

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 1

1) Разложим число 700 на простые множители:

$$700 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

2) Отсюда видно, что существуют всего два разложения числа 700 на множители, которыми являются однократные числа:

$$700 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \quad \text{и} \quad 700 = 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7.$$

⇓

Могут быть два набора цифр, из которых состоят наши числа:

~~$$1, 1, 1, 2, 2, 5, 5, 7$$~~
$$1, 1, 1, 2, 2, 5, 5, 7 \quad \text{или} \quad 1, 1, 1, 1, 4, 5, 5, 7$$

3) Посчитаем возможные кол-во чисел ~~с каждой~~ с каждой из двух наборов цифр:

$$N_1 = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \text{ перестановки } "2" \\ 2 \text{ перестановки } "5" \\ 3 \text{ перестановки } "1" \end{pmatrix}$$

$$N_2 = \frac{8!}{2! \cdot 4!}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \text{ перестановки } "5" \\ 4 \text{ перестановки } "1" \end{pmatrix}$$

4) Найдём ~~количество~~ количество всех возможных ^{8-значных} чисел с произведением цифр 700:

$$N = N_1 + N_2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 6} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 4 \cdot 6} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 + 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 =$$

$$= 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 (2 + 1) = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 9 = 72 \cdot 35 = 2520$$

Ответ: 2520 чисел.

н2.

1) Т.к. дана геометрическая прогрессия $\Rightarrow$ найдём её сумму:

$$S_n = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

2) Т.к. $\left\{ \begin{array}{l} b_3 = b_1 q^2 \\ b_6 = b_1 q^5 \\ b_9 = b_1 q^8 \\ \dots \\ b_{3000} = b_1 q^{2999} \end{array} \right\} \Rightarrow b_{3n} = b_1 q^2 \cdot q^{3(n-1)}$ - геом. прогр. $\Rightarrow$

1000 членов.

$\Rightarrow$ Найдём сумму всех членов данной геом. прогрессии

(каждый 3-й член $(b_3, b_6, b_9, \dots)$):

$$S_3 = \frac{b_1 q^2 (q^{3 \cdot 1000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{b_1 \cdot q^2 \cdot (q^{3000} - 1)}{(q - 1)(q^2 + q + 1)}$$

3) Т.к. S_3 увеличилась в 50 раз $\Rightarrow$ сумма всех членов стала, кратная 3, ~~увеличилась~~ равна:

$$S_4 = 50 \cdot S_3$$

4) Найдём сумму всех членов геом. прогрессии после увеличения каждого третьего в 50 раз:

$$S_5 = S_n - S_3 + S_4 = S_n + 49 S_3$$

5) По условию:

$$S_5 = 10 S_n$$

$$S_n + 49 S_3 = 10 S_n$$

$$49 S_3 = 9 S_n$$

$$\frac{49 \cdot b_1 \cdot q^2 \cdot (q^{3000} - 1)}{(q - 1)(q^2 + q + 1)} = \frac{9 \cdot b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} \quad \left| : \left(\frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} \right) \right. \quad \boxed{q \neq 1}$$

$$49 q^2 = 9 q^2 + 9 q + 9$$

$$40 q^2 - 9 q - 9 = 0.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 1440 = 1521 = 39^2$$

$$q_1 = \frac{9-39}{80} = -\frac{3}{8} - \text{не подходит, т.к. все члены положительны (по условию)}$$

$$q = \frac{9+39}{80} = \frac{48}{80} = \frac{3}{5} - \text{подходит.}$$

- 6) Найдём сумму всех членов ^{первоначальной} геометрической прогрессии, стоящих на чётных местах:

$$S_2 = \frac{b_1 q (q^{2 \cdot 1500} - 1)}{q^2 - 1} = \frac{b_1 q (q^{3000} - 1)}{(q-1)(q+1)}$$

- 7) Найдём сумму членов, стоящих на чётных местах, после увеличения их в 2 раза:

$$S_6 = 2 \cdot S_2$$

- 8) Найдём сумму всех членов, после увеличения тех, которые стоят на чётных местах, в 2 раза:

$$S_7 = S_0 - S_2 + S_6 = S_0 - S_2 + 2S_2 = S_0 + S_2.$$

- 9) Пусть $S_7 = k \cdot S_0$:

$$S_0 + S_2 = k \cdot S_0$$

$$S_2 = (k-1) \cdot S_0$$

$$\frac{b_1 q (q^{3000} - 1)}{(q-1)(q+1)} = \frac{(k-1) \cdot b_1 \cdot (q^{3000} - 1)}{q-1} \Bigg| : \left(\frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q-1} \right) \boxed{q \neq 1}$$

$$\frac{q}{q+1} = k-1$$

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{5} + 1} = k-1$$

$$\frac{3}{5} + 1$$

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{8}{5}} = k-1$$

$$\frac{3}{8} = k-1$$

$$k = \frac{3}{8} + 1$$

$$k = \frac{11}{8}$$

↓

Ответ: S увеличится в $\frac{11}{8}$ раза.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0 \quad | + (3x^2|x-2|)$$

$$3x^2|x-2| \leq 2x^4 + x^2 - 4x + 4 \quad | : (3x^2), \text{ т.к. } 3x^2 > 0$$

$$|x-2| \leq \frac{2x^4 + x^2 - 4x + 4}{3x^2}$$

$$\begin{cases} x-2 \leq \frac{2x^4 + x^2 - 4x + 4}{3x^2} \\ x-2 \geq -\frac{2x^4 + x^2 - 4x + 4}{3x^2} \\ \frac{2x^4 + x^2 - 4x + 4}{3x^2} \geq 0 \end{cases} \quad (\Rightarrow)$$

$$\begin{cases} 3x^3 - 6x^2 \leq 2x^4 + x^2 - 4x + 4 \\ 3x^3 - 6x^2 \geq -2x^4 - x^2 + 4x - 4 \\ 2x^4 + x^2 - 4x + 4 \geq 0 \end{cases} \quad (\Rightarrow)$$

Проверим $3x^2 = 0$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

$4 \geq 0$ - верно

$x = 0$ - корень.

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} \begin{cases} 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0 \\ 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0 \end{cases} \\ & (\Rightarrow) \textcircled{2} \begin{cases} 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0 \\ 2x^4 + x^2 - 4x + 4 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$2) 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

~~$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4$~~

$x = 1$ - корень:

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 3 & -5 & -4 & 4 \\ & & 2 & 5 & 0 & -4 \\ \hline 1 & 2 & 5 & 0 & -4 & 0 \end{array}$$

$$(x-1)(2x^3 + 5x^2 - 4) \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~2~~ $x = -2$ - корень $(-16 + 20 - 4 = 0)$

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 5 & 0 & -4 & \\ & -4 & -2 & 4 & \\ \hline -2 & 2 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

$$(x-1)(x+2)(2x^2 - x - 2) \geq 0$$

$$2x^2 - x - 2 = 0$$

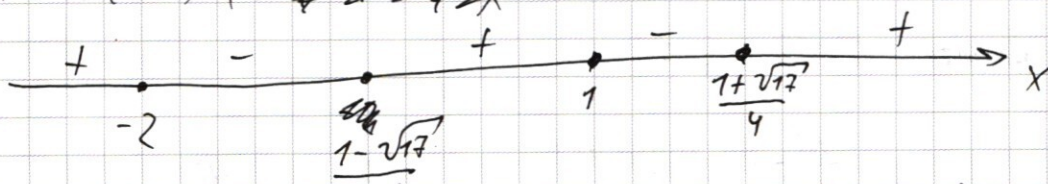
$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{17}}{4}$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{17}}{4}$$

$$(x-1)(x+2)\left(x - \frac{1 + \sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{1 - \sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$$

~~$$(x-1)(x+2)\left(x - \frac{1 + \sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{1 - \sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$$~~



$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{1 - \sqrt{17}}{4}; 1\right] \cup \left[\frac{1 + \sqrt{17}}{4}; +\infty\right)$$

3) $2x^4 + x^2 - 4x + 4 \geq 0$.

~~$$2x^4 + x^2 - 4x + 4 \geq 0$$~~

$x^2 - 4x + 4$ всегда ≥ 0 , т.к. $D = 16 - 16 = 0$ и вершина $\uparrow$. $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{т.к. } x^2 - 4x + 4 \geq 0 \\ 2x^4 \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 2x^4 + x^2 - 4x + 4 \geq 0 \text{ всегда!!!} \Rightarrow x \in \mathbb{R}.$$

~~4~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) Найти начальный угол наклона жужки:

$$\sin \beta_0 = \frac{y_{20}}{r_2} = \frac{5\sqrt{7}}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$$

$$\cos \beta_0 = \frac{x_{20}}{r_2} = \frac{5}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

5) Расстояние между жужкой и водонепроницаемой лодкой минимально, если ~~sin α = sin β~~ их пути совпадают:
~~cos α = cos β~~

$$\begin{cases} \sin(\alpha_0 + \omega_1 t) = \sin(\beta_0 + \omega_2 t) \\ \cos(\alpha_0 + \omega_1 t) = \cos(\beta_0 + \omega_2 t) \end{cases}$$

$$\sin \alpha_0 \cos(\omega_1 t) + \sin(\omega_1 t) \cos \alpha_0 = \sin \beta_0 \cos(\omega_2 t) + \sin(\omega_2 t) \cos \beta_0$$

$$\cos \alpha_0 \cdot \cos(\omega_1 t) - \sin \alpha_0 \cdot \sin(\omega_1 t) = \cos \beta_0 \cdot \cos(\omega_2 t) - \sin \beta_0 \cdot \sin(\omega_2 t)$$

$$\begin{cases} -\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \cdot \cos(5\omega_2 t) + \sin(5\omega_2 t) \cdot \left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \cos(\omega_2 t) + \frac{1}{2\sqrt{2}} \sin(\omega_2 t) \\ -\frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \cos(5\omega_2 t) + \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \cdot \sin(5\omega_2 t) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cos(\omega_2 t) - \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \sin(\omega_2 t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\sqrt{7} \cos(5\omega_2 t) - \sin(5\omega_2 t) = \sqrt{7} \cos(\omega_2 t) + \sin(\omega_2 t) \\ \sqrt{7} \sin(5\omega_2 t) - \cos(5\omega_2 t) = \cos(\omega_2 t) - \sqrt{7} \sin(\omega_2 t) \end{cases}$$

$$5) \left. \begin{array}{l} \text{Т.к. } BF \perp CD \\ BF = BD \end{array} \right\} \Rightarrow \angle BFD = \angle FDB = 45^\circ \Rightarrow \overset{\text{совпадают}}{FD \neq AD}$$

$$6) \left. \begin{array}{l} \text{Т.к. } \sin \angle C = \sin \angle D \\ \triangle CAD - \text{плб} \\ AB - \text{общ.} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sin \angle C = \sin \angle D \\ AC = AD \\ AB - \text{общ.} \end{array} \right. \Rightarrow \angle CBA = \angle ABD = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CB = AB = BD \Rightarrow AB \text{ совпадает с } BF \Rightarrow F = A.$$

$$7) \left. \begin{array}{l} \text{Т.к. } \angle CBA = 90^\circ \\ \triangle ABC - \text{вис} \end{array} \right\} \Rightarrow AC - \text{диаметр} \Rightarrow AC = 2R = 10 \Rightarrow CF = 10.$$

$$8) \text{Т.к. } A \text{ совпадает с } F \Rightarrow S_{\triangle ACF} = 0.$$

Ответ: а) $CF = 10$

б) $S_{\triangle ACF} = 0.$

~ 5.

1) Т.к. Водомерка и Жук плавают по окружностям с центрами в $(0; 0)$ и, то запишем уравнения их движения:

Водомерка:

$$x_1^2 + y_1^2 = r_1^2$$

$$4 + 18 = r_1^2$$

$$r_1 = 4\sqrt{2}.$$

Жук...:

$$x_2^2 + y_2^2 = r_2^2$$

$$25 + 175 = r_2^2$$

$$r_2 = 10\sqrt{2}.$$

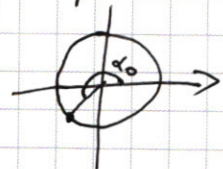
2) Угловое скорости соотносятся как:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{v_1 \cdot r_2}{r_1 \cdot v_2} = \frac{2v_2 \cdot r_2}{r_1 \cdot 2v_2} = \frac{2r_2}{r_1} = 5 \Rightarrow \omega_1 = 5\omega_2$$

3) Найдем начальный угол наклона Водомерки:

$$\sin \alpha_0 = \frac{y_{10}}{r_1} = \frac{-2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \alpha_0 = \frac{x_{10}}{r_1} = \frac{-2}{4\sqrt{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24.$$

$$100 - 96 = 4.$$

$$x_1 = \frac{-10 + 4}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{-10 - 4}{2} = -7.$$

$$OD3: x^3 - 4x + 80 \geq 0.$$

$$3x^2 - 4 = 0$$

$$x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$-\frac{8}{3\sqrt{3}} + 4 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} + 80 = \frac{4 \cdot 16}{3\sqrt{3}} + 80 = \frac{240\sqrt{3} + 16}{3\sqrt{3}}$$

$$x^2$$

$$-3\sqrt{2}$$

$$16 - 320 \leq 0.$$

$$-5 \Rightarrow -125 + 20 + 80 = -25,$$

$$-7 \Rightarrow -64 + 16 + 80 = 32.$$

$$5x^2$$

$$2x^2$$

$$1x^3$$

$$1 \ 2 \ 3$$

$$1 \ 3 \ 2$$

$$2 \ 3 \ 1$$

$$2 \ 1 \ 3$$

$$3 \ 1 \ 2$$

$$3 \ 2 \ 1$$

$$-48\sqrt{2} + 12\sqrt{2} + 80$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \frac{(x+3)(x+7)\sqrt{2}}{x+6}$$

$$\begin{array}{r|l} 200 & 2 \\ 350 & 2 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$5 \cdot 5 \cdot 7 = 175$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x + 80 \\ x^3 + 3x^2 \\ \hline -3x^2 - 4x + 80 \\ -3x^2 - 9x \\ \hline 5x + 80 \end{array}$$

$$\frac{(x+3)(x+7)\sqrt{2}}{x+6} \geq 0.$$

$$-7 \quad -6 \quad -3$$

$$x \in [-7; -6] \cup [-3; +\infty)$$

$$x^3 - 4x + 80 = \frac{(x+3)^2(x+7)^2}{(x+6)^2}$$

$$(x^2 + 12x + 36)(x^3 - 4x + 80) = x^9 + 10x^8 + 24x^7 + 100x^6 + 100x^5 + 240x^4 + 24x^3 + 240x^2 + 24x + 80$$

$$9$$

$$\begin{array}{r} 77 \\ \times 35 \\ \hline 360 \\ + 216 \\ \hline 2520 \end{array}$$

$$16 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100$$

$$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$b_1, b_2, \dots, b_{3000}$$

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

~ 2.

$$b_1 = b_1$$

$$b_2 = b_1 q$$

$$b_3 = b_1 q^2$$

$$b_4 = b_1 q^3$$

$$b_5 = b_1 q^4$$

$$b_6 = b_1 q^5$$

$$b_3 = b_1 q^2$$

$$b_4 = b_1 q^5 = b_3 \cdot q^3$$

$$S_3 = \frac{b_1 q^2 (q^3 - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_{4,2} = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} - \frac{b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{(q - 1)(q^2 + q + 1)}$$

$$S_1 = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} + \frac{49 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{(q - 1)(q^2 + q + 1)} = \frac{10 b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{49 q^2}{q^2 + q + 1} = 9$$

$$49 q^2 = 9 q^2 + 9 q + 9$$

$$40 q^2 - 9 q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 1440 = 1521 = 39^2$$

$$q = \frac{9 + 39}{80} = \frac{48}{80} = \frac{24}{40} = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 40 \\ \hline 1440 \\ 36 \\ \times 39 \\ \hline 351 \\ + 117 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$S_2 = \frac{b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S_2 = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} + \frac{b_1 q (q^{3000} - 1)}{(q^2 - 1)(q + 1)} = \frac{k b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{q}{q + 1} = k - 1$$

$$\frac{q}{q + 1} = k - 1$$

$$k - 1 = \frac{3}{8}$$

$$k = \frac{11}{8}$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 / x^2 - 2 / +4 \geq 0$$

$$64 + 4 - 8 + 4$$

$$2 + 21 - 4 + 4$$

$$\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 2 + 4$$

$$-16 + 20 - 4 = 0$$

$$8 \times 9 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4$$

$$64 \times 8 \times 28 \times 4$$

$$4 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2$$

$$2 - 3 + 7 - 4 + 4$$

$$2 + 3 + 7 + 4 + 4$$

$$64 - 24 +$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 2 & 3 & -5 & -4 & 4 & \\ & 2 & 5 & 0 & -4 & \\ \hline 1 & 2 & 5 & 0 & -4 & 0 \end{array}$$

$$2x^3 + 5x^2 - 4x = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2x^3 + 5x^2 - 4 = 0.$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 5 & 0 & -4 \\ & -4 & -2 & 4 \\ \hline -2 & 2 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

$$2x^2 + x - 2 = 0.$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}$$

$$2x^4 - 3x^3 - 2x^2 - 4x + 4 = 0.$$

$$x^3(2x-3)$$

$$D = 16 - 112 = -96 < 0.$$

$$8x^3 - 9x^2 + 14x - 4 = 0.$$

$$24x^2 - 18x + 14$$

$$24x^2 - 18x + 14$$

$$24x^2 - 18x + 14$$

$$\frac{1 - \sqrt{17}}{4} = -\frac{3}{4} > -1$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4.$$

$$x = 1 - 4$$

$$x = 2: 32 - 24 + 28 - 8 + 4 = 32.$$

$$x = 3: 162 - 81 + 63 - 12 + 4 = 136.$$

$$x = 2: 32 - 24 + 28 - 8 + 4 = 32.$$

$$x = 3: 162 - 81 + 63 - 12 + 4 = 136.$$

$$x = 3: 162 - 81 + 63 - 12 + 4 = 136.$$

$$32x^4 - 8x + 4.$$

$$x^2 - 4x + 4$$

$$D = 16 - 4 \cdot 4 = 0.$$

$$\frac{4}{2} = 2.$$

$$\frac{16}{4} = 4.$$

$$\frac{18}{18} = 1.$$

$$8x^3 - 9x^2 + 14x - 4 = 0.$$

$$27 \cdot 8 - 9 \cdot 9 + 14 \cdot 3 - 4$$

$$3^3 \cdot 8 - 3^3 \cdot 3 + 3 \cdot 14 - 4$$

$$3^3 \cdot 5 + 3 \cdot 14 - 14$$

$$3^3 \cdot 5 + 28 \cdot 70.$$

$$2^3 - 2^3 \cdot 9 + 7 \cdot 2^5 - 4 > 0.$$

$$2: 1 - \frac{9}{4} + 7 - 4 = 8 \cdot 4 - \frac{9}{4}$$

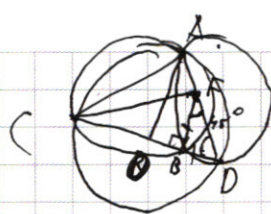
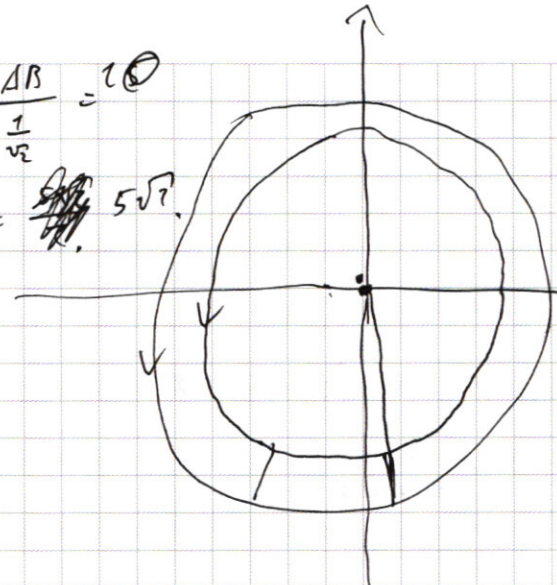
$$125 - \frac{9}{25} + \frac{14}{5} = 4.$$

$$\frac{2^3}{2^3 \cdot 3^3} - \frac{3^3}{2^3 \cdot 3^3} + \frac{2 \cdot 7}{2^3 \cdot 3} - 4.$$

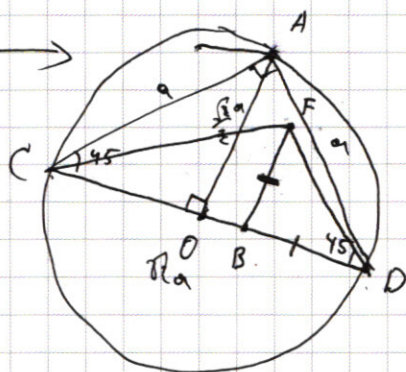
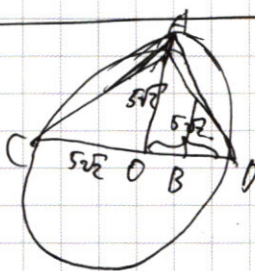
$$\frac{1}{8} - \frac{1}{8} + \frac{7}{12} - 4.$$

$$\frac{AB}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 10$$

$$AB = 5\sqrt{2}$$



$$25 \cdot 7 = 175$$



Векторка:

$$(-2)^2 + (-2\sqrt{7})^2 = r_1^2$$

$$4 + 28 = r_1^2$$

$$32 = r_1^2$$

$$r_1 = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

Хук:

$$(5)^2 + (5\sqrt{7})^2 = r_2^2$$

$$25 + 175 = r_2^2$$

$$r_2 = \sqrt{200}$$

$$r_2 = 10\sqrt{2}$$

$$\frac{AD}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

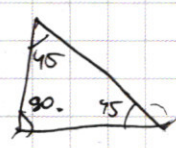
$$AD = 10$$

$$\rho = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$x_1^2 + y_1^2 = r_1^2$$

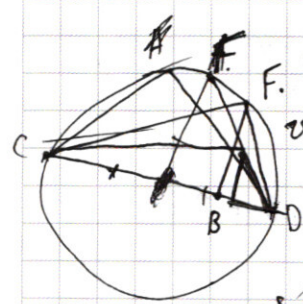
$$x_1 = \sqrt{r_1^2 - y_1^2}$$

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$



$$\frac{AB}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 5$$

$$AB = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$

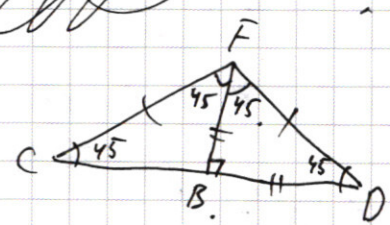
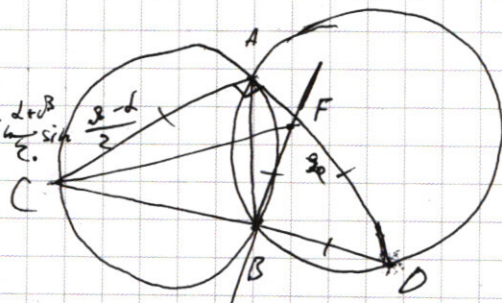
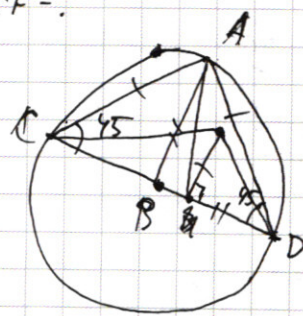


$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$v \cdot \omega = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

$$\cos 2 - \cos 3 = 2 \sin \frac{2+3}{2} \sin \frac{2-3}{2}$$

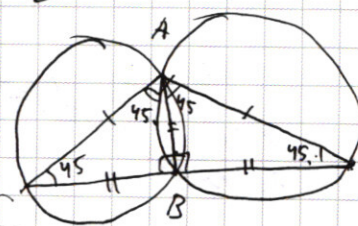
CF = ?



$$k = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{AB}{\sin \angle C} = 10$$

$$\frac{AB}{\cos \angle C} = 10$$



$$\sin \angle C = \cos \angle C \Rightarrow \angle C = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \angle D = \frac{\pi}{4} \Rightarrow AB = AD$$



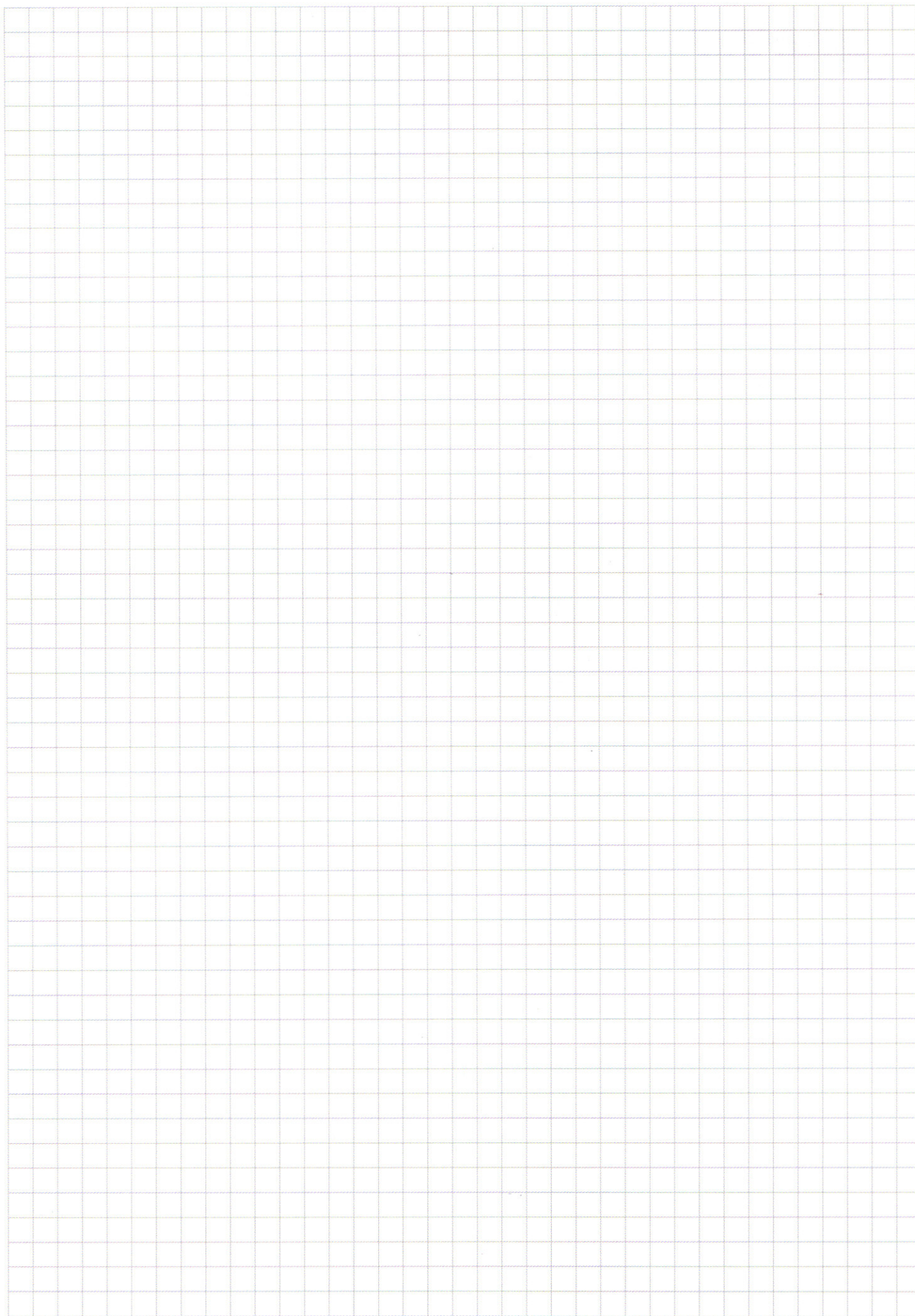
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)