 256$$

$$4,5 \cdot 4,5$$

$$\begin{array}{r} 4,5 \\ \times 4,5 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$x = -3$$

$$4 \cdot 3^4 - 5 \cdot 3^3 +$$

$$+ 11 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 + 4$$

$$3^3(12-5) +$$

$$+ 3(33-1)$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\times 45$$

$$225$$

$$180$$

$$\hline 2025$$

$$45$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ 171 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$\times 4$$

$$76$$

$$64 \cdot 4,5 = 288$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$1) \quad x = -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 & x+1 \\ \hline 4x^4 + 4x^3 & \\ \hline 9x^3 - 9x^2 + 4x + 4 & \end{array}$$

$$4x^3 - 9x^2 + 4$$

$$4x^3 - 8x^2 - x^2 + 2x - 2x + 4$$

$$4x^2(x-2) - x(x-2) - 2(x-2)$$

$$(4x^2 - x - 2)(x-2)$$

$$(x+1)(x-2)$$

$$(x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2) \geq 0$$

$$x^3(4x+5) + x^2(11x+4)$$

$$x^3(4x+5) + x(11x+4)$$

$$0 = 1 + 32$$

$$4x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$1 = 1 + 32 = 33$$

$$\left[\frac{1 + \sqrt{33}}{8}; \infty \right)$$

$$\left(-\infty; \frac{1 - \sqrt{33}}{8} \right]$$