

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. ✓
Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$. ✓
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$. ✓
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . ✓
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) То, что в числе нет нулей, иначе бы произведение из цифр равнялось нулю.

$$400 = 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$$

~~⇒ в числе должны быть две цифры~~

⇒ возможно только следующие наборы цифр

$$\{4, 5, 5, 2, 2, 1, 1, 1\} \text{ и } \{4, 5, 5, 4, 1, 1, 1, 1\}.$$

1) Найти кол-во способов расставить цифры из первого набора:

а) Кол-во способов расставить цифру 4 ^{на 8 позиций} равно 8

б) Кол-во способов расставить две цифры 5 на 7 свободных мест равно $\frac{7 \cdot 6}{2} = 21$

в) Кол-во способов расставить две цифры 2 на 5 свободных мест равно $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$

г) 3 оставшихся места занимают единицы:

⇒ по правилу произведения кол-во способов расставить цифры из набора (1) равно $8 \cdot 21 \cdot 10 = 1680$.

2) Найти кол-во способов расставить цифры из набора

2: а) Кол-во способов расставить цифру 4 на 8 свободных позиций равно 8

б) Кол-во способов расставить цифру 2 и цифру 5 на 7 свободных позиций равно $\frac{7 \cdot 6}{2} = 21$

в) Кол-во способов расставить одну цифру

№3 (продолжение)

Решим (1):

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 32 + 16x$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

Заметим, что число $x = 6$ является корнем:

$$6^3 - 2 \cdot 6^2 - 20 \cdot 6 + 48 = 6(6^2 - 2 \cdot 6 - 20 + 8) =$$

Заметим, что $x = 4$ является корнем.

$$4^3 - 2 \cdot 4^2 - 20 \cdot 4 + 48 = 4(16 - 8 - 20 + 12) = 0$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 & x - 4 \\ x^3 - 4x^2 & x^2 + 2x - 12 \end{array}$$

$$2x^2 - 20x$$

$$2x^2 - 8x$$

$$-12x + 48$$

$$-12x + 48$$

0

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = (x - 4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x^2 + 2x - 12 = 0 \end{cases} \quad D = 4 + 12 \cdot 2 = 52; \quad x_1 = \frac{-2 + \sqrt{52}}{2}; \quad x_2 = \frac{-2 - \sqrt{52}}{2}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{-2 \pm \sqrt{52}}{2} \end{cases}$$

Подставим эти значения в (2)

$$1) x + 4 = 4 + 4 \geq 0 - \text{верно.}$$

$$2) x + 4 = \frac{-2 + \sqrt{52}}{2} + 4 \geq 0 - \text{верно}$$

$$3) x + 4 = \frac{-2 - \sqrt{52}}{2} + 4 \geq 0 - \text{не верно, т.к. } \frac{-2 - \sqrt{52}}{2} < -4$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } \begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{-2 + \sqrt{52}}{2} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 (продолжение)

пять раз по 5 свободных позиций равно - 5

2) Остальные места занимают ^{ком} узоры - 1

⇒ по правилу произведения кол-во способов расставить узоры из набора (2) равно $8 \cdot 21 \cdot 5 = 840$

⇒ по правилу суммы кол-во ~~не~~ различных

чисел произведение которых равно $700 = 840 + 160$

$= 2520$

Ответ: 2520

№3. $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80}$$

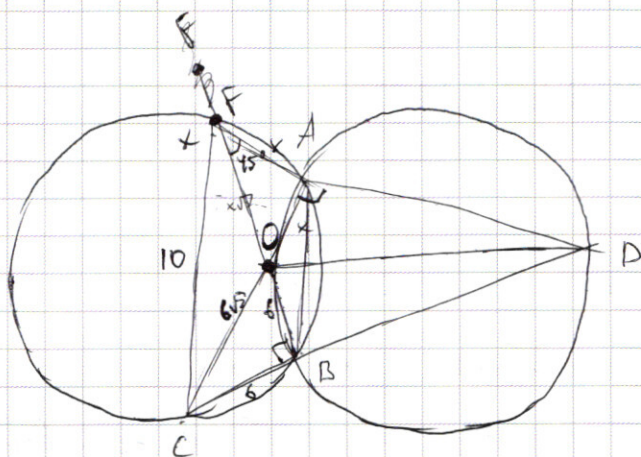
1) Заметим, что число $x = -6$ не является корнем этого ур-ия, т. к. $x^3 - 4x + 80$, при $x = -6$ принимает отрицательное значение, но $x^3 - 4x + 80$ должно быть ≥ 0 , т. к. др. оно стоит под корнем

⇒ мы можем поделить наше ур-ие на $x+6$ без потери корней.

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+4)$$

$$\begin{aligned} x^3 - 4x + 80 &= 2(x+4)^2 \quad (1) \\ (x+4) &\geq 0 \quad (2) \end{aligned}$$

№6. Докажи, что точка F лежит на окружности (ABC) .



$$\underline{12 = 5}$$

$$BC = 6$$

1) Функция x -марка непрерывна в $f \in C(ABC)$

Reagents:

O - точка пересечения BF и CA . н.к. $\angle OBD = \angle OAD = 35^\circ$

то - $\angle$ лежит на опр. окружности ABD

а) $\angle ODB = \angle OAB$, как вписанные, опирающиеся на одну дугу

Также $\angle OAB = \angle CBA$, как вписанные опирающиеся

на 2-й шаг $\Rightarrow \angle ODB = \angle OCB$

д) В прямоугольнике $ACXB$ и $AODB$:

$$\therefore BX = CX \cdot \sin \angle C \cdot \cos \angle C \cdot B$$

$$BD = DO \cdot \cos \angle ODB$$

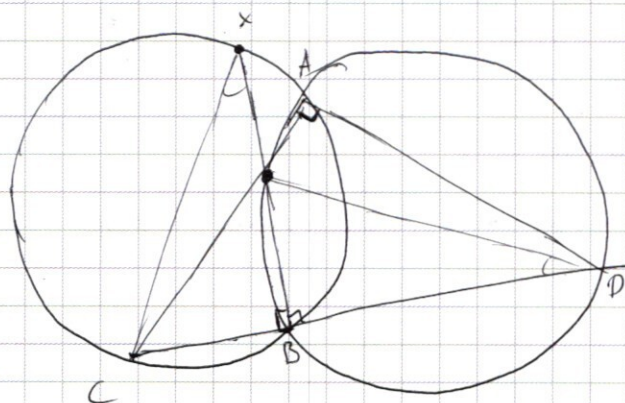
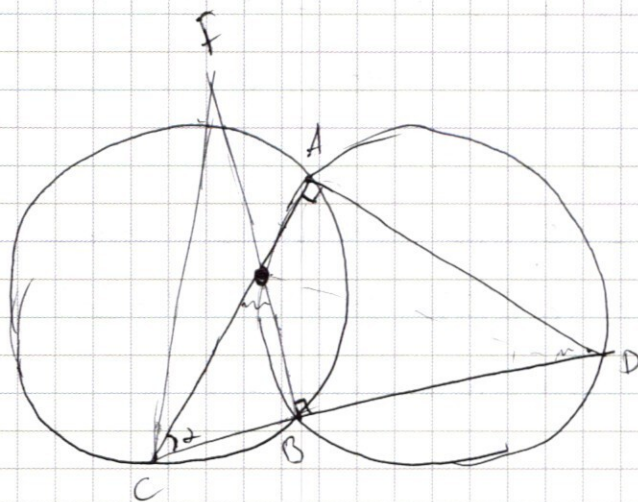
т.к. CH и DO - диаметры равных окружностей

мо $\angle K = 90^\circ$, и т.к. $\angle OPB = \angle KPB$, то $\cos \angle OPB = \cos \angle KPB$

$$\Rightarrow BD = BX \Rightarrow x \text{ обратен в } F.$$

= 5 CF - значение стр. CXB CF = 10

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№6 (Предположение:)

~~5~~ 6.

2 а) Точки F и AD лежат на одной прямой, и т.

$$\angle CAD = 30^\circ \text{ (по уа.)}$$

$$\angle CAF = 55^\circ \text{ (по CF - диаметр)}$$

д) а. н.н. ~~BF = BD~~ BF = BD и ~~∠FBD = 50°~~, но

$$\angle BFD = 45^\circ \Rightarrow \angle AOF = \angle 55^\circ - \angle BFD = 45^\circ \Rightarrow AF = AO = x$$

$$\Rightarrow XO = x\sqrt{2} \text{ (по н. Таллога } \triangle FAO)$$

б) ~~∠ACB = ∠AFB = 45°~~ (как вытекающие отсюда) $\Rightarrow \angle COB = 55^\circ - \angle OCB = 30^\circ - 45^\circ$

$$\Rightarrow CB = BO = 6 \text{ и } CO = 6\sqrt{2} \text{ (н. Таллога } \triangle OCB)$$

2) н. Таллога $\triangle FCB$:

$$CF^2 = \cancel{FB^2} + BC^2$$

$$100 = (x\sqrt{2} + 6)^2 + 36:$$

$$\cancel{86} \quad \cancel{(x\sqrt{2} + 6)^2} \quad 64 = (x\sqrt{2} + 6)^2$$

$$\begin{cases} x\sqrt{2} + 6 = 8 \\ x\sqrt{2} + 6 = -8 \end{cases} =$$

- не подходит (x > 0)

$$\Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot FA \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2} = 7$$

Ответ: S = 7

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 \mid x-2 \mid + 4 \geq 0$$

1) $x \geq 2$ $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$

$$2x^4 + 7x^2 + 4 \geq 3x^3 + 4x$$

Но при $x \geq 2$

~~$2x^4 \geq 3x^3$~~

$$7x^2 \geq 4x$$

при любых x , в
качестве убеждения

$\Rightarrow 2x^4 + 7x^2 + 4 \geq 3x^3 + 4x$, что верно для любых $x \geq 2$
 $\Rightarrow x \in [2; +\infty)$

2) $x \leq 2$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x^2(2x^2 + 3x - 5) - 4x(x-1) \geq 0$$

$$2x^2(x-1)\left(x+\frac{5}{2}\right) - 4x(x-1) \geq 0$$

$$(x-1)\left(2x^2\left(x+\frac{5}{2}\right) - 4x\right) \geq 0$$

$$(-2^4 + 5 \cdot (-2)^3 - 4 = 0 \text{ — верно})$$

$$(x-1)(2x^3 + 5x^2 - 4x) \geq 0$$

у $2x^3 + 5x^2 - 4x$ есть корень $x = -2$

$$\Rightarrow 2x^3 + 5x^2 - 4x = (x+2)(2x^2 + x - 2)$$

$$\uparrow$$

$$(x-1)(x+2)(2x^2 + x - 2) \geq 0$$

$$\uparrow$$

$$(x-1)(x+2)\left(x - \left(\frac{-1-\sqrt{17}}{4}\right)\right)\left(x - \left(\frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right)\right) \geq 0$$

Сравним

2) Ясно, что $\frac{-1-\sqrt{17}}{4} < 0 < 1$, сравним это число с -2 .

$$-2 \sqrt{\frac{-1-\sqrt{17}}{4}} \quad | \cdot 4$$

$$-8 \sqrt{-1-\sqrt{17}}$$

$$-7 \sqrt{-\sqrt{17}} \approx 5 \sqrt{-\sqrt{17}} > -7 \Rightarrow \frac{-1-\sqrt{17}}{4} > -2$$

3) Ясно, что $\frac{-1+\sqrt{17}}{4} > 0$ это > -2

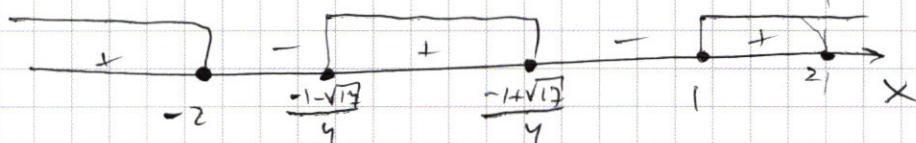
Сравним это число с 1

$$\frac{-1+\sqrt{17}}{4} \sqrt{1} \quad | \cdot 4$$

$$-1+\sqrt{17} \sqrt{4}$$

$$\sqrt{17} \sqrt{5} \approx 5 \sqrt{5} > \sqrt{17} > 1 \Rightarrow \frac{-1+\sqrt{17}}{4}$$

Тогда уже можно правильно расположить эти π π точки на числовой прямой и решить кер-во метода интервалов



~~Еще один способ, получаем ответ:~~
 ~~$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; 2)$~~

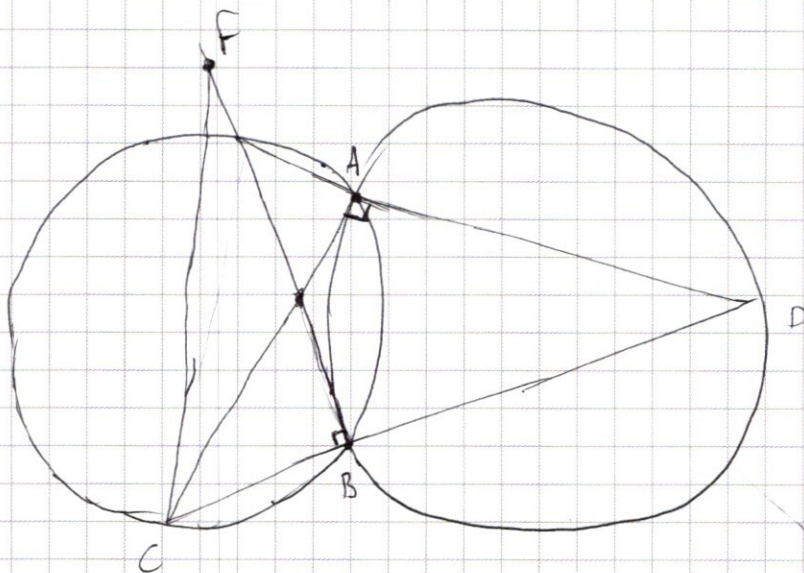
Получим $x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; 2)$

Объединяя с 1 получим итоговый ответ:

$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; +\infty)$$

Ответ.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$R = 5$$

$$CF = ?$$

b) 28 вершин $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ $4 + 4 \cdot 7 = 32 = 2^2$; $R = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$
 8. радиус: $R = 5\sqrt{7}$ $25 + 25 \cdot 7 = 25 \cdot 8 = 10\sqrt{3} = R_2$

$6\sqrt{2}$

За время t он пройдёт

202207

от

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 32 \\ x^2 + y^2 = 200 \end{cases}$$

$$b_2 + \dots + b_{2000} = b_1 + \dots + b_{2000} = \frac{p}{b} (b^2 + \dots + b^{2000}) =$$

$$\frac{p-1}{p^3-1} = \frac{48p^2}{48p^2} = \frac{p-1}{p^3-1}$$

$$8 \cdot \frac{p-1}{p^3-1} = 48 \cdot \frac{p-1}{p^3-1} = \frac{48(p-1)}{p^3-1}$$

$$85 = 48 \cdot \frac{p-1}{p^3-1}$$

$$8p^2 + 8p + 1 = 48p^2$$

$$\frac{1-p}{p^2-1} = \frac{p-1}{p^2-1}$$

$$p^2(1+p+\dots+p^{2000}) = \frac{p^2(p^{2001}-1)}{p-1}$$

$$\frac{p^3-1}{p^3-1}$$

$$105 = 48 \cdot \frac{p-1}{p^3-1} + 5 + 48 \cdot \frac{p-1}{p^3-1}$$

$$b_3 + \dots + b_{2000} = \frac{p}{b} (b^3 + \dots + b^{2000}) = \frac{p}{b} (b^3(p^{2000}-1)) = \frac{p^3(p^{2000}-1)}{p-1}$$

$$5 = b_1 + b_2 + \dots + b_{2000} = \frac{p-1}{p^3-1}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3-4x+80} = (x+6)(x+4)$$

$$\sqrt{x^3-4x+80} = \sqrt{2}(x+4)$$

$$x^3-4x+80 = 2(x+4)^2 = 2x^2+16x+32$$

$$x^3-2x^2-20x+48=0$$

$$x=2 \quad 8-8-40+48$$

$$x=4 \quad 64-32-80+48$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ -48 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\frac{-2-\sqrt{52}}{2} \quad V < -4$$

$$-2-\sqrt{52} \quad V < -8$$

$$-\sqrt{52} \quad V < -6$$

$$a = \frac{1-2^p}{1-2^{p-1}} \cdot dq + 5$$

$$\frac{1-2^p}{1-2^{p-1}} \cdot dq =$$

$$\frac{1-p}{5} = \frac{1-p^3}{48p^2} = \left(\frac{1}{48p^2} + \frac{1}{24p} + \frac{1}{48} \right) dp = \frac{1}{48} dp + \frac{1}{24} dp + \frac{1}{48} dp$$

$$\frac{1-p}{5} \cdot 5 = 5 \cdot 5 = 25 = \frac{1-p}{48} \cdot 48 + \frac{1-p}{24} \cdot 48 + \frac{1-p}{48} \cdot 48$$

$$\frac{1-p}{5} = \frac{1-p^3}{48p^2} = \frac{1-p}{48p^2} + \frac{1-p}{24p} + \frac{1-p}{48}$$

$$\frac{1-p}{5} = \frac{1-p^3}{48p^2} = \frac{1-p}{48p^2} + \frac{1-p}{24p} + \frac{1-p}{48}$$

$$= 25 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5$$

$$\frac{1-p}{5} = \frac{1-p^3}{48p^2} = \frac{1-p}{48p^2} + \frac{1-p}{24p} + \frac{1-p}{48}$$

$$48p^2 = 8p^2 + 24p + 48$$

$$\frac{1-p}{5} = \frac{1-p^3}{48p^2} = \frac{1-p}{48p^2} + \frac{1-p}{24p} + \frac{1-p}{48}$$

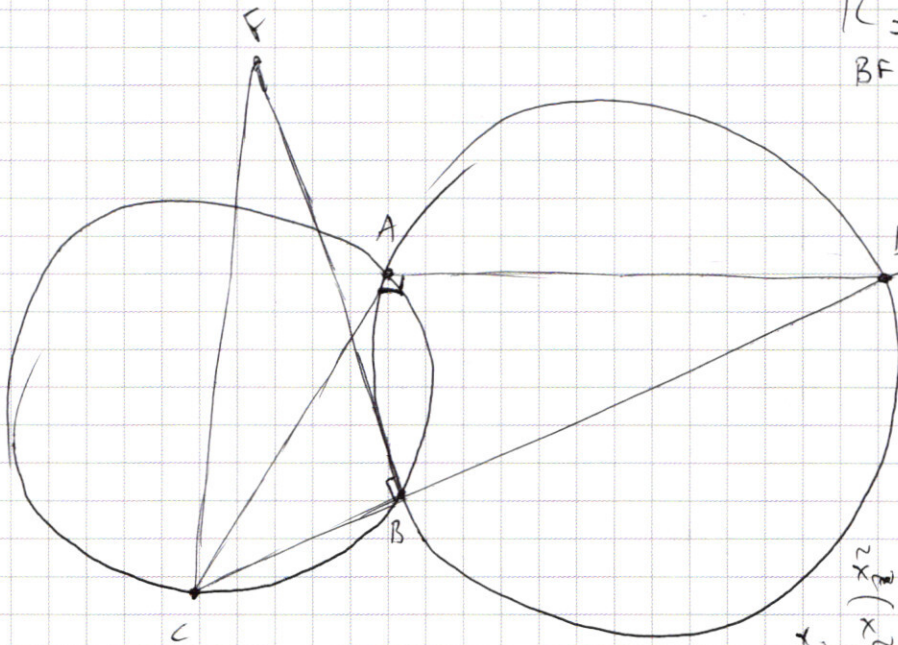
$$= \frac{1-p}{48p^2} + \frac{1-p}{24p} + \frac{1-p}{48}$$

$$\frac{1-p}{5} = \frac{1-p^3}{48p^2} = \frac{1-p}{48p^2} + \frac{1-p}{24p} + \frac{1-p}{48}$$

$$p^2 = 2$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 \mid x-2 \mid + 4 \geq 0$$

$$1) x \geq 2 \quad \begin{array}{l} \underline{2x^4} + \underline{x^2} - 4x - \underline{3x^3} + \underline{6x^2} + 4 \geq 0 \\ \hline \cancel{2x^4} - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0 \end{array}$$



CF-2

$$R = 5$$

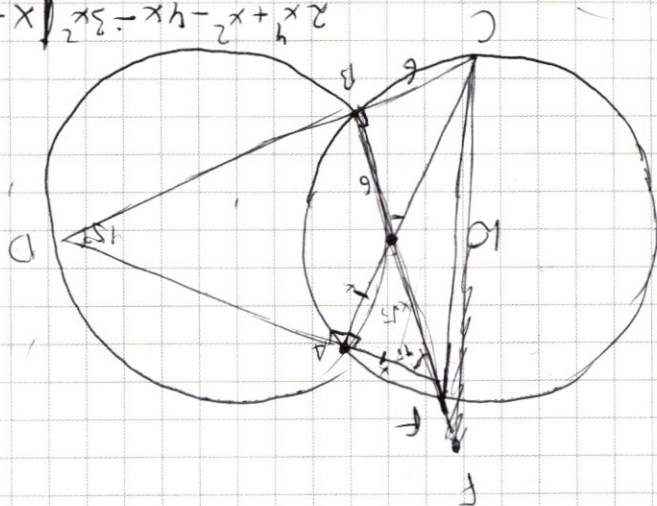
$$BF = BD.$$

$\angle CAD = 32^\circ$

$$\begin{aligned} 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 &| x-2 | + y \geq 0 \\ 2x^2 - 4x + x^2 - 4x - 3x^2 &+ 6x^2 + y \geq 0 \\ 2x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 4x + y &\geq 0 \\ 2x^4 - 3x^3 + 6x^2 + x^2 - 4x + y & \end{aligned}$$

$$CF^2 = CB^2 + BF^2 = CB^2 + BD^2$$

$$\frac{x^2(x^2-3x+2)}{x^2(2x^2-3x+6)}$$



$$\begin{array}{rcl} 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 & | & x - 2 \\ \hline 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 & + & 4x - 8 \\ \hline 0 & & 0 \end{array}$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$2 = 5$$

$$|y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12$$

$$2((x-8)^2 + (y-6)^2) = a$$

haben für $a = 12$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$b_1 = b$$

$$b_2 = bp$$

$$\vdots$$

$$b_{3000} = b \cdot p^{2999}$$

$$\frac{1000}{p^3 p^3}$$

$$b(1 + \dots + \frac{2999}{p}) = \frac{b(p^{3000} - 1)}{p - 1} = S$$

$$b_3 + b_6 + \dots + b_{3000} = \frac{bp^3 + bp^6 + \dots + bp^{3000}}{p} =$$

$$= \frac{b(p^3 + \dots + p^{3000})}{p} = \frac{bp^3}{p} \cdot \frac{1 + a + a^2 + \dots + a^{999}}{1 - a} = \frac{bp^2}{p - 1}$$

$$p^3 + p^2 \cdot p + p^2 \cdot p^2 + \dots + p^2 \cdot p^{299} = p^3 (1 + p + \dots + p^{299}) = p^3 \cdot \frac{p^{300} - 1}{p - 1}$$

$$b_1 + b_2 + \dots + b_{3000} = b_1 + b_2 + b_4 + b_5 + \dots + b_{2388} + b_{2389} + 5078 = 8 + 48 \cdot \frac{p^3(p^{3000}-1)}{p^3-1} = 10595$$

028
028
00
028
12

$$\begin{array}{r} 0.891 \\ \underline{8} \\ 18 \end{array}$$

2520
3. x
0.8

$$\begin{array}{r} 0722 \\ \hline 028 + \\ 0891 \end{array}$$

8.21.10

$$0.7 = \frac{2}{5.4}$$

$$12 = \frac{2}{2.6}$$

$$5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7 = 01 \cdot 10 \cdot 7 = 007$$

0.7-0.8

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \left(\sqrt{x^3 - 4x + 80}\right) = x^2 + 10x + 24.$$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4) \quad \begin{matrix} -2 \\ -4 \end{matrix}$$

1) $x = -6$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+4)$$



$$x^3 - 4x + 80 = \sqrt{2}^2 (x+4)^2$$

$x+4 \geq 0$

$$-64 - 32 + 40 = 48$$

$$-6^3 + 24 + 80$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 6 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\cancel{x^3 - 4x} \quad (-4)^3 + 160 + 80$$

$$x = 4$$

$$64 - 16 + 80 = 144 - 16 = 138.$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$8^3 - 2 \cdot 8^2 - 20 \cdot 8 - 48 = 8(8^2 - 2 \cdot 8 - 20 - 6)$$

$$\cancel{6^2 - 12 - 20} = 8$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 > 0$$

$$-2$$

$$\cancel{-8 - 8 + 48}$$

$$\cancel{8^3 - 2 \cdot 8^2 - 20 \cdot 8 + 48}$$

$$-4$$

$$-64 + 32 +$$

$$-6$$

$$-6^3 - 2 \cdot 6^2 + 20 \cdot 6 + 48 = 6(-36 - 12 + 20 + 48)$$

$$-8$$

$$-8^3 - 2 \cdot 8^2 + 20 \cdot 8 + 48 = 8(-8^2 - 16 + 20 + 48)$$

$$-12$$

$$-12^3 - 2 \cdot 12^2 + 20 \cdot 12 + 48 = 12(-12^2 - 24 + 20 + 48)$$

$$6$$

$$6^3 - 2 \cdot 6^2 - 20 \cdot 6 + 48 = 6(36 - 12 - 20 + 48)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$b_1 \dots b_{3000} \quad b_3 + b_6 + \dots + b_{3000} = b p^2 + b p^5 + \dots + b p^{2997} = 157$$

$$= b p^2 (1 + p^3 + \dots + p^{2997}) = b p^2 \cdot \frac{p^{3000} - 1}{p^3 - 1} \quad \frac{p^3 - 1}{p^2} = (p - 1)(p^2 + p + 1)$$

$$Q = p^3 \quad 1 + Q + \dots + Q^{999} = \frac{Q^{1000} - 1}{Q - 1}$$

$$105 = 5 + 48 b p^2 \frac{p^{3000} - 1}{p^3 - 1}; \quad 85 = 48 b p^2 \frac{p^{3000} - 1}{p^3 - 1} = 9.$$

$$b_2 + \dots + b_{3000} = b p + b p^3 + \dots + b p^{2998} = b p (1 + p^2 + \dots + p^{2998})$$

$$Q = p^2 \quad 1 + Q + \dots + Q^{1499} = \frac{Q^{1500} - 1}{Q - 1} = \frac{p^{3000} - 1}{p^2 - 1} \quad b(p^{3000} - 1) = \frac{85(p^3 - 1)}{48 p^2}$$

$$a = 5 + \frac{p^{3000} - 1}{p^2 - 1} = \frac{b p^{3000} - 1}{p - 1} + b p \frac{p^{3000} - 1}{p^2 - 1} = \frac{-1 - \sqrt{17} \sqrt{4}}{-1 + \sqrt{17} \sqrt{4}}$$

$$= \frac{b p^{3000} - 1}{p - 1} + \frac{b p^{3000} - 1}{p + 1} = \frac{b(p^{3000} - 1)(p + 1) + b(p^{3000} - 1)(p - 1)}{(p - 1)(p + 1)}$$

$$a = 5 + b p \cdot \frac{p^{3000} - 1}{p^2 - 1} = b \frac{p^{3000} - 1}{p - 1} + b p \cdot \frac{p^{3000} - 1}{p^2 - 1} = \frac{-1 + \sqrt{17} \sqrt{4}}{-1 + \sqrt{17} \sqrt{4}}$$

$$= b(p^{3000} - 1) \left(\frac{1}{p - 1} + \frac{p}{p + 1} \right) = b(p^{3000} - 1) \cdot \frac{2p + 1}{p + 1}$$

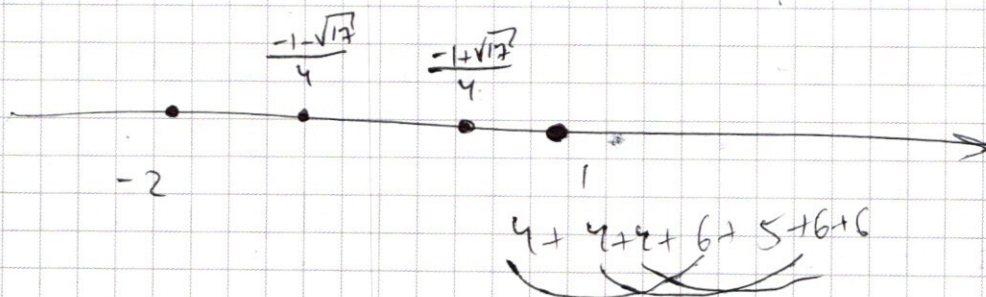
$$\begin{cases} b p \cdot \frac{p^{3000} - 1}{p^2 - 1} = x \\ 48 b p^2 \frac{p^{3000} - 1}{p^2 - 1} = 85 = 8 \cdot b \frac{p^{3000} - 1}{p - 1} \end{cases}$$

$$\frac{-1 - \sqrt{17}}{4} \sqrt{4} = 2$$

$$\frac{48 p^2}{p^3 - 1} = \frac{8}{p - 1} = \frac{48 p^2}{(p - 1)(p^2 + p + 1)}$$

$$8 p^2 + 8 p + 8 = 48 p^2$$

$$40 p^2 - 8 p - 8 = 0$$



$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 | x - 2 |$$

$$(1-x) \cdot x \cdot 2x$$

$$1) x \geq 2 \quad 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 (x-2) + 4 = 0$$

$$2x^4 - 3x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 7x^2 + 4 \geq 3x^3 + 4x$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$\frac{4}{x^2 + 1}$$

$$2x^2 + x - 2 \geq 0$$

$$2x^3 + 4x^2 + x - 4$$

$$x^2 + \frac{2}{x} - 1$$

$$(2x^2 + x - 2)(x + 2) = 2x^3 + 4x^2 + x - 4$$

$$-16 +$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$= 4(2 \cdot 64 - 48 + 28 - 4 + 1) = 4(2 \cdot 4 - 4 + 4 - 4 + 1) = 4(1) = 4$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$= 2^2(8 + 6 + 4 + 2 + 1) = 2^2(21) = 84$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 4x$$

$$x^2 + 2x$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 5x^2 + 0x - 4 \\ \overline{2x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 4x - 2} \\ \hline 2x^3 + 5x^2 + 0x - 4 \end{array}$$

$$(x-1)(2x^3 + 5x^2 - 4) \geq 0$$

$$2x^2(x-1)(x+\frac{2}{5}) - 4(x-1) \geq 0$$

$$2x^2(x-1)(x+\frac{2}{5}) - 4(x-1) \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 | x - 2 | + 4 \geq 0$$

$$-16 + 20 - 4$$

$$y - 6 - x =$$

$$y \geq x - 6$$

$$y - 6 + x \geq 0$$

$$y \geq x + 6$$

$$y - 6 - x \geq 0$$

$$\sqrt{(|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2} = a$$

$$\sqrt{(|y - 6 - x| + |y - 6 + x|)^2} = 12$$

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$x = 2$$