МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2; -2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5; 5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

т.е. дважды на 5

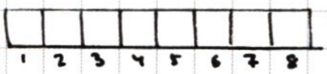
$700 = 2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot7$ • Чтобы произведение восьми цифр (!) делилось на 7 и 25 (т.е. было равным 700), одна цифра должна быть семеркой (т.к. $7\cdot2=14$ – не цифра $\Rightarrow 7\cdot n \geq 14$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq2$, значит, $n=1$, т.е. есть цифра 7) и две – пятерками (т.к. $5\cdot2=10$ – не цифра $\Rightarrow 5\cdot n\geq10$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq2$, значит, $n=1$, т.е. цифра 5)

• Кроме этого 700 еще делится на 4 $(2\cdot2)$, значит, остальные 5 цифр (3 цифры мы выше уже определили: 5,5 и 7) либо $\{1;1;1;1;4\}$, либо $\{1;1;1;2;2\}$

случай А случай В

• Имеем 2 варианта состава числа: А и В. Посчитаем для каждого из них, сколько же чисел с соотв. составом.

А) $1;1;1;1;4;5;5;7$



× способов выбрать места для единиц: $\dfrac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4!}=70$

× для каждого из них есть $\dfrac{4\cdot3}{2!}=6$ вариантов поставить пятерки.

× а для каждого из них есть $2\times1=2$ способа распределить 4 и 7

× итого $\dfrac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4!}\cdot\dfrac{4\cdot3}{2!}\cdot2\cdot1=70\cdot6\cdot2=840$ (вариантов)

Б) $1,1,1,2,2,5,5,7$

× 8 способов поставить куда-то 7

× для каждого из них $\dfrac{7\cdot6}{2!}=21$ способ распределить пятерки по числу

× на каждый из которых еще $\dfrac{5\cdot4}{2!}=10$ – чтоб определить место для двоек.

× в остальные „места" пойдут единицы

× итого $8\cdot\dfrac{7\cdot6}{2!}\cdot\dfrac{5\cdot4}{2!}=8\cdot21\cdot10=1680$ (вариантов)

• Значит, всего чисел, удовлетворяющих условиям: $840+1680=2520$

ОТВЕТ: 2520

№4.

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geqslant 0$

1) $x\geqslant 2$, т.е. $|x-2|=x-2$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geqslant 0$

$2x^2(x^2-2x+1)+x(x^2+2x+1)+3(x^2-\frac{5}{3}x+\frac{25}{36})+1\frac{11}{12}\geqslant 0$

$\underbrace{2x^2(x-1)^2}_{\geqslant 0}+\underbrace{x(x+1)^2}_{\geqslant 0}+\underbrace{3(x-\frac{5}{6})^2}_{\geqslant 0}+\underbrace{1\frac{11}{12}}_{\geqslant 0}\geqslant 0$ (Квадраты $-\geqslant 0$, а x по нашему предположению $\geqslant 2\Rightarrow x\geqslant 0$)

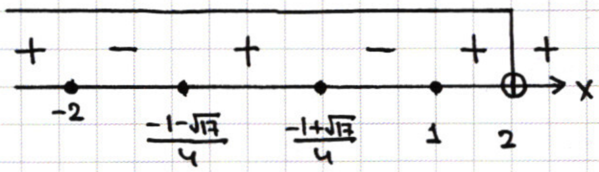
Получилось тождество, т.е. при любом $x\geqslant 2$ нер-во выполняется. $(x\in[2;+\infty)$

2) $x<2$, т.е. $|x-2|=2-x$

$2x^4+3x^3-5x^2-4x+4\geqslant 0$

$(x-1)(x+2)(2x^2+x-2)\geqslant 0$

$(x-1)(x+2)(x+\frac{1+\sqrt{17}}{4})(x-\frac{-1+\sqrt{17}}{4})\geqslant 0$



При $x\in(-\infty;-2]\cup[\frac{-1-\sqrt{17}}{4};\frac{-1+\sqrt{17}}{4}]\cup[1;2)$ неравенство выполнется

ОТВЕТ: $(-\infty;-2]\cup[\frac{-1-\sqrt{17}}{4};\frac{-1+\sqrt{17}}{4}]\cup[1;+\infty)$

☐ черновик ☑ чистовик

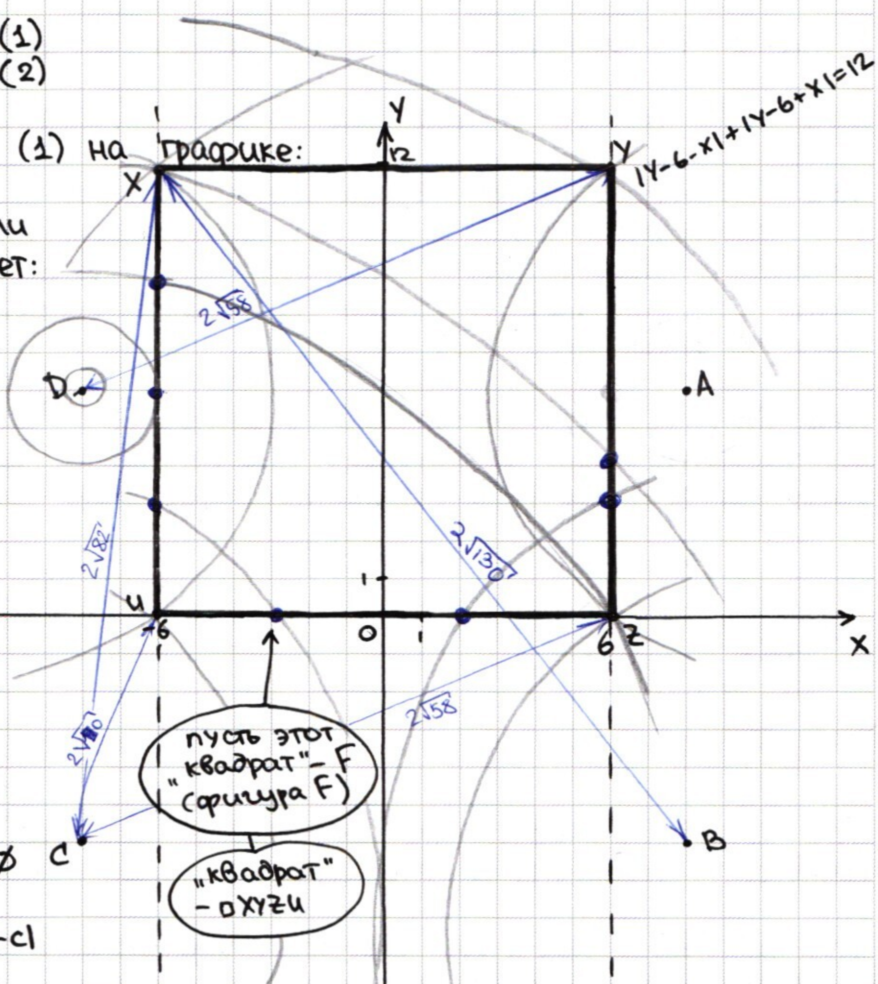
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

Страница 3 (МФТИ, письменная работа)

№7.

$$\begin{cases} |y-6-x|+|y-6+x|=12 & (1)\\ (|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a & (2)\end{cases}$$

• Нарисуем, вернее, изобразим (1) на графике:



Для этого заметим, что, если $|x|>6$, то соотв. y не существует:

а) $x=6+b$ $(b>0)$

$|y-12-b|+|y+b|=12$ ← решим это ур-ие

× $y\geq 12+b$:

$2y-12=12 \Rightarrow y=12$

не уд., т.к. $12<12+b$

× $y<-b$:

$12-2y=12 \Rightarrow$

$y=0$ не уд., т.к. $0>-b$

× $-b\leq y<12+b$:

$12+2b=12 \Rightarrow$

$b=0$, что не так по усл. нашему $\Rightarrow$ ответ: $\varnothing$

б) $x=-6-c$ $(c>0)$ $|y+c|+|y-12-c|$

× Аналогично п. а) приходим к выводу, что таких y не бывает: $\varnothing$

$4+36=40$
$196+36=232$
$4+324=328$
$324+196=520$

Найдем в таком случае, какие y соотв. $x\in[-6;6]$

Пусть $x=6-d$ $(d\in[0;12])$ — $|y-12+d|+|y-d|=12$

наиб. значение d и $(12-d)$

наим. значение d и $(12-d)$

× Если y больше или равен, чем и d, и $(12-d)$: $2y-12=12 \Rightarrow y=12$ уд., т.к. $12\geq 12$

× Если y меньше или равен, чем и d, и $(12-d)$: $12-2y=12 \Rightarrow y=0$ уд., т.к. $0\leq 0$

× Если же y где-то по середине между d и $(12-d)$ (меньше одного, но больше другого), то

1) $y-12+d-y+d=12 \Rightarrow y\in\mathbb{R}$, при $d=12$
2) $12-d-y+y-d=12 \Rightarrow y\in\mathbb{R}$, при $d=0$

} (т.е. при $|x|=6$ $y\in\mathbb{R}$ в пределах предположения, т.е. $y\in[0;12]$

- A, B, C и D – точки, координаты которых удовлетворяют $\begin{cases} |x| = 8 \\ |y| = 6 \end{cases}$

$A(8;6)$
$B(8;-6)$ (2) – ур-ие окружностей с центрами в A, B, C и D и радиусами $\sqrt{a}$
$C(-8;-6)$
$D(-8;6)$ $\Rightarrow a \geq 0$ Переберем все значения a:

- Пока $a < 40$, окружности с центрами в B и C не будут иметь т. пересечения с F
- Если $a < 4$, решений 0, т.к. расстояние от A/D до F равно 2.
- При $a = 4$ имеем 2 решения: $(-6;6)$ и $(6;6)$

рис.1.

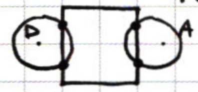
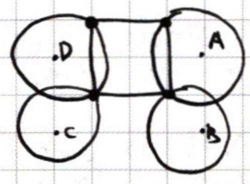


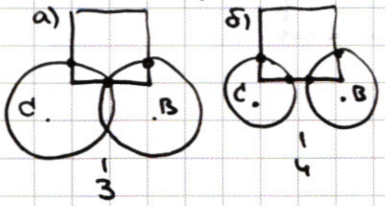
рис.2.



- При $a \in (4;40]$ будет 4 решения (см. рис.1) т.к. окружности с ц. в A и D дважды пересекут F каждая а при $a = 40$ – (рис.2) тоже 4, т.к. расстояние от A, B, C и D до вершин (ближайших) F одинаково и равно $\sqrt{2^2+6^2} = \sqrt{40}$
- При $a \in (40;232]$ окружности с центрами в B и C пересекают F дважды каждая, т.е. минимум 3 решения (т.к. по одному пересечению сторон YZ и UX и хотя бы одно на ZU) – и это даже без учета окружностей с ц. в A и D (!)

(см. рис.3)

рис.3.



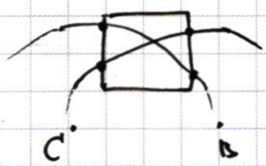


рис.4.

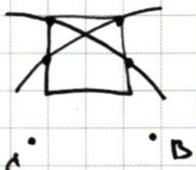


рис.5

- При $a \in (232;328]$ те же окружности (ω_B и ω_C) пересекают F в 2-ух точках каждая (см. рис.4) и в граничном случае – рис.5.
- При $a > 520$ ω_B и ω_C перестают пересекать F (т.к. самые удаленные от B и C точки – X и Y соотв., а расстояние до них $2\sqrt{130}$)

При $a > 232$ ω_A и ω_D перестают пересекать F (т.к. самые удаленные от A и D точки – Y и Z, X и U соотв., а расстояние до них $2\sqrt{58}$)

- При $a \in (328;520)$ ω_B и ω_C пересекают F минимум в 3-х точках (на XY, YZ и ZX) см. рис.6

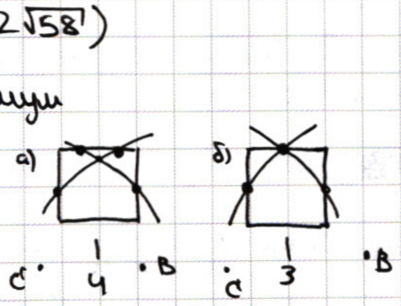


рис.6

- При $a = 520$ (см рис 7
2 пересечения ω_B и ω_C с F:
в т. X и Y, а т.к. $520 > 232$,
то ω_A и ω_C уже не имеют с
F т.пересечения

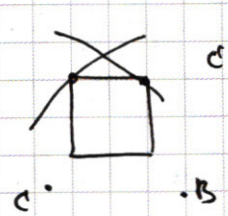


рис.7

ОТВЕТ: 4, 520.

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 4
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

ОДЗ: $x^3-4x+80\geq 0$

$$\left(\frac{x}{\sqrt2}+3\sqrt2\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$$

$$\frac{1}{\sqrt2}(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=(x+4)(x+6)\quad |\times\sqrt2$$

Заметим, что при $x=-6$ рав-во выполняется, но $(-6)^3-4\cdot(-6)+80=$
$=-216+104=-112<0$ (т.е. -6 не в ОДЗ)
Значит, $x=-6$ не является корнем

Т.к. $x\neq-6$ (не выполн. усл. ОДЗ), мы можем разделить обе части уравнения на $(x+6)\neq0$

$$\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt2(x+4)$$

Т.к. левая часть ≥0, значит, $x\geq-4$

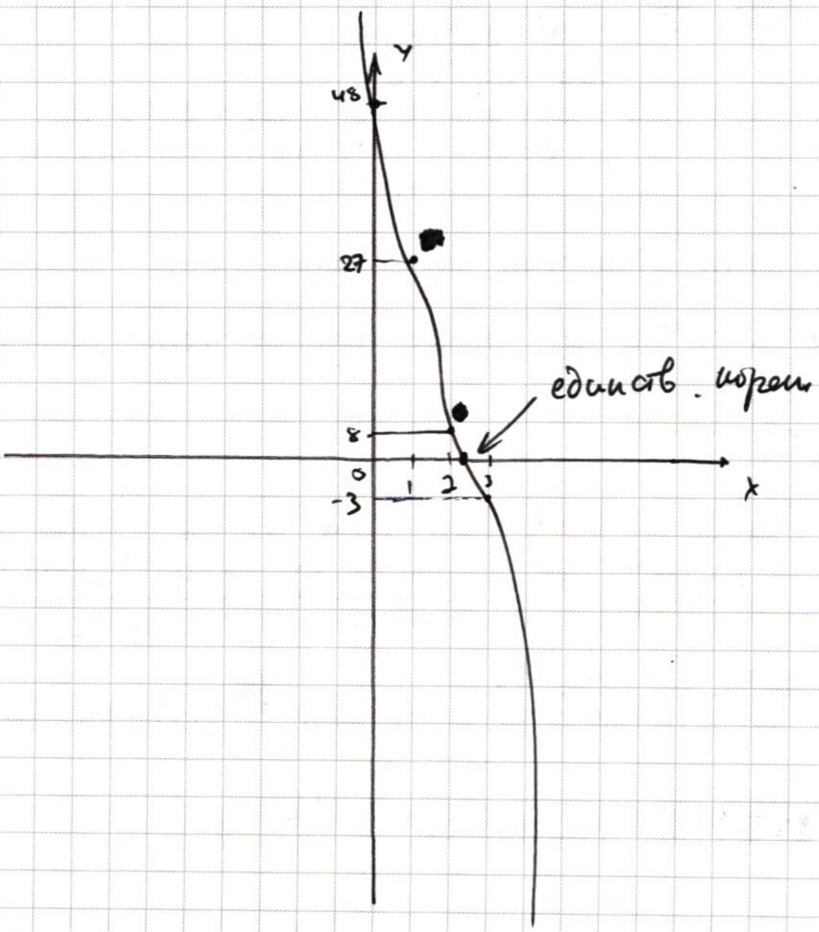
Возведем обе части в квадрат, зная, что они обе неотриц.

$$x^3-4x+80=2(x+4)^2$$

Перенесем все в левую часть

$$x^3-2x^2-20x+48=0$$

уравнение 3-ей степени



№2.

(b_n) – геометрическая прогрессия: $b_1, b_2, \dots b_{3000}$

• Пусть $b_1 = b$, а $\frac{b_2}{b_1} = q$

• Тогда $S = \frac{b(q^{3000}-1)}{q-1}$

• Введем еще одну геометрическую прогрессию: (a_n): $a_1, a_2, \dots a_{1000}$

$a_1 = \underset{a}{\underset{\shortparallel}{bq^2}}$, а $\frac{a_2}{a_1} = p = q^3$

• Тогда сумма членов этой прогрессии $S_A = a_1 + \dots + a_{1000}$ равна сумме $b_3, b_6, \dots b_{3000}$. $\left(S_A = \frac{bq^2((q^3)^{1000}-1)}{q^3-1} = \frac{a(p^{1000}-1)}{p-1}\right)$

• По усл. $10S = S + 49S_A$ (то, что мы умножаем каждый третий член на 50, равносильно тому, что к изначальной сумме мы добавили 49 сумм всех этих „третьих" чисел)

$S_A = \frac{9}{49}S$

$\frac{bq^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} = \frac{9}{49}\cdot\frac{b(q^{3000}-1)}{q-1}$ (т.к. $q \neq 1$ и $q > 0$ – все члены положительны, разделим на $\frac{b(q^{3000}-1)}{q-1}$)

$\frac{q^2}{q^2+q+1} = \frac{9}{49} \Rightarrow 49q^2 = 9q^2 + 9q + 9$

$40q^2 - 9q - 9 = 0$

$D = 81 + 9\cdot 4\cdot 40 = 9(9+160) = 9\cdot 169 = 39^2$

$q = \frac{9 \pm 39}{80}$ $\left[\begin{array}{l} q = -\frac{3}{8} \text{ не уд., т.к. тогда не все } b\text{-шки были бы} > 0 \\ q = 0{,}6 \end{array}\right.$

• Введем еще одну геом. прогрессию: (c_n): $c_1, c_2, \dots c_{1500}$

$c_1 = bq = c$, а $\frac{c_2}{c_1} = t = q^2$, тогда сумма членов (c_n) равна $S_2 = \frac{c(t^{1500}-1)}{t-1} = \frac{bq(q^{3000}-1)}{q^2-1}$

• S_H = (сумма членов (b_n), если $b_2, b_4 \dots b_{3000}$ увеличить в 2 раза) $= S + S_2 = \frac{bq(q^{3000}-1)}{q^2-1} + \frac{b(q^{3000}-1)}{q-1} = \frac{b(q^{3000}-1)(q+q+1)}{q^2-1} = \frac{b(q^{3000}-1)}{q-1}\cdot\frac{2q+1}{q+1}$

$\frac{2q+1}{q+1} = \frac{2\cdot 0{,}6+1}{0{,}6+1} = \frac{2{,}2}{1{,}6} = \frac{11}{8}$, т.е. $8S_H = 11S$, т.е. сумма увеличится в $\frac{11}{8}$ раз

ОТВЕТ: увеличится в $\frac{11}{8}$ раза

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

$O(0;0)$
$M_0(-2;-2\sqrt{7})$
$N_0(5;5\sqrt{7})$

• По т. Пифагора $OM_0 = R_B = \sqrt{4+4\cdot 7} = 4\sqrt{2}$
$ON_0 = R_Ж = \sqrt{25+25\cdot 7} = 10\sqrt{2}$

$l_{окр.} = 2\pi R$
$l_B = 8\pi\sqrt{2}$
$l_Ж = 20\pi\sqrt{2}$

ω – угловая скорость
υ – линейная скорость

• Мысленно остановим жука

• Пусть υ – скорость жука, тогда 2υ – скорость водомерки
$\omega = \frac{\upsilon}{R}$
$\omega_Ж = \frac{\upsilon}{10\sqrt{2}}$, $\omega_В = \frac{\upsilon}{2\sqrt{2}}$ Т.е. дугу произвольную φ жук пробегает в 5 раз медленнее водомерки.

• Т.е. если $\omega_Ж = \omega$, то $\omega_В = 5\omega$

• Теперь (в этом нашем рассматриваемом случае) водомерка бегает с $\omega_Н = 4\omega = \frac{2\upsilon}{5\sqrt{2}}$

• Если (в обычном случае) $T_B = T$, время, за которое она пробегает полный круг, то
$T_Ж = 5T$
(пока водомерка пробежит 360°, жук одолеет лишь 72°)

• С $\omega_Н$ водомерка совершает круг 2π радианов) ⇒ $T_Н$ =
с линейной скоростью $\upsilon_Н = \omega_Н \cdot R_В = \frac{2\upsilon}{5\sqrt{2}} \cdot 4\sqrt{2} = \frac{8}{5}\upsilon$

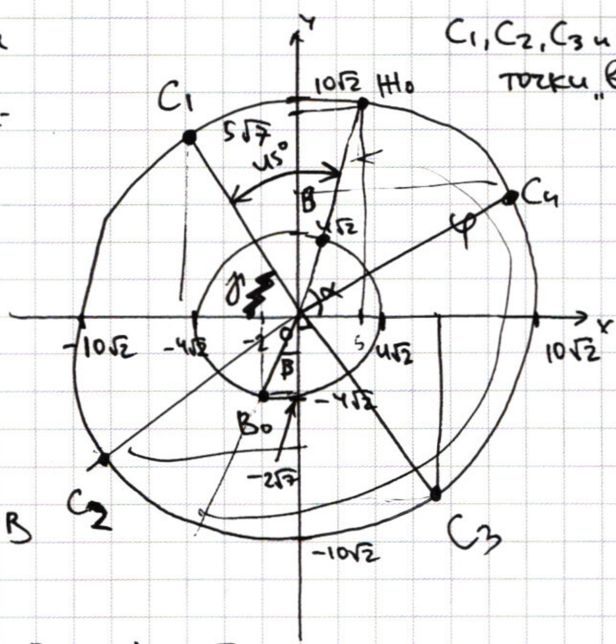
и $T_Н$ тогда: $T_Н = \frac{l_В}{\upsilon_Н} = \frac{8\pi\sqrt{2}}{8\upsilon} \cdot 5 = \frac{5\pi\sqrt{2}}{\upsilon}$ ⇒ каждые $\frac{5\pi\sqrt{2}}{\upsilon}$ жук находится к водомерке ближе всего, т.е. после первой „встречи" (в нормальной ситуации) жук будет снова „встречаться" с водомеркой по прохождении дуги длиной $5\pi\sqrt{2}$, то есть каждую четверть круга (т.к. ○ – $20\pi\sqrt{2}$, а до встречи – $5\pi\sqrt{2}$)

продолжение следует

- Зная координату по Ox и зная координаты по Oy, однозначно можно понять положение насекомого.

- Посмотрим через сколько после начала движения произойдет первая „встреча"

Снова мысленно остановим жука (мы это уже умеем) и посмотрим, через сколько водомерка из B_0 добежит до B



C_1, C_2, C_3 и C_4 — точки „встречи"

$\Leftarrow \cos\alpha = \frac{5}{10\sqrt2} = \frac{1}{2\sqrt2} = \frac{\sqrt2}{4}$

$\sin\beta = \frac{2}{4\sqrt2} = \frac{\sqrt2}{4}$ } значит, до „встречи" в нашей ситуации (с остановленным жуком) водомерка пролетит пол круга

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\sin^2\alpha + \frac{1}{8} = 1$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt7}{2\sqrt2} = \frac{\sqrt{14}}{4}$

в I четверти

$\sin\beta = \cos\alpha$

$\Downarrow$

$\alpha + \beta = 90°$

$\Downarrow$

$\varphi_B = \alpha + \beta + 90° = 180°$ — полкруга

И на это у нее ушло $\frac{5\pi\sqrt2}{20}$ времени $\left(\frac{T_н}{2}\right)$, а за это время жук (в норме) пробежит длину дуги, равную $\frac{5\pi\sqrt2}{2} = 2{,}5\pi\sqrt2$, т.е. $\frac{1}{8}$ круга, т.е. $45°$

$\gamma = 180° - \alpha - 45° = 135° - \alpha \Rightarrow \cos\gamma = \cos(135° - \alpha) =$

$= \cos 135° \cdot \cos\alpha + \sin 135° \cdot \sin\alpha =$

$= -\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{\sqrt2}{4} + \frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{\sqrt{14}}{4} = -\frac14 + \frac{2\sqrt7}{8} =$

$X_{C3} = 10\sqrt2\cos\gamma = \frac{5\sqrt2(\sqrt7-1)}{2} = Y_{C4}$ $\quad = \frac{2\sqrt7 - 2}{8} = \frac{(\sqrt7-1)}{4} = \cos\gamma$

$X_{C1} = \frac{5\sqrt2(1-\sqrt7)}{2} = -X_{C3} = Y_{C2}$

$X_{C3}^2 + Y_{C3}^2 = R_н^2 \Rightarrow Y_{C3}^2 = \frac{400}{2} - \frac{25\overbrace{(\sqrt7-1)^2}^{7+1-2\sqrt7}}{2} = \frac{25}{2}(16 - 8 + 2\sqrt7) =$

$= 25(4+\sqrt7)$

$Y_{C3} = -5\sqrt{4+\sqrt7} = 5\sqrt{\frac{(1+\sqrt7)^2}{2}} = \frac{5}{\sqrt2}(1+\sqrt7)$

IV четв.

$$y_{c3} = -\frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2} = x_{c2}$$

$$y_{c1} = \frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2} = x_{c4}$$

ОТВЕТ: $C_1\left(\frac{5\sqrt{2}(1-\sqrt{7})}{2}; \frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}\right)$

$C_2\left(-\frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}; \frac{5\sqrt{2}(1-\sqrt{7})}{2}\right)$

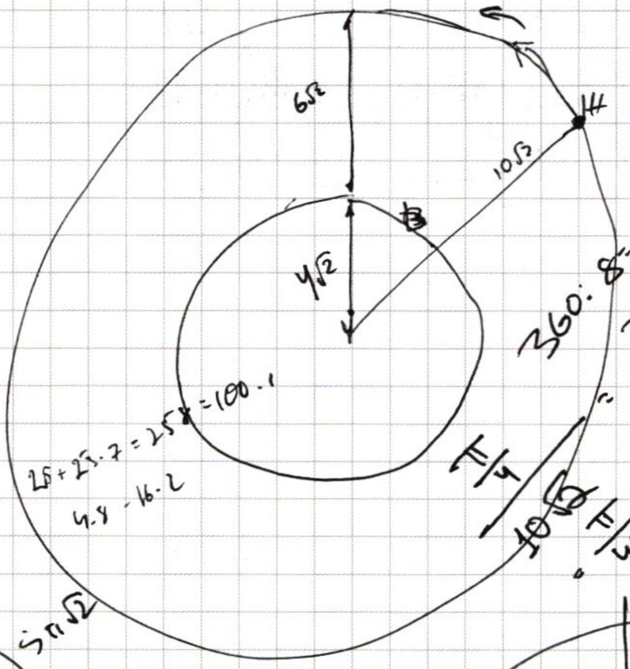
$C_3\left(\frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}-1)}{2}; -\frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}\right)$

$C_4\left(\frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}; \frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}-1)}{2}\right)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$25 \vee 16\cdot 2$

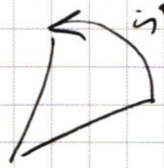
$l_B = 2\pi R = 8\pi\sqrt{2}$

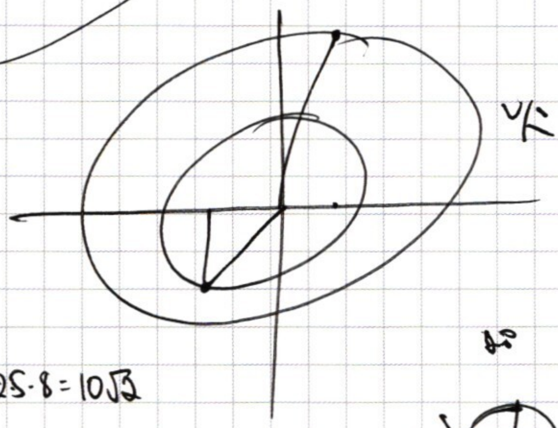
$l_M = 2\pi R = 20\pi\sqrt{2}$

$\vartheta_B = \dfrac{8\pi\sqrt{2}}{t_B}$

$\vartheta_M = \dfrac{20\pi\sqrt{2}}{t_M}$

$\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{4} = \dfrac{\cos 45^\circ}{2}$





v/T

$\alpha = \dfrac{\frac{\pi}{8}+\frac{\sqrt{2}}{2}+8}{(\frac{\pi}{8}+8+1)}$

М $\quad 5\sqrt{7}$

5

$25+25\cdot7=25\cdot8=10\sqrt{2}$

В

2

$2\sqrt{7}$

$4+4\cdot7=4\cdot8-4\sqrt{2}$

$\dfrac{10\sqrt{2}\cdot2(\sqrt{7}-1)}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

1 - кем 4
2 раз 4
3 - 4 $\frac{1}{\sqrt{2}}(x+6)\sqrt{} = (x+4)\cancel{(x+6)}$
4 - кем 6
5 5 $x^3-4x+80 = 2(x^2+8x+16)$
6 6
7 - кем 6 $x^3-4x+80 = 2x^2+16x+32$

$\frac{1-{}_2b}{(1-{}_{2002}b)(1+b)9}$

$x^3-2x^2-20x+52$

$12+12+5$

$80-32=48$

29д. $a+b+c=2$

$ab+bc+ca=-20$

$abc=-48$

3.1

35 · 20

$a = 2-b-c$

$(2-b-c)b+bc+(2-b-c)c=-20$

$2b-b^2-\cancel{bc}+\cancel{bc}+2c-bc-c^2=-20$

$-b^2-c^2-bc+2c+2b=-20$

$(2-b-c)bc = 2bc-b^2c-bc^2=-48$

$b^2-2b+c^2-2c+bc=20$

$(b-1)^2+(c-1)^2+bc=2$

$x^2-2x-20+\frac{48}{x}=0$

$x^3-2x^2-20x+48$

$8^3-2\cdot8^2-20\cdot8+48=$

$=64\cdot8-2\cdot64-20\cdot8+48=$

$=64\cdot6-160+48$

$12^3-12^2\cdot2-20\cdot12+48=$

$12^2-2\cdot12-20+4$

$144-24-20+4$

$1000-200-200+48$

27 − 18 − 60 + 48

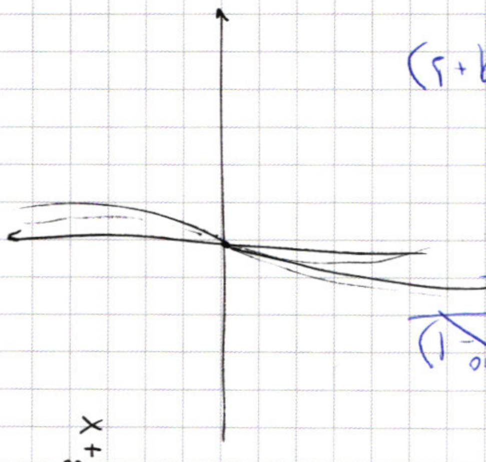
− 78 + 75

1 − 2 − 20 + 48

− 21 + 48

27

8 − 8 − 40 + 48



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$|-6-x|+|-6+x|=12$

$|y-6-x|+|y-6+x|=12$

$|y-12|+|y|=12$

$\left[\begin{array}{l} 2y=24 \\ 2y=0 \end{array}\right.$

$|x+6|+|x-6|=12$

$2x=12$

$-x-6-x+6=12$

$x+6-x+6=$

Если $x>0$

$|y-(6+x)|+|y-(6-x)|=12$

Если $y>6+x$

$y-6-\cancel{x}+y-6+\cancel{x}=12$

$y=12$

для $x\le 6$

$y<6-x$

$-y+6+\cancel{x}-y+6-\cancel{x}=12$

$y=0$

$0<$

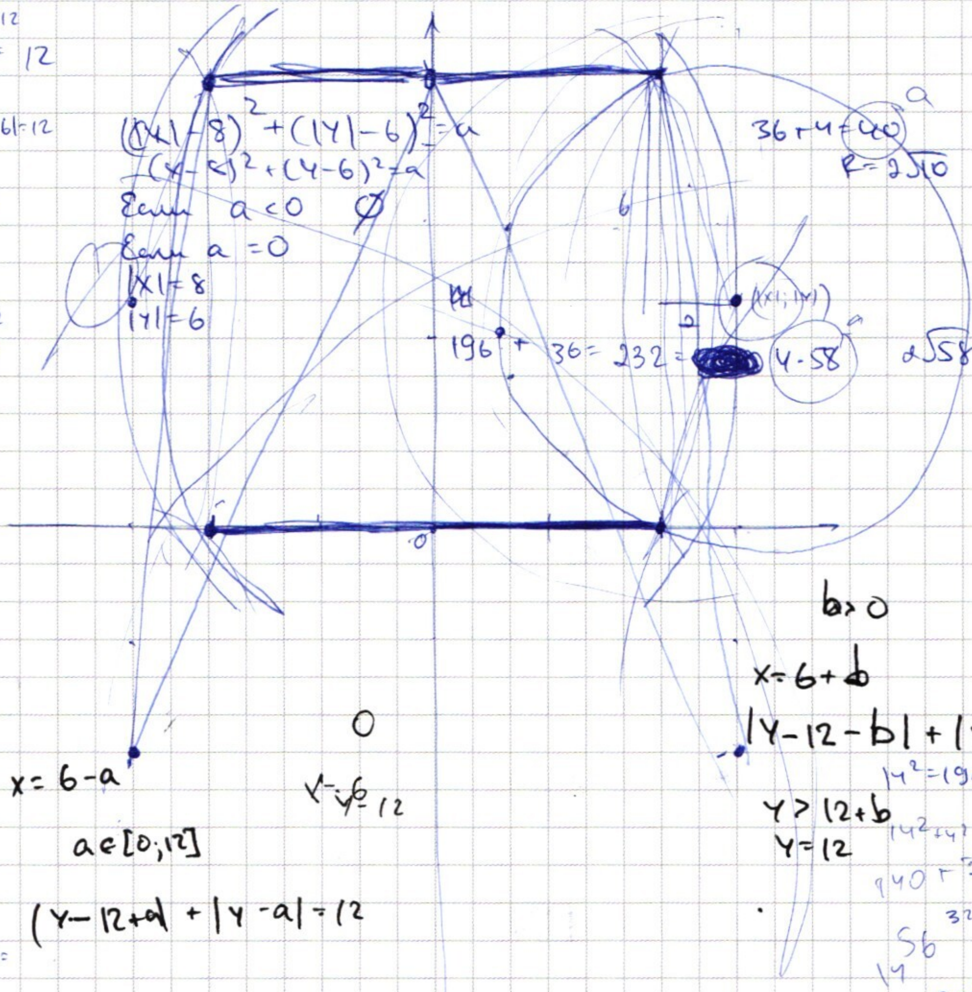
$|y-13|+|y+1|=12$

$y>13$ $\quad 2y-12=12$

$y=12$

$y<-1$ $\quad -2y+12=12$

$y\in[-1;13)$ $\quad y+1-y+13$



$((|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a$

$(x-8)^2+(y-6)^2=a$

Если $a<0$ $\quad \varnothing$

Если $a=0$

$|x|=8$

$|y|=6$

$(|x|;|y|)$

$196+36=232=4\cdot 58$ $\quad 2\sqrt{58}$

$36+4=40$ a

$R=2\sqrt{10}$

$b>0$

$x=6+b$

$|y-12-b|+|y+b|=12$

$14^2=196$

$y>12+b$

$y=12$

$x=6-a$

0

$y=6$ $\quad y=12$

$a\in[0;12]$

$(y-12+a|+|y-a|=12$

$\cancel{y}-12+d+d-\cancel{y}=12$

$d=$

14^2+4^2 $\quad 232 \mid 4 \quad 58$

$140+$ $\quad 20$

$32+4$

56

14

$12+6$

18

$\cdot 18$

144

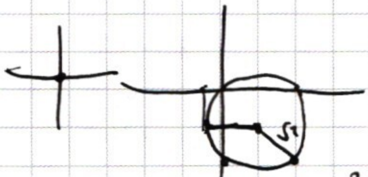
18

324

$328 \mid 4$

82

41



$(x-1)^2+(y+1)^2=2$

$|y-12|+|y|=12$

$12-3+3$

$4+36$

при $a<40$

$y>12-d$

$y<d$

$12 \cdot 0$

$\frac{324}{196}=320+4+200$

$520 \mid 4$

130

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$(x^2-(a+b)x+ab)(x-c)$

$(x-a)(x-b)(x-c)=0$

$x^3-(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x-abc=0$

$x^3-(a+b)x^2+abx-cx^2+(a+b)cx-abc=$

x^3-2x^2+x

$$\begin{cases}a+b+c=2\\ ab+ac+bc=-20\\ abc=-48\end{cases}$$

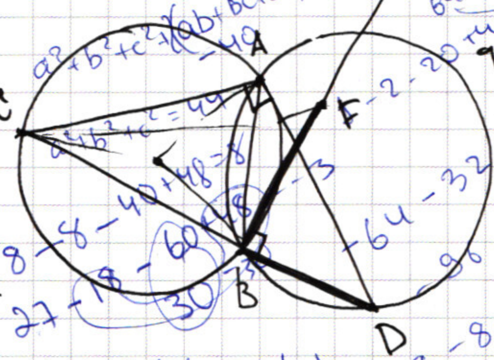
$1-2-20+48=$

$8-8$

$64-32-80+48<0$

$a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac)=4$

$a^2+b^2+c^2=44$



$8-8-40+48=8$

$27-18-60+48$

$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)=$

$=a^3+ab^2+ac^2+$

$+ba^2+b^3+\ldots+bc^2+$

$+a^2c+$

$104-24$

$x\in[-6;6]$

$(a+b+c)(ab+ac+bc)=$

$=a^2b+a^2c+abc+$

$+ab^2+abc+b^2c+$

$+abc+ac^2+bc^2=$

$=-40=$

$=\underline{\quad}+3(-48)$

$(a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3+3(104)+6(-48)$

24

-288

$3012-288$

$120+24=144$

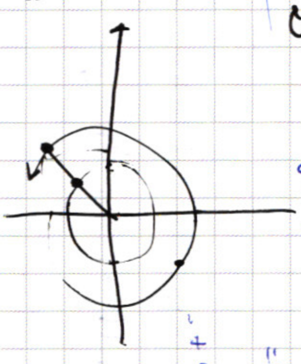
$104=$

$x^3-4x+80=2(x^2+8x+16)=2x^2+16x+32$

$x^3-2x^2-20x+48$

$36\cdot6=180+36$

$216-104=112$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

-2, $\frac{-1-\sqrt{17}}{4}$, $\frac{-1+\sqrt{17}}{4}$

$a_1 = 700$

мал след

$700 = 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$

$-1+\sqrt{17}$ 3, 6, 8, 9

7, 5, 5, 2, 2, 1, 1, 1

7, 5, 5, 4, 1, 1, 1, 1

Одна 7

$\sqrt{17} \vee 7$

$17 \vee 49$

$-3x^2(2-x) = -6x^2+3x^3$

$32+4+8-12 \cdot 4+4=0$

$b_1 \quad b_2 \quad b_3$

все чл. пол. $q>0$

$2x^4-2x^3$

$5x^3-5x^2$

$-4x+4$

$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$

$2+3-5-4+4$

$(x-1)(2x^3+5x^2 \ldots -4)$

$(x^2+x-2)(2x^2+x-2)$

$D = 1+16$

$2x^3+4x^2$

x^2+2x

$-2x-4$

$2 \cdot 4+2-2=8$

$D = 1+16=17$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$

$(x-1)(x+2)(2x^2+x-2)$

$-16-4$

$8 \cdot 7 \cdot \frac{6 \cdot 5}{2}$

$40 \cdot 21$

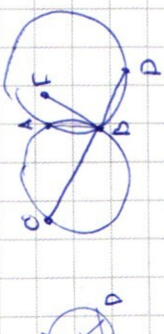
840

$\left[\begin{array}{l} \frac{-1-\sqrt{17}}{4} \\ \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \vee 2 \end{array}\right.$

$-1+\sqrt{17} \vee 8$

$\frac{1+\sqrt{17}}{4} - \frac{\sqrt{17}-1}{4} =$

если $x \geq 0$



$56 \cdot 3 =$

$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$

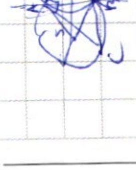
$70 \cdot 6 \cdot 2$

$140 \cdot 6 = 600+240$

$8 \cdot 21 = 160+8 = 168$

$\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$

$\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$



$840 \cdot 3$

1680

840

2520

2400

125

$x^3 - 4x + 80 = 0$

$x^3+4x^2-4x^2-16x+12x+$

$x \cdot y = 0$

$(x+4)(x+6)$

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4 \geq 0$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4 \geq 0$

$(x+4)(x+6) = \frac{-15}{1}(x+6)$

$(x+6)(x+4-\frac{15}{1}) =$

$(x+6)^2(x+4-\frac{15}{1}) = x^3 \ldots$

$x^3+0x^2-4x+80$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)