

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(№4)

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 | x+2 | + 4 \geq 0$$

Рассмотрим два случая:

1) $x+2 \geq 0$, тогда:

$$4x^4 + x^2 + 4x - 10x^2 - 20x - 4 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 9x^2 - 16x \geq 0$$

Найдем корни ур-я $4x^4 - 9x^2 - 16x = 0$:

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 9x^2 - 16x \\ - 4x^4 - 8x^3 \\ \hline 3x^3 - 9x^2 - 16x \\ - 3x^3 - 6x^2 \\ \hline -3x^2 - 16x \\ - -3x^2 - 6x \\ \hline -10x \\ - -10x + 20 \\ \hline 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} | x-2 \\ \hline 4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 \end{array}$$

т.е. один из корней 2.

Найдем следующий корень:

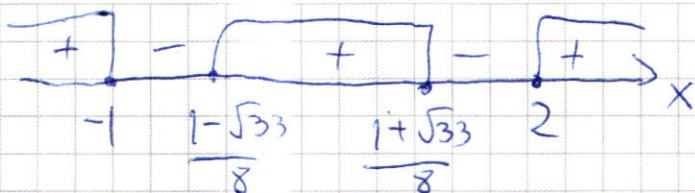
$$\begin{array}{r} 4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 \\ - 4x^3 + 4x^2 \\ \hline -x^2 - 3x - 2 \\ - -x^2 - x \\ \hline -2x - 2 \\ - -2x - 2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} | x+1 \\ \hline 4x^2 - x - 2 \end{array}$$

$$(x-2)(x+1)(4x^2 - x - 2) = 0$$

$$4x^2 - x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 32 = 33$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{1 - \sqrt{33}}{8} \\ x = \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 2 \\ \frac{1-\sqrt{33}}{8} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{33}}{8} \\ x \leq -1 \end{array} \right. \quad (=)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 2 \\ \frac{1-\sqrt{33}}{8} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{33}}{8} \\ -2 \leq x \leq -1 \end{array} \right.$$

2) Если $x+2 \leq 0$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + x^2(5x+10) + 4 \geq 0.$$

$$x^2(4x^2 + 5x + 10) + x^2 + 4x + 4 \geq 0.$$

$$x^2(4x^2 + 5x + 10) + (x+2)^2 \geq 0.$$

$$\begin{matrix} \geq 0 & (0 \leq \dots, \text{zn} \geq 0) & \geq 0 \end{matrix}$$

т.е. мы получили сумму неотрицательных вы-
ражений, т.е. это неравенство выполняется всегда.

zn $x \leq -2$ нас устраивает.

Таким образом, окончательный ответ:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 2 \\ \frac{1-\sqrt{33}}{8} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{33}}{8} \\ x \leq -1 \end{array} \right.$$

Ответ: $(-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty).$

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40.$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

$$\text{О.Д.З.: } x^3 - 64x + 200 \geq 0.$$

при $x = -10$ $-1000 + 640 + 200 \geq 0$ - неверно,

zn $x = -10$ не явл. реш. ур-я.

тогда поделим обе части на $x+10$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = x - 4$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x - 4)^2$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^3 + 200 = 8x^2 + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 8x^2 + 72 & x - 6 \\ - x^3 - 6x^2 & \hline -2x^2 + 72 & \\ - -2x^2 + 12x & \\ -12x + 72 & \\ - -12x + 72 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 - 2x - 12 \end{array}$$

$$(x - 6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$D_1 = 13$$

$$\begin{cases} x = 1 + \sqrt{13} \\ x = 1 - \sqrt{13} \end{cases}$$

т.е. ответы:

$$\begin{cases} x = 6 \\ x = 1 + \sqrt{13} \\ x = 1 - \sqrt{13} \end{cases}$$

Проверка: $x^3 - 64x + 200 \geq 0$

при $x = 6$ $216 - 384 + 200 \geq 0$ - верно

при $x = 1 + \sqrt{13}$ $(1 + \sqrt{13})^3 - 64(1 + \sqrt{13}) + 200 =$
 $= 1 + 3\sqrt{13} + 39 + 13\sqrt{13} - 64(1 + \sqrt{13}) + 200 =$
 $= 240 + 16\sqrt{13} - 64 - 64\sqrt{13} =$
 $= 176 - 48\sqrt{13}$

$$176 \sqrt{48\sqrt{13}}$$

$$44 \sqrt{12\sqrt{13}}$$

$$11 \sqrt{3\sqrt{13}}$$

$$121 \sqrt{9 \cdot 13}$$

$$121 \sqrt{117}$$

зн. при $x = 1 + \sqrt{13}$ вып. ≥ 0 .

при $x = 1 - \sqrt{13}$ ~~$(1 - \sqrt{13})^3$~~ $- 64(1 - \sqrt{13})$

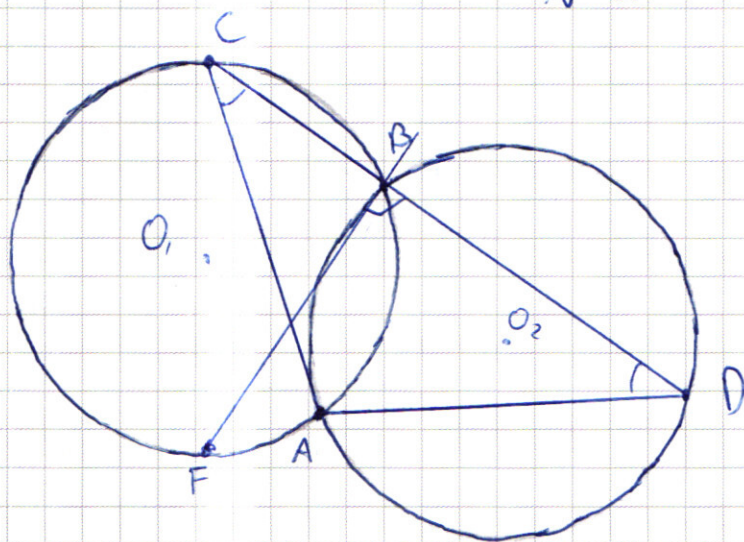
$$\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 100}}{2\sqrt{2}} = (1 - \sqrt{13} - 4), \text{ т.е.}$$

корень равен отрицательному числу, зн.

$x = 1 - \sqrt{13}$ нам не подходит.

Ответ: 6; $1 + \sqrt{13}$.

$\sqrt{6}$.



П.к. $O_1 \equiv O_2$, то тогда:

эти две окружности пересекаются по равным дугам.

т.е. $\widehat{AB}$ для первой окружности = $\widehat{AB}$, зн.

и углы, опирающиеся в этих окружностях на

данные дуги тоже равны, т.е. $\angle ACD = \angle ADC$,

т.е. $\triangle ACD$ - р/б (по признаку), а т.к. $\angle A = 90^\circ$

(по усл.), то $\angle C = \angle D = 45^\circ$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим теперь $\triangle FBD$:

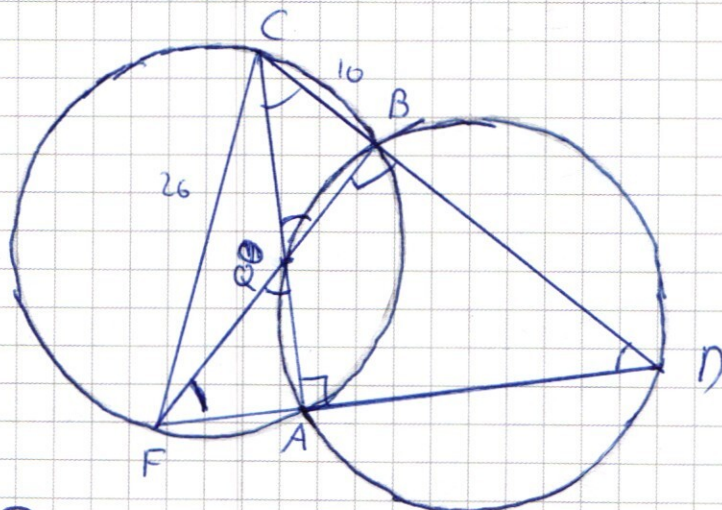
по уш. в нем $FB = BD$ и $\angle B = 90^\circ$, тогда
он p/d (по опр.) и $\angle F = \angle D$ (по св. уг.), з.н.
 $\angle F = \angle D = 45^\circ$

а т.к. $\angle D$ в $\triangle ACD$ и $\angle D$ в $\triangle FBD$ отложены
от одного луча (DC), то они совпадают, а з.н.
точка $F \in (AD)$

т.к. $\angle D$ в $\triangle FBD$ лежит на $Окр_2$ (с у в $О_2$)
и опирается на AB , то $\angle D = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AB}$

т.к. $\angle BDA = \angle BFD$, то $\angle BFD = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AB}$

з.н. точка $F \in Окр_1$ (т.к. в нашем случае „ $=$ “ не
совпадает с „ $\in$ “) На основании доказ. сделаем
другой рисунок:



~~Рассмотрим еще $\triangle QBA$ он вписан.~~

Рассмотрим $\triangle FCB$: $\angle B = 90^\circ$, он вписан,

следовательно $\angle CBF$ опирается на d , т.е.

$$CF = d \quad CF = 2R = 2 \cdot 13 = \boxed{26}$$

Теперь рассмотрим $\triangle BDA$, он вписан в окр.

$$\text{Тогда } \angle D + \angle Q = 180^\circ$$

$$\angle D = 180^\circ - \angle Q$$

$$\angle FQA = 180^\circ - \angle Q$$

<

$$\text{Из } \triangle FCB: \angle B = 90^\circ$$

$$FB = \sqrt{26^2 - 16^2} = \sqrt{16 \cdot 36} = 24$$

$$FB = BD = 24 \quad (\triangle FBD - \text{р/б})$$

$$CD = 34 \quad (CB + BD = 10 + 24)$$

Тогда в $\triangle ACD$:

$$AC^2 + AD^2 = CD^2$$

$$2AC^2 = 34^2$$

$$AC = \frac{34}{\sqrt{2}}$$

$$AC = 17\sqrt{2}$$

$$AF = \sqrt{26^2 - 17^2 \cdot 2} = 7\sqrt{2}$$

$$\text{Тогда } S_{\triangle ACF} = S = \frac{17\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2}}{2} = 17 \cdot 7 = \boxed{119}$$

Ответ: $CF = 26$; $S_{\triangle ACF} = 119$.

Разложим 4900 на множители.

$$4900 = 49 \cdot 100 = 7^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

восемизначное число: $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8$

нетрудно заметить, что чтобы произведение равнялось 4900 ~~то~~ цифры должны быть равны 2, 5, 7 или 1.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

первую цифру можно выбрать 4 сп.
т.к. нам нужны два раза и 2, и 5, и 7, и 1, то
вторую цифру можно выбрать тоже 4 спосо-
бами. третью цифру можно выбрать 4 сп. четвертую
тоже 4, пятую 4, шестую² седьмую² и восьмую¹
1.

Таким образом ответ: $4^5 \cdot 6 = 2^{10} \cdot 6 = 1024 \cdot 6 = 6144$

Ответ: 6144.

№7.

Будем решать графически:

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16, & (1) \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

(1) $|y+x+8| + |y-x+8| = 16$
при $x \geq 0$

$$\begin{array}{ccccccc} y+x+8 & - & & + & & + & \\ \hline y+8-x & - & -x & - & x & + & x \end{array}$$

при $y+8 \geq x$ $y=0$, т.е. $x \leq 8$.

при $-x \leq y+8 \leq x$

$-16 \leq y \leq 0$

при $y+8 \leq -x$

$-8 \leq -x$

$x \leq 8$

$y+x+8 - y+x-8 = 16$

$x=8$

$-y-x-8 - y+x-8 = 16$

$-2y = 32$

$y = -16$

при $x \leq 0$

$$\begin{array}{c} y+x+8 \\ y-x+8 \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ + \end{array}$$

$$\begin{array}{c} - \\ + \end{array} \quad \begin{array}{c} x \\ -x \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ + \end{array}$$

при $y+8 \geq -x$

$$x \geq -8 \quad x \leq -8$$

$$y+x+8+y-x+8=16.$$

$$y=0.$$

при $x \leq y+8 \leq -x$

$$-16 \leq y \leq 0$$

$$-y-x-8+y-x+8=16.$$

$$x=-8.$$

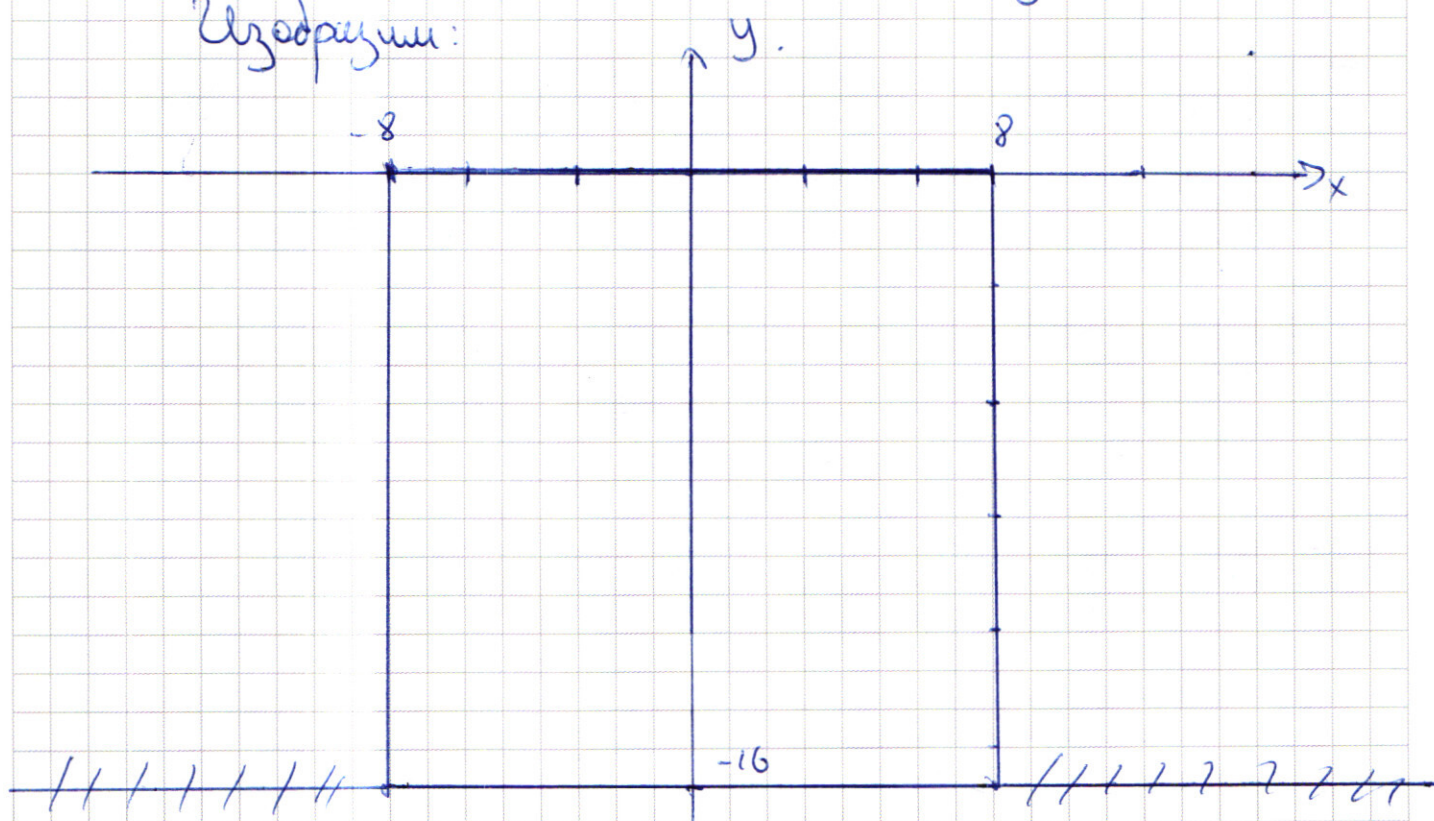
при $y+8 \leq x$

$$x \geq -8.$$

$$-y-x-8-y+x-8=16.$$

$$y=-16.$$

Изобразим:



В зависимости теперь рассмотрим

$$(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a.$$

В зависимости от знака x и y , график представляет собой части окружностей.

при $x \geq 0, y \geq 0$ $(x-15)^2 + (y-8)^2 = a$

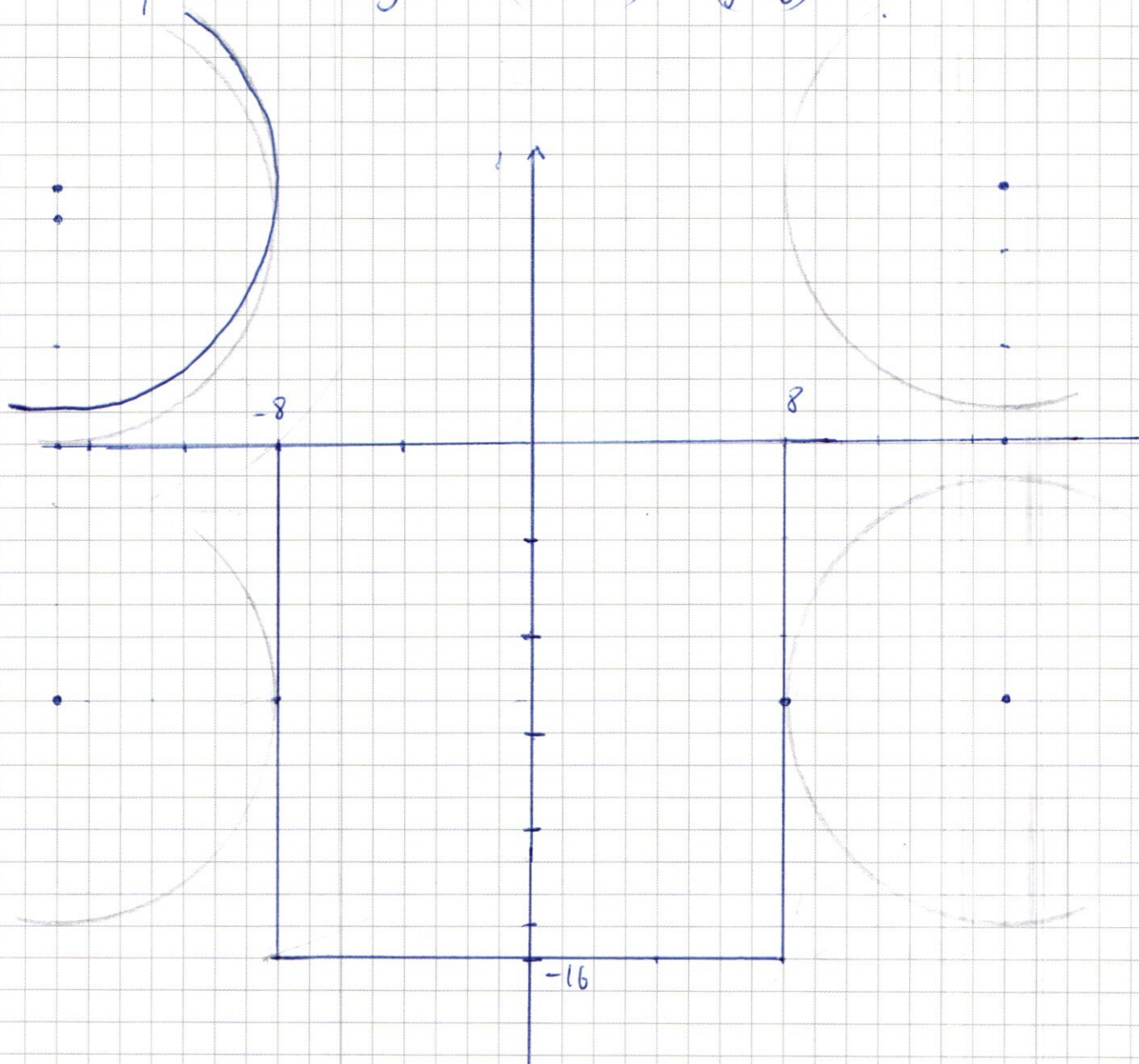
при $x \leq 0, y \geq 0$ $(x+15)^2 + (y-8)^2 = a$

при $x \geq 0, y \leq 0$ $(x-15)^2 + (y+8)^2 = a$

при $x \leq 0, y \leq 0$ $(x+15)^2 + (y+8)^2 = a$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

при $x \leq 0$ $y \leq 0$ $(x+15)^2 + (y+8)^2 = a$.



Один из случаев решения с двумя
реш. это когда две окр. касаются
квадрата.

В этом случае $a = 7^2 = 49$.

Ответ: 49.

№5.

Найдем R окружности и для караса, и для
пескаря

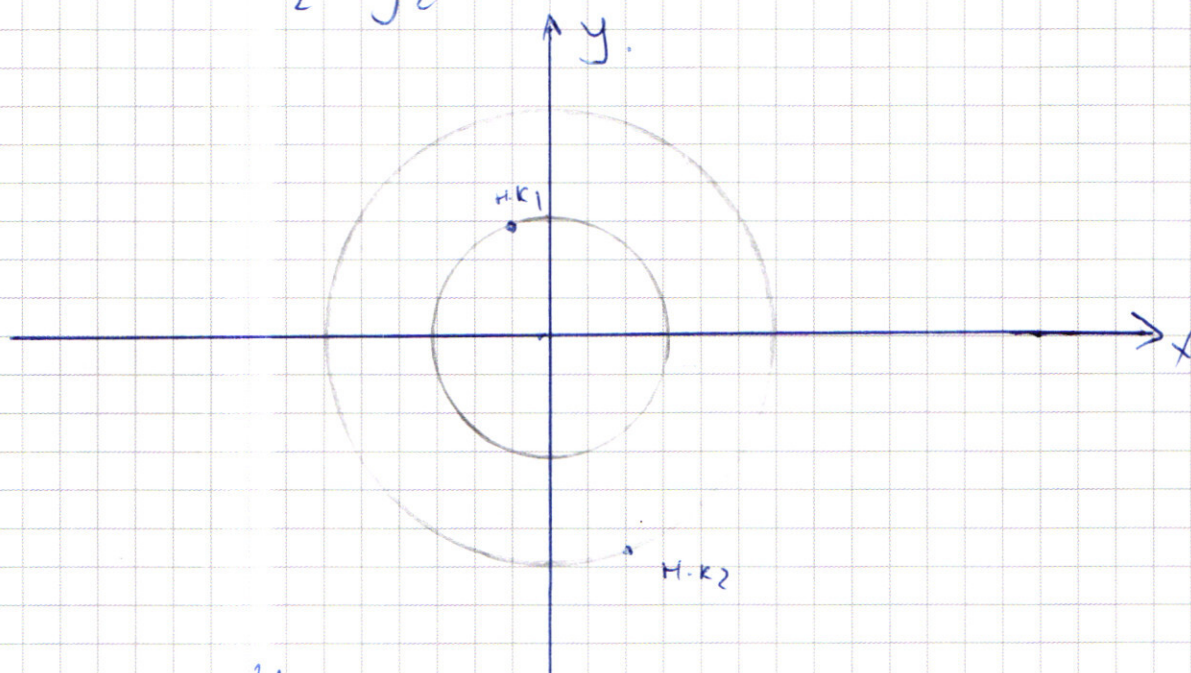
$$R_1 = \sqrt{1 + (2.5)^2} = 3$$

$$R_2 = \sqrt{4 + 32} = 6.$$

Тогда ур-е окружности для них:

$$x_1^2 + y_1^2 = 9$$

$$x_2^2 + y_2^2 = 36.$$



Из рисунка нетрудно заметить, что
наши расстояния между карасем и пескарем
равны 3.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 | x+2 | + 4 \geq 0$$

$$x+2 \geq 0 \quad (x \geq -2)$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 | x+2 | + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4 \cdot 16 - 5 \cdot 8 - 9 \cdot 4 + 4 \cdot 2 + 4$$

$$64 - 40 - 36 + 8 + 4$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \\ - 4x^4 - 8x^3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \\ - 3x^3 - 6x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3x^2 + 4x + 4 \\ - -3x^2 + 6x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x + 4 \end{array}$$

$$(x-2)(4x^3 + 3x^2 - 3x - 2)$$

$$4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$\frac{1 - \sqrt{33}}{8} \quad \sqrt{-1}$$

$$\frac{1 - \sqrt{33}}{8} \quad \sqrt{-8}$$

$$9 \quad \sqrt{33}$$

$$81 \quad \sqrt{33}$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 \\ 4x^3 + 4x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$-x^2 - 3x - 2$$

$$-x^2 - x$$

$$-2x - 2$$

$$(x-2)(x+1)(4x^2 - x - 2) \geq 0 \quad 33$$

$$x \neq 2 \geq 0$$

$$1 + 32 = 33$$

$$33 \quad \checkmark$$

$$\frac{1 + \sqrt{33}}{8} \quad \sqrt{2}$$

$$\sqrt{33} \quad \sqrt{15}$$

$$x+2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

$$4x^2 - x - 2 = 0$$

$$1 + 32 = 33$$

$$5 \cdot 5 \cdot 2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0.$$

$$5x^3 + 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0.$$

$$4 \cdot 16 - 5 \cdot 8 + 11 \cdot 4 - 16 + 4 \geq 0.$$

$$56 - 40 - 16 + 4 \geq 0.$$

$$4 \cdot 256 - 5 \cdot 64 + 11 \cdot 16 +$$

$$4 \cdot 4^4 - 5 \cdot 4^3 + 11 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 + 4 \geq 0.$$

$$16 \cdot 4^3 - 5 \cdot 4^3$$

$$11 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 + 4$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0.$$

$$4 \cdot \frac{1}{16} - \frac{5}{8} + \frac{11}{4} - \frac{4}{2} + 4 \geq 0$$

$$4(x^4 + 1) + x(5x^2 + 11x + 4)$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^2(x+2) + 4 \geq 0.$$

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \left(\sqrt{x^3 - 64x + 200}\right) = x^2 + 6x - 40.$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\left(x^3 - 64x + 200\right) \frac{x^2 + 20x + 100}{8} = (x^2 + 6x - 40)^2$$

$$x^2 + 6x - 40 = 0$$

$$D_1 = 9 + 40 = 49$$

$$\begin{cases} x = -3 + 7 \\ x = -3 - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -10 \end{cases}$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4)(x+10)$$

$$\text{при } x = -10$$

$$\sqrt{-1000 + 640 + 200}$$

$$\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = x - 4$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x-4)^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$72 - 64 = 8 \cdot 16$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$\begin{array}{r} x \ 16 \\ 8 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$2^3$$

$$7^2$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ - 128 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$1 \ 2 \ 3 \ 4$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ x \ 16 \\ 8 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ 64 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$72 = 3^2 \cdot 8 = 3^2 \cdot 2^3$$

$$x^3 - 8x^2 + 8x = 0$$

$$x^3 - 8(x^2 - x) = 0$$

$$x^3 - 8(x-3)(x)$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ x \ 8 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$64 + 72$$

$$8^3 - 8 \cdot 8^2 + 72$$

$$4^3 - 8 \cdot 4^2 + 72 = 0$$

$$4 - 4^3 + 72 = 0$$

$$x^3 + 2x^2 + \beta x + \gamma =$$

$$= 2x +$$

$$72$$

$$x^2 + 2x + \beta = (x - x_1)(x - x_2) = x^2 -$$

$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) =$$

$$= (x^2 - (x_2 + x_1)x + x_1x_2)(x - x_3) =$$

$$= x^3 - x^2x_3 - (x_2 + x_1)x^2 + x_3(x_2 + x_1)x + x_1x_2x - x_1x_2x_3 =$$

$$= x^3 - (x_3 + x_1x_2)x^2 + (x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3)x - x_1x_2x_3$$

$$x_1x_2x_3 = -72$$

$$- 3^2 \cdot 2^3$$

$$x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

$$4^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 1 =$$

$$= 16 \cdot 9 \cdot 4 =$$

$$= 36 \cdot 16 =$$

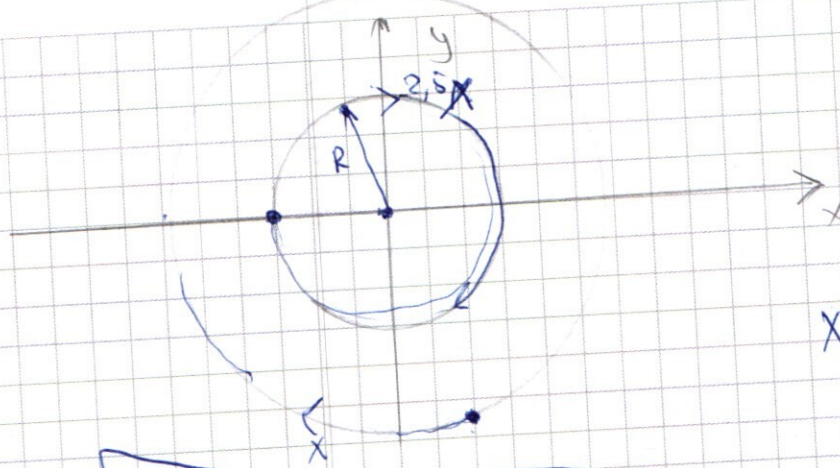
$$\begin{array}{cccccccc} 4 & 4 & 3 & 2 & 2 & 1 & 1 & \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 \end{array}$$

$$4900 = 49 \cdot 100 = 10 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 7 = 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1$$

$$2 \ 5 \ 7 \ 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.14



$$6 \cdot 6^2 - 8 \cdot 6^2 + 72 = 0$$

$$x^2 + y^2 = R^2$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$\sqrt{(2.5)^2 + 3^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

$$\sqrt{4 + (4.5)^2} = \sqrt{4 + 32} = 6$$

$$x^2 + y^2 = 36$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$x+2 \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$x^2(4x^2 + 5x + 10)$$

$$x^2(4x^2 + 5x + 10) + x^2(x+2)^2 \geq 0$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} (\sqrt{x^3 - 64x + 200}) = x^2 + 6x - 40$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

$$\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = x - 4$$

$$\frac{x^3 - 64x + 200}{8} = x^2 - 8x + 16$$

$$x^3 + 200 = 8x^2 + 128 \quad -72 = -3 \cdot 2^3$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0 \quad 6^3 - 8 \cdot 6^2 + 72 = 0$$

$$x^2(x-8) = -72$$

6144

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16.$$

$$x \geq 0. \quad \cancel{y+8 \geq x} \quad y \quad y+8+x$$

$$x \leq 0. \quad \cancel{y+8} \quad y+8-x \quad - \quad + \quad +$$

$$y+8+x \quad - \quad x \quad - \quad -x \quad +$$

$$y+8-1 \quad y+8-1 \quad -1 \quad -1$$

$$y+8 \geq -x$$

-5

$$y+2y+16=16.$$

$$x \leq y+8 \leq -x \quad y=0.$$

$$(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2$$

$$y+8-x - y-x-8 = 16$$

$$-8 \leq y+8 \leq x = -8.$$

$$-16 \leq y \leq 0$$

$$-9 - 16.$$

$$|-16-9+8| + |-16+y+8$$

$$|-16-8+8| + |-16+8$$

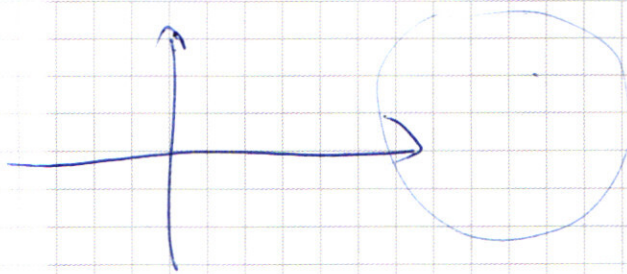
$$|-16-3+8| + |-16+3+8|$$

$$(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2$$

при

$$x > 0$$

$$y > 0.$$



~~x^2~~ 2

$$(x-15)^2 + (y-8)^2$$

-8 ; -8.

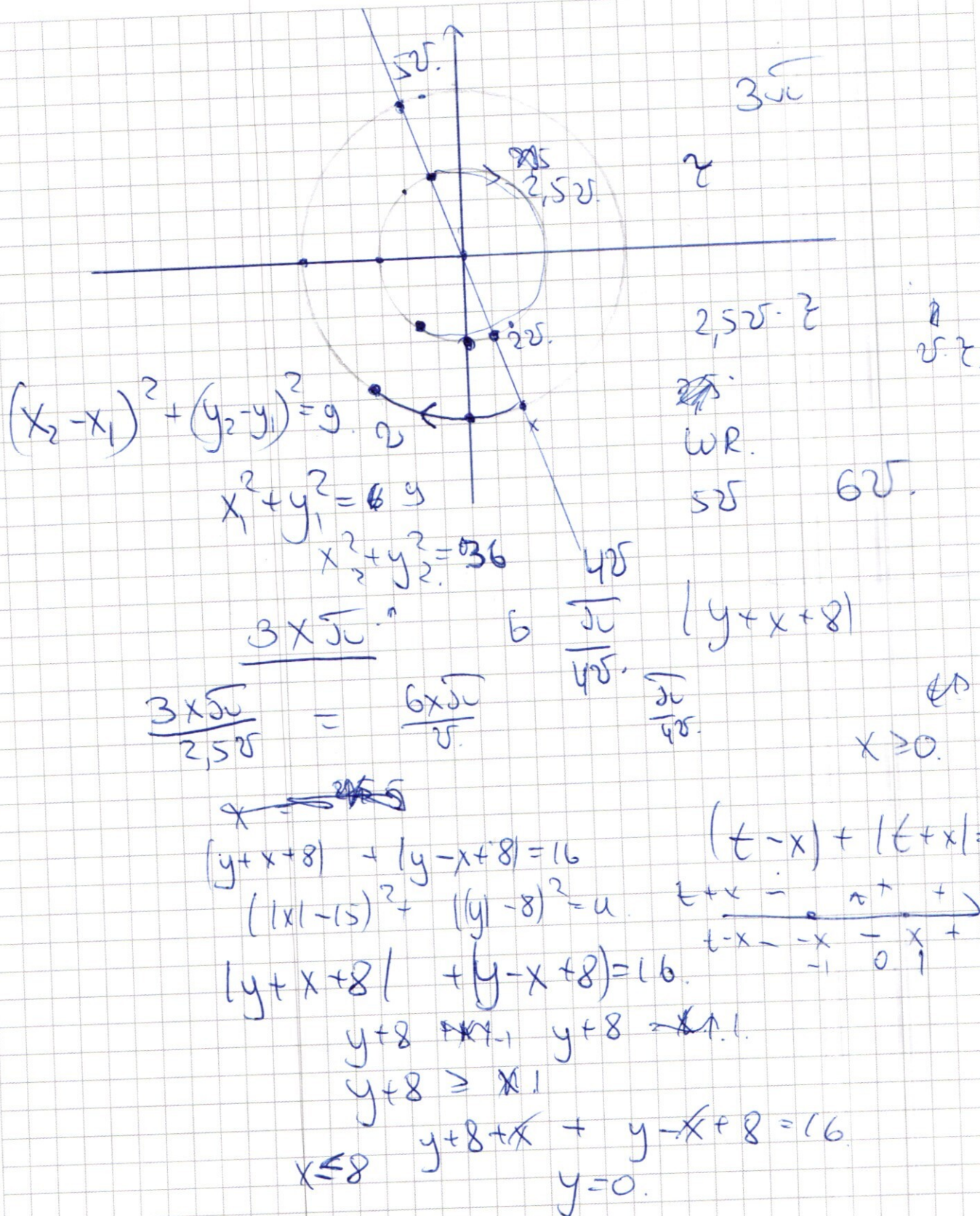
$$|-8-8+8| + |-8+8+8| = 16$$

$$(8-15)^2 + (8-8)^2$$

$$(x-15)^2 + (y-8)^2 = 49$$

8 7²

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$t \geq x \quad y + 8 \geq x \quad x \leq 8$$

$$\text{и } t = 8 \quad y = 0$$

$$\text{или } -x \leq t \leq x$$

$$\cancel{t}x \leq y + 8 \leq x \quad -8 \leq t \leq 8$$

$$x - t + t + x = 16 \quad -16 \leq y \leq 0$$

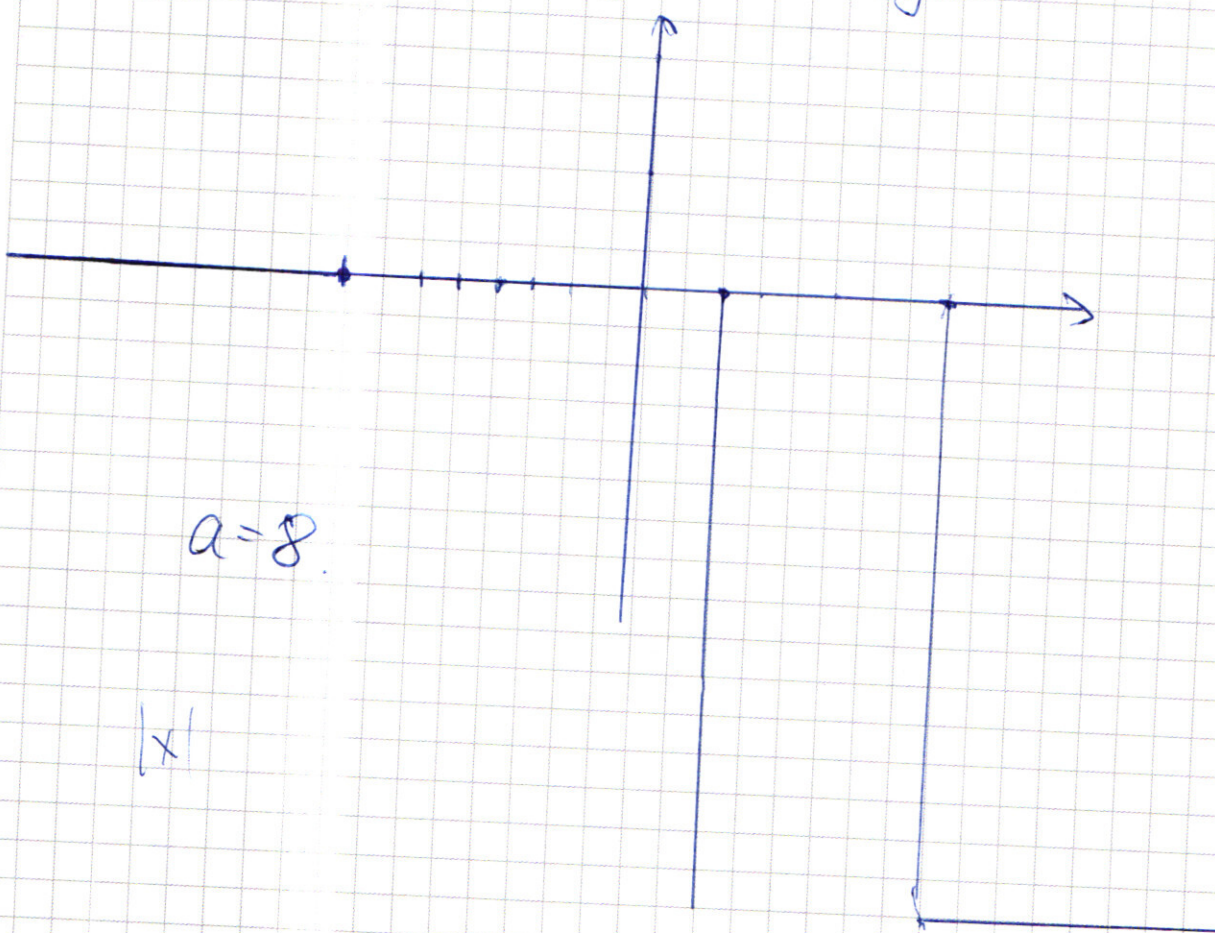
$$2x = 16 \quad x = 8$$

$$\text{или } t \leq -x$$

$$x - t - t - x = -16 \quad -8 \quad x \geq 8$$

$$\cancel{y - 8 = 16} \quad t = -8$$

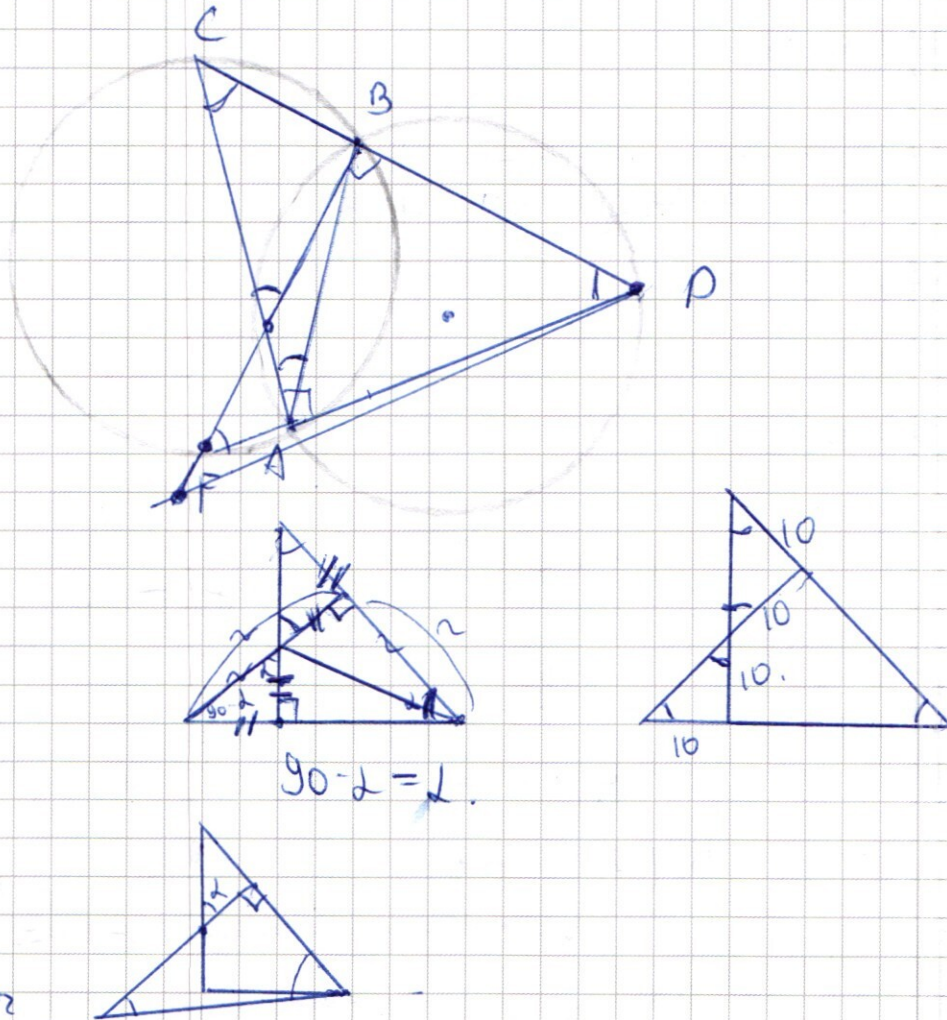
$$\cancel{y = -24} \quad y = -16$$



$$a = 8$$

$$|x|$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$26^2 - 10^2$$

$$16 \cdot 36$$

$$4 \cdot 6$$

$$24 \cdot 24$$

$$34^2 = 2x^2$$

$$\frac{34 \cdot 34}{2} = x^2$$

$$17 \cdot 17 \cdot 2$$

$$26^2 - 2 \cdot 17^2 \quad 17\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \text{или} & y+x+8 & y-x+8 \\ y+8+x & & y+8-x \end{matrix}$$

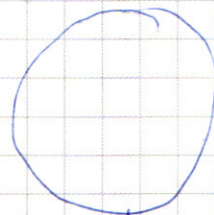
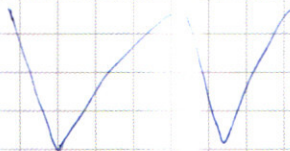
$$y+8-x$$

$$\text{Если } x \geq y \text{ то } x \in y+8.$$

$$y+x \geq -8 \quad y+x+8$$

$$y \geq -x-8$$

$$\text{или}$$



$$y+x+8 + |y-x+8| = 16.$$

$$\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$$



$$b_1 + b_1 q + b_1 q^2 + b_1 q^3 + b_1 q^4 + b_1 q^5$$

$$b_1(1+q+q^3+q^4+q^6+q^7 \dots)$$

$$S_1 + S_2$$

$$b_1 q$$

$$b_2$$

$$b_1$$

$$b_1 q$$

$$b_1 q^2 (1-q)$$

$$3, 6, 9, 12.$$

$$b_1 + b_1 q + b_1 q^2 + b_1 q^3 + b_1 q^4 + b_1 q^5$$

$$\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$$

$$+ \frac{b_1 q(1-q^n)}{1-q}$$

$$+ \frac{b_1 q^2(1-q^n)}{1-q}$$