

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИД

Бланк задания должен быть вложен в
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$4200 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \Rightarrow 8 \text{ цифр могут быть: } 2, 2, 5, 5, 7, 7, 1, 1 \quad (1)$$

$$\text{или } 4, 5, 5, 7, 7, 1, 1, 1 \quad (2)$$

Остальные возможные произведения дают уже не цифры

$$(1): n \text{ чисел (количество)} = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} \quad (8! - \text{перестановки, в знаменателе повторения}) = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2520$$

$$(2): n \text{ чисел} = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$$

$$\text{Суммарно: } n = 2520 + 1680 = 4200 \text{ чисел}$$

Ответ: 4200 чисел

№2.

$$S = b_1 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \quad (\text{геом. прогрессия, } q - \text{знаменатель})$$

$$5S - S \text{ (на сколько увеличилась } S) = 4S = 39b_3 \cdot \frac{(q^3)^{1000} - 1}{q^3 - 1} = 39b_1 \cdot q^2 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} =$$

$$= 39b_1 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \cdot \frac{q^2}{q^2 + q + 1} = 39S \cdot \frac{q^2}{q^2 + q + 1} \quad (b_3, b_6, \dots, b_{3000} \text{ образуют но-}$$

вую геом. прогрессию со знаменателем q^3 и кол-во членов 1000;

числа $b_3, \dots, b_{3000}$ увеличились в 40 раз $\Rightarrow$ сумма прогрессии увеличилась на $39b_3 + 39b_6 + \dots + 39b_{3000} = 39(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000})$

$$\text{Значит, } 4 = 39 \cdot \frac{q^2}{q^2 + q + 1} \Rightarrow 39q^2 = 4q^2 + 4q + 4 \Rightarrow 35q^2 - 4q - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 35}}{35} = \frac{2 \pm 12}{35} = \frac{14}{35}; -\frac{10}{35}$$

$$q > 0 \text{ (все члены положительны)} \Rightarrow q = \frac{14}{35} = \frac{2}{5}$$

Во втором случае аналогично: ΔS (на сколько увеличилась) =

$$= 2b_2 + 2b_4 + \dots + 2b_{3000} = 2(b_2 + \dots + b_{3000}) = 2b_2 \cdot \frac{(q^2)^{1500} - 1}{q^2 - 1} = 2b_2 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \cdot \frac{q}{q+1} = 2S \cdot \frac{2/5}{2/5 + 1} = 2S \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{7} S$$

$$S_2 = S + \Delta S = S + \frac{4}{7} S = \frac{11}{7} S$$

Ответ: в $\frac{11}{7}$ раза увеличится

✓3.

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

$$1. x = -10$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4) \geq 0$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128 \Leftrightarrow x^3 - 8x^2 + 72 = x^3 - 6x^2 - 2x^2 + 72 = x^2(x-6) - 2(x^2-36) = (x-6)(x^2-2(x+6)) = (x-6)(x^2-2x-12) = 0$$

$$2. x = 6$$

$$3. x^2 - 2x - 12 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+12} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$\text{Получаем } x = \{-10; 6; 1+\sqrt{13}; 1-\sqrt{13}\}$$

Проверка:

$$x = -10 \Rightarrow \sqrt{(-10)^3 - 64 \cdot (-10) + 200} = \sqrt{-1000 + 840} = \sqrt{-160} \Rightarrow \text{не удов.}$$

$$x = 6 \Rightarrow \sqrt{6^3 - 64 \cdot 6 + 200} = \sqrt{216 - 384 + 200} = \sqrt{32} \geq 0 \Rightarrow \text{удов.}$$

$$x - 4 = 2 \geq 0$$

$$x = 1 - \sqrt{13} \Rightarrow (1 - \sqrt{13}) - 4 = -3 - \sqrt{13} < 0 \Rightarrow \text{не удов.}$$

$$x = 1 + \sqrt{13} \Rightarrow \sqrt{(1 + \sqrt{13})^3 - (1 + \sqrt{13}) \cdot 64 + 200} = \sqrt{1 + 3\sqrt{13} + 3 \cdot 13 + 13\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13} + 200} = \sqrt{-48\sqrt{13} + 176}; 48\sqrt{13} \vee 176 \Leftrightarrow 3\sqrt{13} \vee 11$$

$$117 = 9 \cdot 13 < 121 \Rightarrow 48\sqrt{13} < 176 \Rightarrow \Rightarrow \text{корень существ.}$$

$$1 + \sqrt{13} - 4 = \sqrt{13} - 3 \geq 0 \Rightarrow \text{удов.}$$

С учетом проверки:

$$\text{Ответ: } x = \{6; 1 + \sqrt{13}\}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓ 4.

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 | x+2 | + 4 \geq 0$$

① $x \geq -2$: $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 - 10x^2 + 4 = 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$

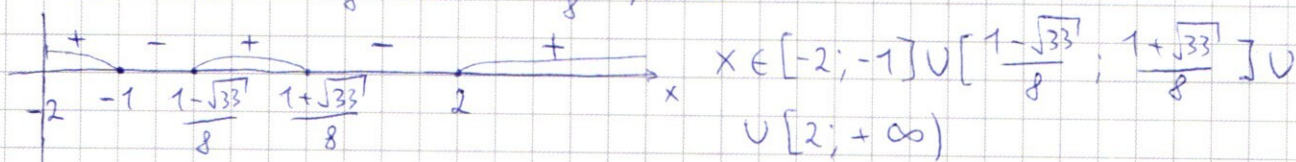
1. $x = -1 \Rightarrow$ $\begin{array}{r|l} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 & x+1 \\ \hline 4x^4 + 4x^3 & \\ \hline -9x^3 - 9x^2 & \\ -9x^3 - 9x^2 & \\ \hline 4x + 4 & \\ 4x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$

2. $x = 2 \Rightarrow$ $\begin{array}{r|l} 4x^3 - 9x^2 + 0x + 4 & x-2 \\ \hline 4x^3 - 8x^2 & \\ \hline -x^2 + 0x & \\ -x^2 + 2x & \\ \hline -2x + 4 & \\ -2x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$

3. $4x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 4 \cdot 2}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$ корни

Нули функции: $x = \{-1; 2; \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}\} \Rightarrow$ исходная функция равна:

$$4(x+1)(x-2)(x - \frac{1+\sqrt{33}}{8})(x - \frac{1-\sqrt{33}}{8}) \geq 0$$



② $x < -2$: $4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 = 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 =$

$$= 4x^4 + (x+2)^2 + 5x^2(x+2)$$

$v = x^2$, $u = x+2 \Rightarrow 4v^2 + u^2 + 5vu = (4v+u)(v+u) =$

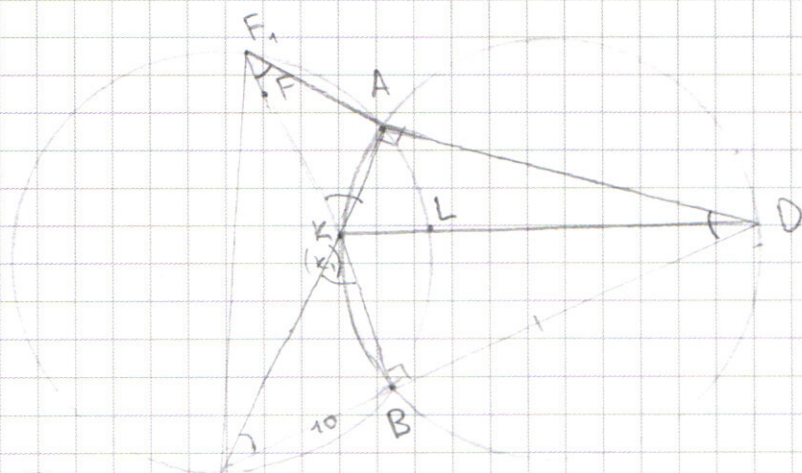
$$= (4x^2 + x + 2)(x^2 + x + 2) \geq 0$$

$D < 0 \quad D < 0$

Корней нет $\Rightarrow x \in (-\infty; -2)$, с учетом ограничения на модуль

Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup [\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}] \cup [2; +\infty)$

✓6.



Решение: C

Дано: а) $BF = BD$

$$\angle CAD = \angle FBD = 90^\circ$$

$$R_1 = R_2 = R = 13$$

$$\delta) BC = 10$$

Найти:

$$а) CF = ?$$

$$\delta) S_{ACF} = ?$$

$$а) \angle KAD = 90^\circ \Rightarrow \text{отпр. на } KD - \text{диаметр} \quad \angle KBD = 90^\circ \Rightarrow \text{отпр. на } K_1D - \text{диаметр} \Rightarrow K \text{ и } K_1 \text{ совпадают}$$

$\angle KCB = \angle ALB$, т.к. окружности одинаковые $\Rightarrow \angle ADB = \angle ACB$ (отпр. на равные дуги)

$$\Delta CAD: \angle ACD + \angle ADC = 90^\circ \Rightarrow \angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$$

$$\angle AF_1B = \angle ACB \text{ (отпр. на } \overset{\frown}{ALB}) = 45^\circ$$

$$\angle F_1KA = \angle CKB \text{ (верт.)} = 90^\circ - \angle KCB = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AF_1K + \angle F_1KA = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_1, A, D \text{ лежат на 1 прямой} \Rightarrow \text{в } \Delta BF_1D: \angle B, F_1D = \angle F_1DB = 45^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BF_1 = BD \text{ (равноб. } \Delta)$$

$$BF = BD, F \in F_1B$$

$$\Rightarrow F \text{ и } F_1 \text{ совпадают} \Rightarrow CF - \text{диаметр, т.к.}$$

$$\angle FBC = 90^\circ \text{ отпр. на него} \Rightarrow CF = 2R = 26$$

$$\delta) \text{ ~~XXXX~~ } BF = \sqrt{CF^2 + BC^2} \text{ (т. Пифагора)} = \sqrt{26^2 + 10^2} = 24 = BD$$

$$AC = AD \text{ (равноб. } \Delta ACD) = \frac{DC}{\sqrt{2}} = \frac{34}{\sqrt{2}} = 17\sqrt{2}$$

и прямое.

$$AF = \sqrt{CF^2 - AC^2} = \sqrt{26^2 - 17^2 \cdot 2} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} AF \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 17\sqrt{2} = 17 \cdot 7 = 119$$

Ответ: $CF = 26, S_{ACF} = 119$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.

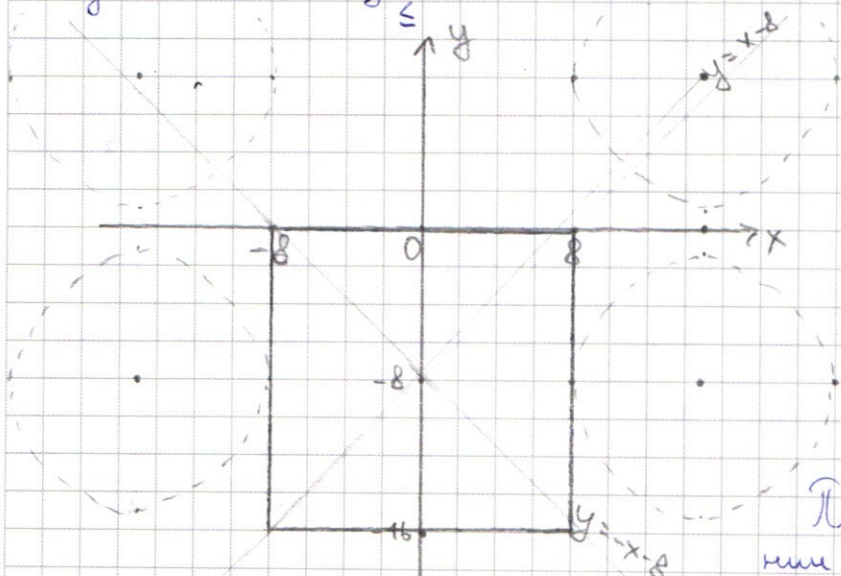
$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16$$

$$\begin{aligned} y+x+8 &\geq 0 \Rightarrow y \geq -x-8 \\ y-x+8 &\geq 0 \Rightarrow y \geq x-8 \end{aligned} : y+x+8 + y-x+8 = 16 \Rightarrow y = 0$$

$$\begin{aligned} y+x+8 &\geq 0 \Rightarrow y \geq -x-8 \\ y-x+8 &\leq 0 \Rightarrow y \leq x-8 \end{aligned} : y+x+8 - y-x+8 = 2x = 16 \Rightarrow x = 8$$

$$\begin{aligned} y+x+8 &\leq 0 \Rightarrow y \leq -x-8 \\ y-x+8 &\geq 0 \Rightarrow y \geq x-8 \end{aligned} : -y-x-8 + y-x+8 = -2x = 16 \Rightarrow x = -8$$

$$\begin{aligned} y+x+8 &\leq 0 \Rightarrow y \leq -x-8 \\ y-x+8 &\leq 0 \Rightarrow y \leq x-8 \end{aligned} : -y-x-8 - y-x+8 = -2y-16 = 16 \Rightarrow y = -16$$



Сплошная линия - график

$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16$$

Пунктир - график

$$(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

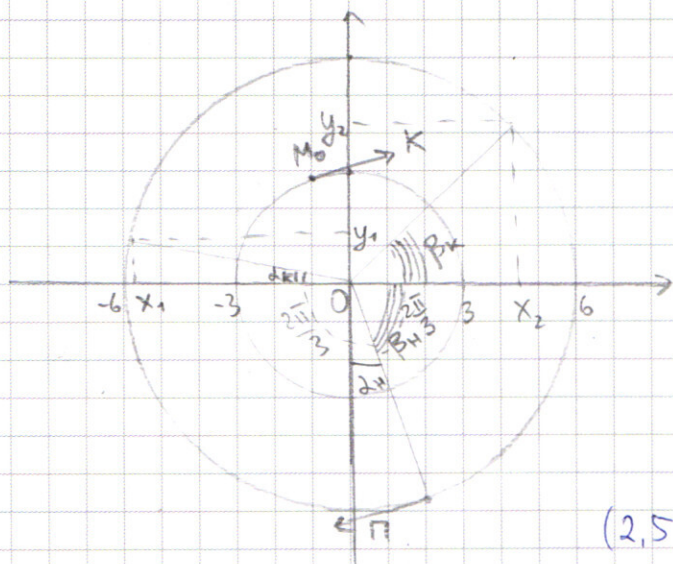
В ситуации на рисунке ровно 2 решения - касания. Здесь $a = 8^2 = 64$

При дальнейшем увеличении a окружности будут пересекать квадрат в > 2 точках до тех пор, пока верхние окружности не будут касаться нижних вершин квадрата.

При второй ситуации: $R = \sqrt{24^2 + 25^2} = \sqrt{1201} = \sqrt{a} \Rightarrow a = 1201$

Затем, как и вначале, пересечений не будет.

Ответ: $a = 64; 1201$



№5.

$$R_K = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3$$

$$R_\pi = \sqrt{2^2 + (-4\sqrt{2})^2} = 6$$

Минимальное расстояние -
рыбы на одной прямой с ради-
~~усом~~ усаи окружностей, по одну
сторону от центра.

$$\omega_K = 2,5x$$

$$\omega_\pi = x$$

$$(2,5x - x)t = \pi + 2n\pi, \text{ - сближение рыб}$$

t - время, π - половина круга,

$$n \in \mathbb{N} + \{0\}$$

$$t = \frac{\pi + 2n\pi}{1,5x}, \text{ при таком времени рас-}$$

стояние между рыбами минимально

$$\varphi_{\text{пл}}(\text{угол, который прошел пещкарь}) = xt = \frac{\pi + 2n\pi}{1,5} = \frac{2}{3}\pi + \frac{4}{3}n\pi$$

$$n \in \mathbb{N} + \{0\}$$

При подстановке разных n получаем:

$$\varphi_\pi = \frac{2}{3}\pi, 2\pi, \frac{10}{3}\pi = \frac{4}{3}\pi, \frac{14}{3}\pi = \frac{2}{3}\pi, \dots \text{ период.}$$

Получаем, что есть 3 возможных положения: исходное, на
угле $\frac{2}{3}\pi$ и на угле $\frac{4}{3}\pi$ от исходного.

$$\cos \alpha_K = \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha_n\right) = \cos \frac{\pi}{6} \cos \alpha_n + \sin \frac{\pi}{6} \sin \alpha_n = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4\sqrt{2}}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{6} =$$

$$= \frac{1}{6}(2\sqrt{6} + 1) \Rightarrow x_1 = -(2\sqrt{6} + 1)$$

$$y_1 = \sqrt{6^2 - x_1^2} = \sqrt{36 - (4 \cdot 6 + 1 + 4\sqrt{6})} = \sqrt{11 - 4\sqrt{6}} = \sqrt{(2\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$$

$$\cos \beta_K = \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \beta_n\right) = \cos \frac{2\pi}{3} \cos \beta_n + \sin \frac{2\pi}{3} \sin \beta_n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4\sqrt{2}}{6} =$$

$$= \frac{1}{6}(-1 + 2\sqrt{6}) \Rightarrow x_2 = -1 + 2\sqrt{6}$$

$$y_2 = \sqrt{6^2 - x_2^2} = \sqrt{36 - (1 + 4 \cdot 6 - 4\sqrt{6})} = \sqrt{11 + 4\sqrt{6}} = 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

Ответ: в точках с координатами $(2, -4\sqrt{2})$, $(-2\sqrt{6} - 1; 2\sqrt{2} - \sqrt{3})$,
 $(2\sqrt{6} - 1; 2\sqrt{2} + \sqrt{3})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x < -2$

$$4x^4 + (x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4) \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4(x+2)^2$$

$$-5x^2(x+2) + (x+2)^2 + 4x^4 = 0$$

$$-5vu + u^2 + 4v^2 = 0 \quad (2x^2)^2 \quad v = x^2 \quad u = (x+2)$$

$$u^2 - vu - 4vu + 4v^2 = 0 \quad (u-v)(u+4v) = 0$$

- $1. u = -v \Rightarrow x+2 = -x^2 \Rightarrow x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow \emptyset$
- $2. x+2+4x^2 = 0 \Rightarrow 4x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow \emptyset$

$$16x^3 + 15x^2 + 22x + 4 = 0 \quad (x^2 + |x+2|)(4x^2 + |x+2|) \geq 0$$

$$4x^4 + 4x^3 + 8x^2 + x^3 + x^2 + 2x + 2x^2 + 2x + 4 =$$

$$= 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4$$

$R_K = 3$
 $R_H = 6$

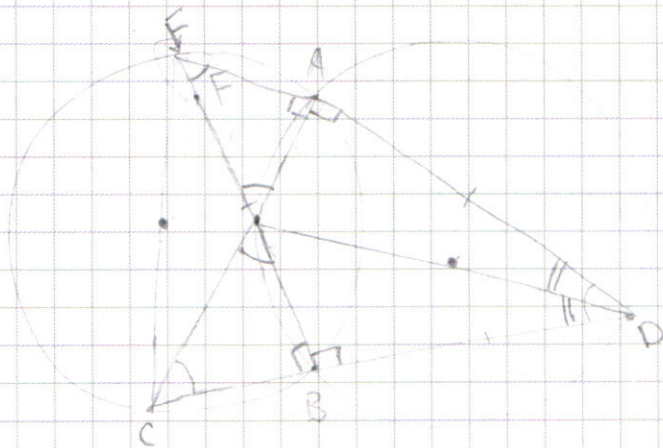
17
7
119

28

17
17
119
17
289
2
578

98

3
26
26
156
52
676
17
17
119
17
289
2
578



$BD = BF$
 10
 5
 2
 10
 5
 2

$$|y + x + 8| + |y - x + 8| = 16$$

$$y + x + 8 \geq 0 \Rightarrow y \geq -x - 8$$

$$y - x + 8 \geq 0 \Rightarrow y \geq x - 8$$

$$2y = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$y + x + 8 \geq 0$$

$$y - x + 8 \geq 0$$

$$y + x + 8 - y + x - 8 = 2x = 16 \Rightarrow x = 8$$

$$y + x + 8 \leq 0$$

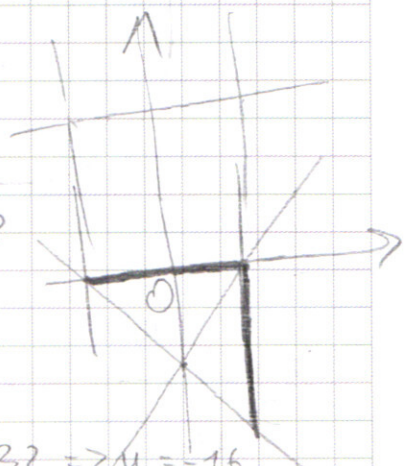
$$y - x + 8 \leq 0$$

$$-y - x - 8 + y - x + 8 = -2x = 16 \Rightarrow x = -8$$

$$y + x + 8 \leq 0$$

$$y - x + 8 \leq 0$$

$$-y - x - 8 - y + x - 8 = -2y = 32 \Rightarrow y = -16$$



$$\begin{array}{r} 1 \\ 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$189 \cdot 2 = 378$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 189 \\ \times 2 \\ \hline 378 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \cdot 10 \\ 676 \\ \times 2 \\ \hline 378 \\ 298 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 298 \cdot 2 \\ \hline 596 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 481 \\ \hline 576 \\ 625 \\ \hline 1201 \end{array}$$

$$35 \cdot 1225$$

$$17 + 8 = 25$$

$$64 +$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{l|l} 4000 & 2 \\ & 5 \\ 400 & 2 \\ & 5 \\ 40 & 7 \\ & 7 \\ & 1 \end{array}$$

$$4000 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 - 8 \text{ цифр, } 360$$

Ответ:

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2520$$

$$\frac{360}{7} = 51.428571$$

$$\frac{360}{7} = 51.428571$$

$$4 \cdot 1: 4 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 1^3$$

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6 = 1680$$

$$2520 + 1680 = 4200$$

$$b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = S$$

$$39b_3 + 39b_6 + \dots = 39(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000})$$

$$q' = 10q^3$$

$$b_3 = b_1 q^2$$

$$39b_3 \cdot \frac{q^{3n} - 1}{q^3 - 1} = 4S$$

$$b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = S$$

$$b_1 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} = S$$

$$39b_1 q^2 \cdot \frac{q^{3n} - 1}{q^3 - 1} = 4S$$

$$39b_1 q^2 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} = 4S$$

$$\frac{39q^2(q-1)}{q^3-1} = 4 = \frac{39q^2(q-1)}{(q-1)(q^2+q+1)} = 4 \Rightarrow 39q^2 = 4q^2 + 4q + 4$$

$$4 \cdot 35 = 140$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$\frac{1}{4}D = 4 + 4 \cdot 35 = 4 \cdot 36 = (2 \cdot 6)^2 = 12^2$$

$$q = \frac{2 \pm 12}{35} > 0 \Rightarrow q = \frac{14}{35} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{5}$$

$$2b_2 \cdot \frac{q^{2n} - 1}{q^2 - 1} = 2b_1 q \cdot \frac{q^n - 1}{q^2 - 1} = 2b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \cdot \frac{q}{q + 1} = 2S \cdot \frac{2/7}{2/7 + 1} =$$

$$= \frac{4}{9}S \Rightarrow S_{\text{нов.}} = S + \frac{4}{9}S = \frac{13}{9}S$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{5} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3-64x+200} = (x-4)(x+10)$$

$$1. x = -10 \quad -1000 + 640 + 200 < 0 \quad \text{не уга.}$$

$$2. \sqrt{x^3-64x+200} = 2\sqrt{2}(x-4)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$x^3 - 6x^2 - 2x^2 + 72 = 0$$

$$x^2(x-6) - 2(x^2-36) = 0$$

$$x^2(x-6) - 2(x-6)(x+6) = 0 \Leftrightarrow (x-6)(x^2-2x-12) = 0$$

$$1. x = 6$$

$$2. x^2 - 2x - 12 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{1+12} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$\text{Проверка: } 216 - 64 \cdot 6 + 200 > 0 \quad \text{уг.}$$

$$1 - \sqrt{13} - 4 < 0 \quad \text{не уга.}$$

$$(1 + \sqrt{13})^3 - 64(1 + \sqrt{13}) + 200$$

$$1 + 3 \cdot 13 + 3\sqrt{13} + 13\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13} + 200 = -48\sqrt{13} + 176 > 0$$

$$\begin{array}{r} 176 \\ - 138 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$176 > 48\sqrt{13} \quad | :16$$

$$11 > 3\sqrt{13}$$

$$(1 + \sqrt{13})^3 - 64(1 + \sqrt{13}) + 200 = 2\sqrt{26} - 6\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 26 + 36 \cdot 2 - 24\sqrt{26 \cdot 2} = \\ 106 \quad 72 \quad 48\sqrt{13} \\ \hline 178 \end{array}$$

$$4x^4 + (x^2 + 4x) - 5x^2 \mid (x+2) + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 = 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \mid x+1 \\ 4x^4 + 4x^3 \\ \hline -9x^3 - 5x^2 + 4x + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -9x^3 - 9x^2 \\ \hline -x^2 + 4x + 4 \end{array}$$

$$76 - 30 \cdot 4 + 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 9x^2 + 0x + 4 \mid x-2 \\ 4x^3 - 8x^2 \\ \hline -x^2 + 4x + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x^2 + 0x \\ \hline -x^2 + 2x \\ \hline -2x + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$D = 1 + 4 \cdot 4 \cdot 2 = 33$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{2} \sim 5.6$$