

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Переберём способы представления 700 в виде произведения восьми цифр.

Из два: $7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ и
 $7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$.

Посчитаем сколько можно составить восьмизначных чисел из первого

$$\text{набора: } C_8^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2}$$

Теперь из второго?

$$C_8^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2}$$

Поскольку во всех числах первого типа 4 нет, а в числах второго-есть, то никакое число не было посчитано дважды, то всего чисел $3 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 2520$

Ответ: 2520

2. $b_1 = x$; $\frac{b_2}{b_1} = a$, то прогрессия имеет вид $x, ax, a^2x, a^3x, \dots, a^{2999}x$, поскольку членов кратно 3, то мы можем представить сумму прогрессии как $S_1 + aS_1 + a^2S_1$, где S_1 - сумма всех членов с порядковым номером, дающим остаток 1 по модулю 3

$$\text{По } 10(S_1 + aS_1 + a^2S_1) = S_1 + aS_1 + 50a^2S_1$$

$$10 + 10a + 10a^2 = 1 + a + 50a^2$$

$$40a^2 - 9a - 9 = 0$$

$$a = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 1440}}{80} = \frac{9 \pm \sqrt{1521}}{80} = \frac{9 \pm 39}{80}$$

Поскольку все члены прогрессии > 0 ,
то $a > 0$, то $a = \frac{48}{80} = \frac{3}{5}$.

Обозначим сумму всех членов прогрессии с нечётными номерами за S_2 , то

$S = S_2 + aS_2 = \frac{8}{5}S_2$, то после увеличения всех чисел на четных местах

в 2 раза ~~прогрессия~~ сумма

$$\text{станет } S_2 + 2aS_2 = \frac{5}{8}S + 2a \cdot \frac{5}{8}S =$$

$$= \frac{5}{8}S + \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{8}S = \frac{11}{8}S, \text{ то есть}$$

сумма увеличится в $\frac{11}{8}$ раз

Ответ: увеличится в $\frac{11}{8}$ раз.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7. Пусть $y - 6 - x \geq 0$ и $y - 6 + x \geq 0$, то
 ~~$y = 12$ из второго уравнения~~
 ~~$(2y - 12 = 12)$, то второе уравнение~~
система имеет вид

$$\begin{cases} 2y - 12 = 12 \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 12 \\ (|x| - 8)^2 + 36 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 12 \\ (|x| - 8)^2 = a - 36, \text{ так как из допустимых} \\ \text{имеем что } -6 \leq x \leq 6, \text{ то} \end{cases}$$

при $x = 0$ $a = 100$, значение ~~равно~~
но то ~~также~~ решение в этом
случае 1, а иначе a принимает
значение ~~от~~ $[40; 100)$ и
система имеет два решения $x = \pm t$; $y = 12$
↑
вычитаем
из уравнения

Если $y - 6 - x \geq 0 \Rightarrow y - 6 + x$, то

$$\begin{cases} -2x = 12 \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

$\begin{cases} x = -6 \\ (|x| - 6)^2 = a - 4 \end{cases}$, то из допущения
 $y \in [0; 12]$, то $y = r + 6$, где $r \in (-6; +6)$,
 то $r^2 = a - 4$, то $a = r^2 + 4$, то при $r = 0$
 $a = 4$ и в данном случае решение одно:
 $y = 6$; $x = -6$, иначе решения 2 шт:
 $y = \pm r$; $x = -6$, ну а $a \in (4; 40)$,
 то пока имеем при $a \in (4; 100)$
 ровно по 2 решения и по одному
 для $a = 4$ и $a = 100$.

Теперь если $y - 6 + x \geq 0 \geq y - 6 - x$,
 то

$\begin{cases} x = 6 \\ (|x| - 6)^2 = a - 4 \end{cases}$, то из допущения

$y \in (0; 12)$, то $y = r + 6$, где $r \in (-6; +6)$,
 то $r^2 = a - 4$, то аналогично предыдущему
 случаю получаем ещё по два решения
 для $a \in (4; 40)$ и ещё одно
 для $a = 4$.

Теперь если $y - 6 + x \leq 0$ и $y - 6 - x \leq 0$,
 то $-2y + 12 = 12$, то $y = 0$, то

~~аналогично уже рассмотренному случаю получаем
 что при $a = 100$ есть ещё одно решение:~~

~~$x = 0$ $y = 12$, ну а при
 $(|x| + 8)^2 = a - 36$, то аналогично~~

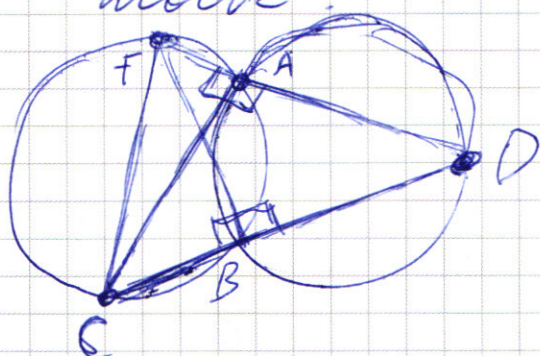
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

разобранному выше получаем при
 $\alpha = 100$ еще одно решение и еще
 по два решения для $\alpha \in [40; 100)$,
 то 2 решения система имеет
 лишь при $\alpha \in \{4; 100\}$

Ответ: $\alpha = 4$ и $\alpha = 100$.

6. Обозначим пересечение BF с
 окружностью BAC за F' , то
 $CF' = 10$, ведь $\angle CBF = 90^\circ$.
 $\angle FBA = \angle C$ $CF^2 = BF^2 + CB^2 = CB^2 + BD^2$
 $\angle BAD = \alpha$, то $BD = 2r \sin \alpha$, ну
 α $BC = 2r \sin 90 - \alpha = 2r \cos \alpha$, то
 $CF^2 = (2r)^2 \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = (2r)^2$, то
 $CF = 2r = 10$, то F и F' совпадают,
 ведь лежат по одну сторону от
 перпендикуляра к FF' из C (то есть
 CD), то $\angle CAB$ CF - диаметр
 CAB , то $\angle CAF = 90^\circ$, то F, A и D -
 лежат на одной прямой.

Если $BC=6$, то $BF=8$, то $BD=8$, то
 $BD > BC$, то картинка будет
 так:



$$S_{CFD} = \frac{FB \cdot CD}{2} = \frac{CA \cdot FD}{2}$$

$$FB \cdot CD \stackrel{||}{=} CA \cdot FD$$

$$\stackrel{||}{\downarrow}$$

$$8 \cdot 14 = CA \cdot FD$$

$$FD^2 = BD^2 + FB^2 = 2BD^2$$

$$\stackrel{||}{\downarrow}$$

$$FD = 8\sqrt{2}, \text{ то } CA = 7\sqrt{2},$$

$$\text{то, поскольку } FC^2 = CA^2 + FA^2$$

$$100 = 98 + FA^2 \Rightarrow FA = \sqrt{2}, \text{ то}$$

$$S_{FAC} = \frac{FA \cdot CA}{2} = 7$$

Ответ: а) 10 б) 7.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. Отметим на окружности круга 40 точек, так чтобы они разбились окружностью на 20 равных частей и одна из них совпадала с его позицией, ^(форме будет дана нарисованная) пронумеруем их от 0 до 39, по часовой стрелке. Соместим также разобьём окружность водометра.

Поскольку радиусы окружностей относятся как 2:5, то за время пока водометра обойдёт окружность круга сдвинется на 18 отметок, то когда круг обойдёт окружность водометра сделает это 5 раз, то процесс измерения и за время цикла расстояние между ними будет минимальным (они на одной прямой с (0;0)) 4 раза.

В нашей системе водометра смещается с отметки "20", то "пересечение"

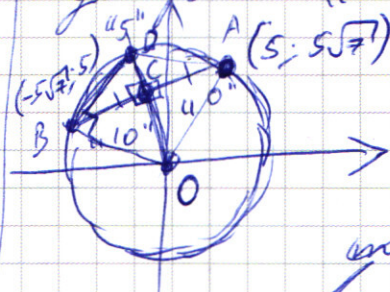
отм на отметках 5, 15, 25 и 35,
и больше нигде, то отметки
"5" / "15" / "25" / "35" - исконые
точки. (см. хронология), то

(Хронология движения):

Мур; Водушка:

0	20
1	25
2	30
3	35
4	0
5	5
6	10
7	15
8	20
9	25
10	30
11	35
12	0
13	5
14	10
15	15
...	...
25	25
...	...
35	35
0	20

найдем их координаты
для "5":



$$BO = AO = 10\sqrt{2}$$

$$\text{то } CO = BC = CA = 10$$

$$\text{то } OD = 10(\sqrt{2} - 1)$$

то координаты C -
из середины AB

$$C = \left(\frac{5 - 5\sqrt{7}}{2}, \frac{5 + 5\sqrt{7}}{2} \right)$$

$$D = \left(k \cdot \frac{5 - 5\sqrt{7}}{2}, k \cdot \frac{5 + 5\sqrt{7}}{2} \right)$$

то D (центр масс)

$$\text{и } OD = 10\sqrt{2} = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{7})^2}$$

$$\text{то } k^2(5^2 + 5^2 \cdot 7) = 200$$

$$\text{то } \frac{200}{k^2} = \frac{5^2}{4} + \frac{5^2}{4} + \frac{5^2 \cdot 7}{4} + \frac{5^2 \cdot 7}{4} +$$

$$+ \frac{5^2 \sqrt{7}}{2} - \frac{5^2 \sqrt{7}}{2}, \text{ то}$$

$$\frac{200}{k^2} = 100, \text{ то } k = \sqrt{2}$$

$$\text{то } D = \left(\frac{\sqrt{2}(5 - 5\sqrt{7})}{2}, \frac{\sqrt{2}(5 + 5\sqrt{7})}{2} \right)$$

то остальные 3 - это

$$\left(\frac{\sqrt{2}(5 - 5\sqrt{7})}{2}, \frac{\sqrt{2}(5 - 5\sqrt{7})}{2} \right) \text{ и } \left(\frac{\sqrt{2}(5 - 5\sqrt{7})}{2}, \frac{\sqrt{2}(5 + 5\sqrt{7})}{2} \right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{14}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{14}}{2} \right);$
 $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{14}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{14}}{2} \right); \left(\frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{14}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{14}}{2} \right);$
 $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{14}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{14}}{2} \right)$

4. Если $x \leq 2$, то неравенство имеет

вид $2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$

$\Downarrow$
 $(x-1)(x+2)(2x^2+x-2) \geq 0$

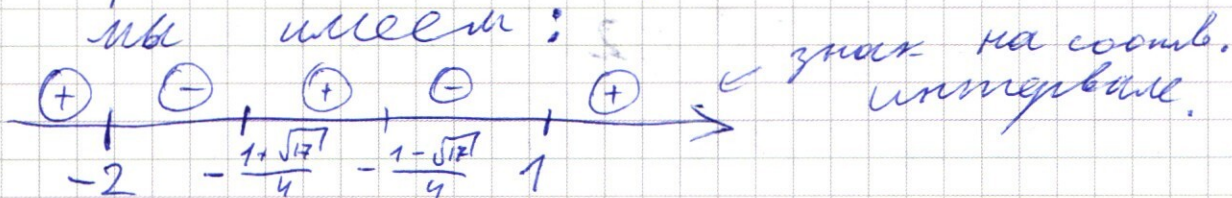
$\Downarrow$
 $2(x-1)(x+2)\left(x + \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x + \frac{1-\sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$

~~при достаточно малых x~~

~~при x много меньшем 0 выражение~~

при $x \rightarrow \infty$ выражение > 0 , то

мы имеем:



Если $x \geq 2$, то нер-во имеет вид

$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$, но при $x \geq 2$

$2x^4 > 3x^3$ и $7x^2 > 4x$, то это всегда
верно, то

Ответ: $x \in (-\infty; -2]; [-\frac{1+\sqrt{7}}{4}; -\frac{1-\sqrt{7}}{4}]; [1; +\infty)$.

$$3. \left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

~~$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)^2 (x^3 - 4x + 80) = x^4 + 20x^3 + 148x^2 + 480x + 576$$

$$\left(\frac{x^2}{2} + 18 + 12x\right)(x^3 - 4x + 80) =$$~~

~~$$(x^4 + 20x^3 + 148x^2 + 480x + 576) \cdot 2$$~~

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)^2 (x^3 - 4x + 80) = x^4 + 20x^3 + 148x^2 + 480x + 576$$

$$\left(\frac{x^2}{2} + 18 + 12x\right)(x^3 - 4x + 80) = x^4 + 20x^3 + 148x^2 + 480x + 576$$

$$x^5 - 4x^3 + 80x^2 + 36x^3 - 144x + 2880 + 24x^4 - 96x^2 + 960x = (x^4 + 20x^3 + 148x^2 + 480x + 576) \cdot 2$$

~~$$x^5 + 23x^4 - 8x^3 - 164x^2 - 144x + 1728 = 0$$~~

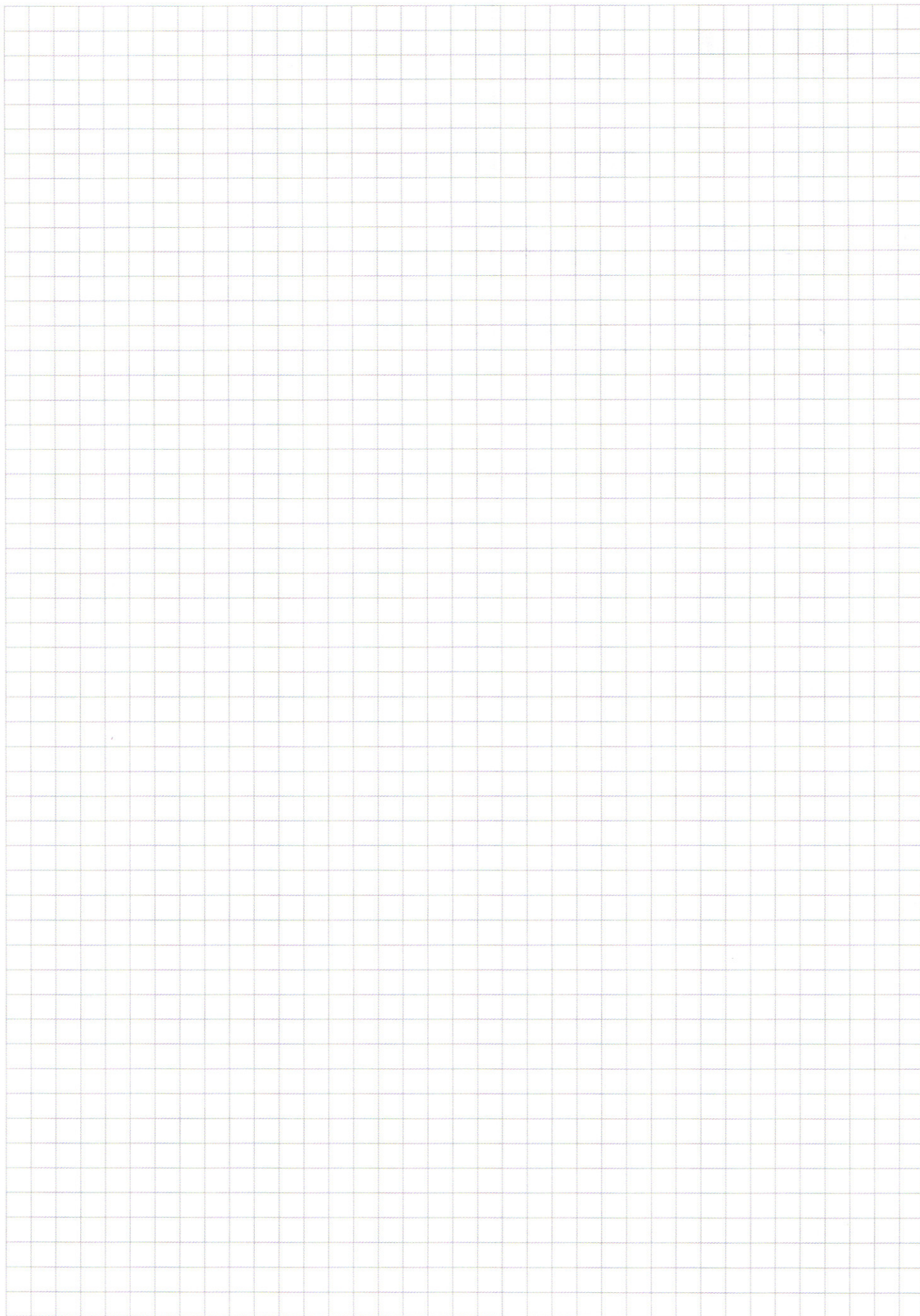
$$x^5 + 22x^4 - 8x^3 - 312x^2 - 144x + 1728 = 0$$

~~$$(x^4 + 26x^3 + 96x^2 + 174x)$$~~



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. $x = \sqrt{4}$ - подходит
больше корней нет



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$1 \quad 700 = 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 =$$

$$= 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$C_I = 8 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2}$$

$$C_{II} = 8 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot 5$$

$$C_0 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} \cdot 3 = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 5$$

$$9 \cdot 280$$

$$2520$$

2

$$b_1 = x$$

$$\frac{b_2}{b_1} = a$$

$$S_2 (1 + \frac{3}{5}) =$$

$$= n S_2 (1 + \frac{3}{5})$$

$$\frac{11}{5} = n \frac{3}{5}$$

$$x + ax + a^2x + \dots + a^{1000}x$$

$$10(S_1 + aS_1 + a^2S_1) = S_1 + aS_1 + 50a^2S_1 \quad \text{в } 3\frac{2}{3} \text{ раз}$$

$$10 + 10a + 10a^2 = 1 + a + 50a^2$$

$$40a^2 - 9a - 9 = 0$$

$$\frac{9 \pm \sqrt{81 + 1440}}{80} = \frac{9 \pm \sqrt{1521}}{80}$$

$$\frac{9 \pm 39}{80} = a$$

$$a > 0 \Rightarrow a = \frac{48}{80} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{array}{r} \times 31 \\ 31 \\ \hline 60 \\ 900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 39 \\ 39 \\ \hline 81 \\ 270 \\ 270 \\ 900 \\ \hline 1521 \end{array}$$

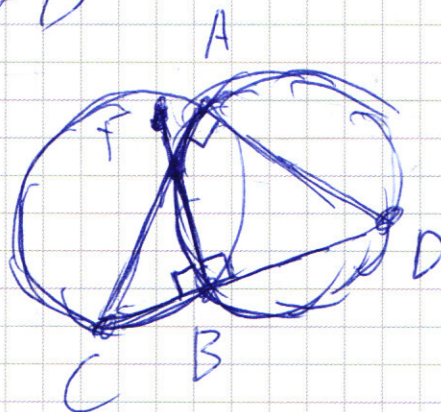
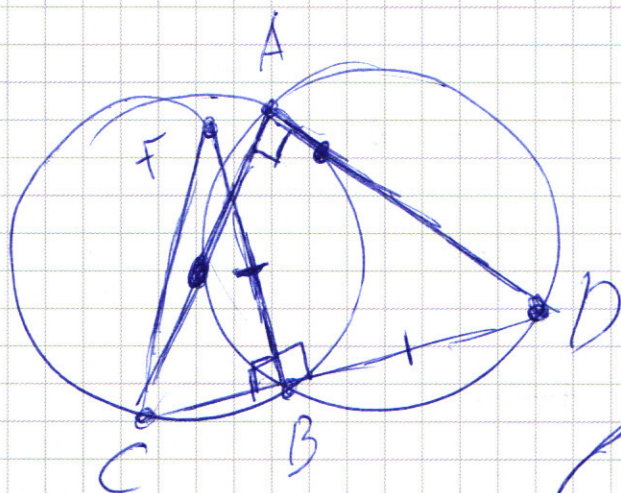
$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\sqrt{\frac{x^2}{2} + 18 + 6x} \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 80} = |x^2 + 10x + 24|$$

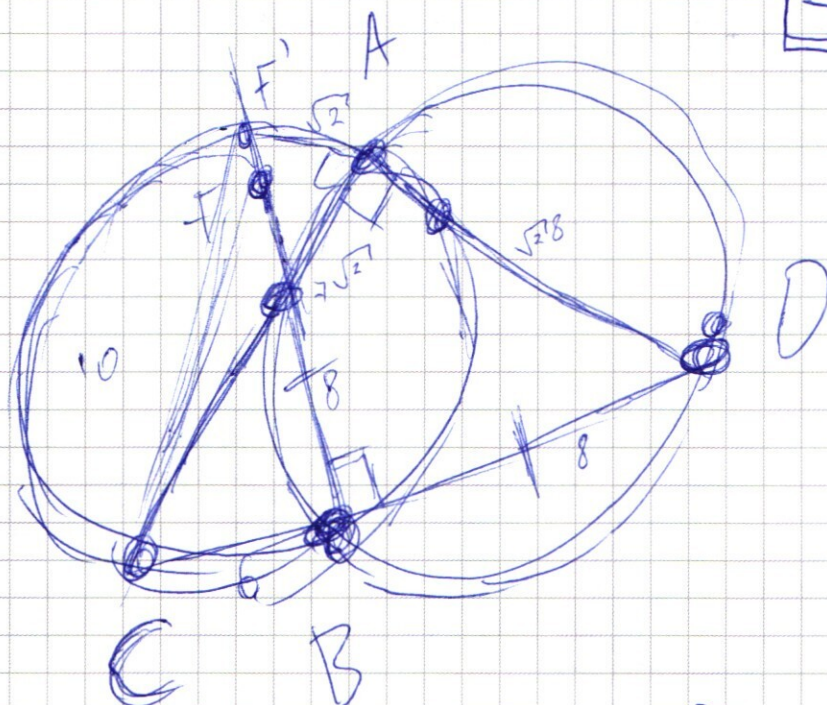
$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{x^5}{2} + 18x^3 + 6x^4 - 2x^3 - 72x - 24x^2 + 40x^2 + 1440 + 480x} = \\ & = \sqrt{\frac{x^5}{2} + 6x^4 + 16x^3 + 16x^2 + 408x + 1440} = \\ & = \sqrt{x^4 + 20x^3 + 148x^2 + 480x + 576} \end{aligned}$$

$$\frac{x^5}{2} + 5x^4 - 4x^3 - 132x^2 - 72x + 864 = 0$$

$$x^5 + 10x^4 - 8x^3 - 132x^2 - 72x + 864 = 0$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



≤ 5 корней

$x=4$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{80} = 48$$

$$5 \cdot \sqrt{2} \cdot 8 \sqrt{2} = 80$$

$$2R = \frac{BD}{\sin \angle ABD} =$$

$$10 = \frac{BD}{\sin \alpha} = \frac{BC}{\cos \alpha}$$

$$BD = 10 \sin \alpha$$

$$BC = 10 \cos \alpha$$

$$BD^2 + BC^2 = 100$$

$$\angle F = 10$$

F и F' совпадают

$$x^5 + 10x^4 - 8x^3 - 132x^2 - 72x + 864 = 0$$

$$32 + 160 - 64 - 528 - 144 + 864 = 0$$

~~$$4(8x^4 + 40x^3 - 24x^2 - 264x + 288)$$~~

$$-32 + 160 + 64 - 528 + 144 + 864 = 2 \cdot 432 =$$

$$-243 + 810 + 160 + 56 - 900 - 270 - 6 + 210 + 6 + 864 =$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 16 =$$

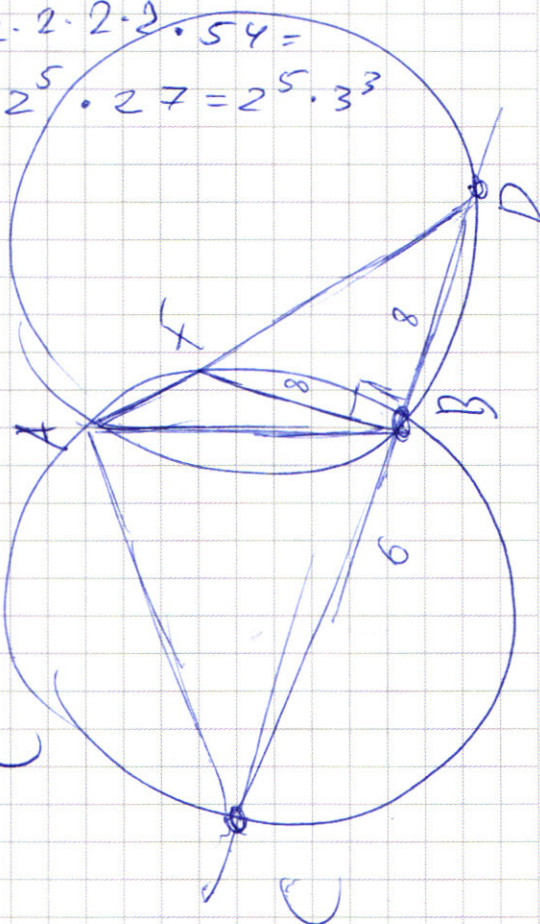
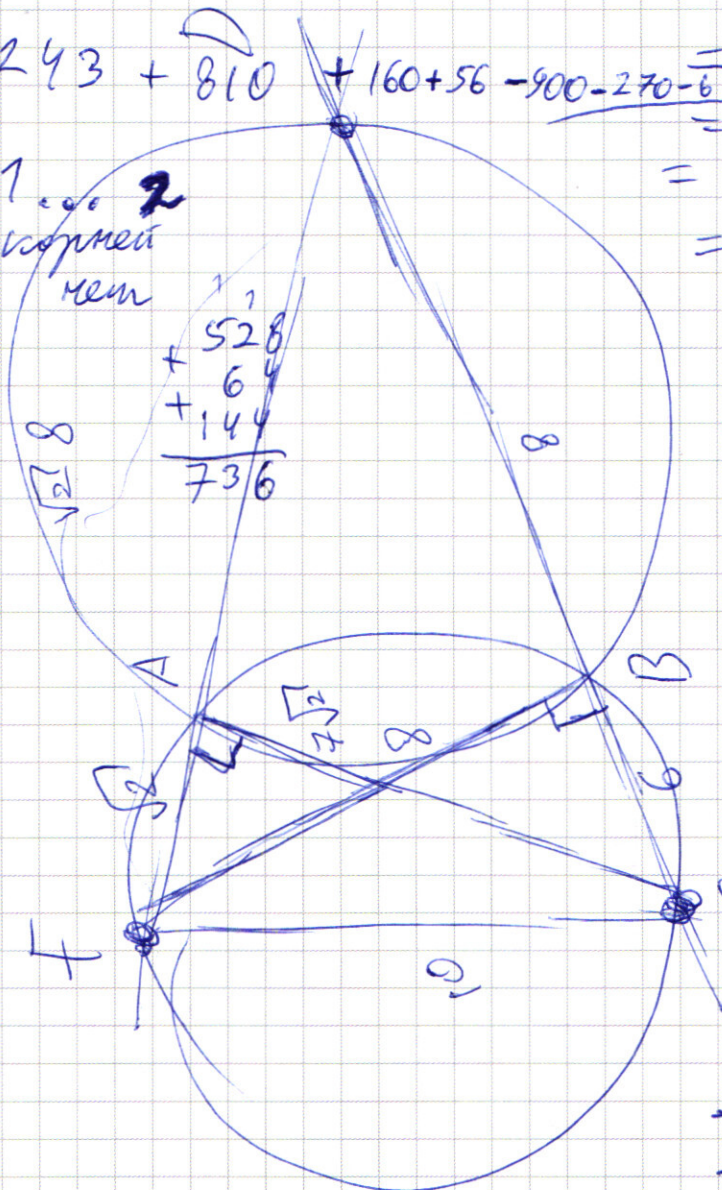
$$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 108 =$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 54 =$$

$$= 2^5 \cdot 27 = 2^5 \cdot 3^3$$

-1. ^{до 2}
корней
нет

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 528 \\ + 6 \\ + 144 \\ \hline 736 \end{array}$$



$$-950$$

$$-180$$

$$-125$$

$$-970$$

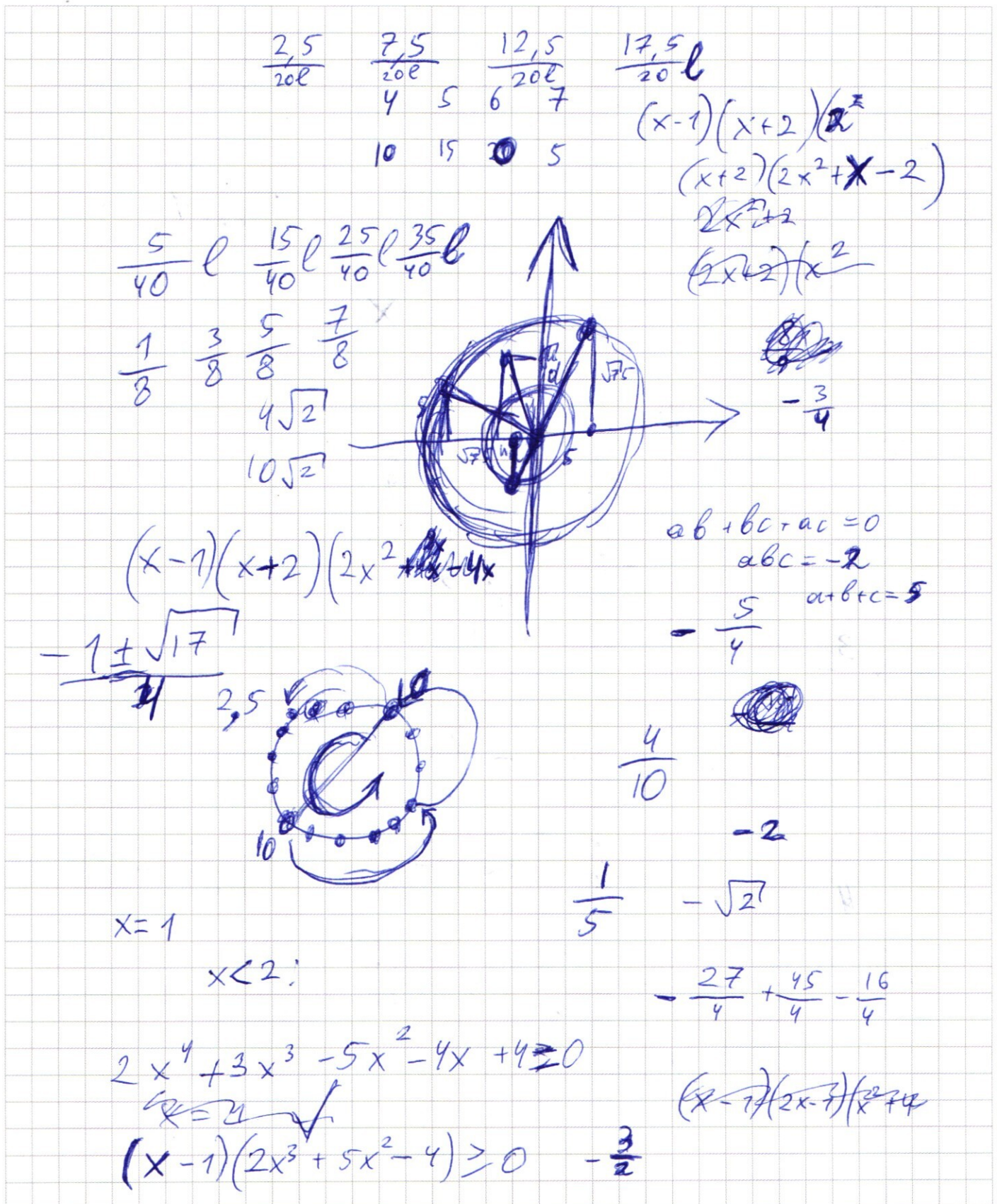
$$- \frac{33 \cdot 100}{4} =$$

~~$$-160 - 50 - 900 - 270 - 6 - 210 - 6$$~~

$$= -800 - 25 \quad 864 + 32 + 160$$

$$896$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{matrix} \oplus & \ominus & \oplus & \ominus & \oplus \\ -2 & -\frac{1-\sqrt{17}}{4} & -\frac{1+\sqrt{17}}{4} & 1 & 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 4 & 6 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{matrix}$$

~~2x4~~

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$0, 0, 1$$

$$32 - 24 + 28 - 8 + 4$$

$$0, 0, 1$$

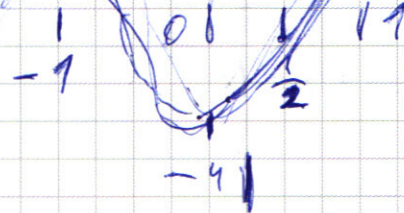
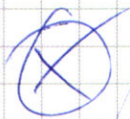
$$64 - 32$$

$$2 \rightarrow 32$$

$$1 \rightarrow 6$$

$$\frac{1}{8} - \frac{3}{8} + \frac{7}{4} - 2 + 4$$

$$0 < x$$



~~6x3~~

$$8x^3 - 9x^2 + 14x - 4 = 0$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{5^3}{64} - \frac{5^2}{64} + \frac{80+32}{64} - \frac{256}{64}$$

$$\frac{1}{8} - \frac{9}{16} + \frac{7}{2} - 4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^5 + 10x^4 - 8x^3 - 132x^2 - 72x + 864 = 0$$

$$1024 + 2560 - 512 - 1600 - 512 - 280 - 8 + 864 =$$

$$= 1560 - 600 - 280 - 8 + 864$$

$$\left(\frac{4}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$$

$$x^2 + 10x + 24 = 80$$

$$\left(\frac{x\sqrt{2}}{2} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$(x\sqrt{2} + 6\sqrt{2}) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = 2x^2 + 20x + 48$$

$$-4$$

$$\sqrt{2} \sqrt{32}$$

$$-5 < x^8$$

$$4x^4 + 40x^2 + 48^2 + 2(40x^3 + 72x^2 + 960x)$$

$$4x^4 + 40x^2 + 48^2 + 80x^3 + 144x^2 + 960x$$

①



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$x^4 + 20x^3 + 100x^2$$

$$\begin{array}{r} x^3 60 \\ \hline 480 \\ 2400 \\ \hline 2880 \end{array}$$

$$36 + 24 - 60$$

$$\begin{array}{r} x^{12} \\ \hline + 80 \\ + 16 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2000 \\ \hline 272 \\ \hline 1728 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 \\ \hline 164 \\ \hline 316 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ \hline 164 \\ \hline 92 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 960 \\ \hline 624 \\ \hline 336 \\ - 296 \\ \hline 2304 \end{array} = 108$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ \hline 12 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 368 \\ \hline - 386 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -386 \\ 74 \end{array}$$

$$(x+4)(x^4 + 19x^3 - 64x^2 + 92x - 386)$$

$$(x-4)(x^4 + 27x^3 + 120x^2 + 316x - 480)$$