

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

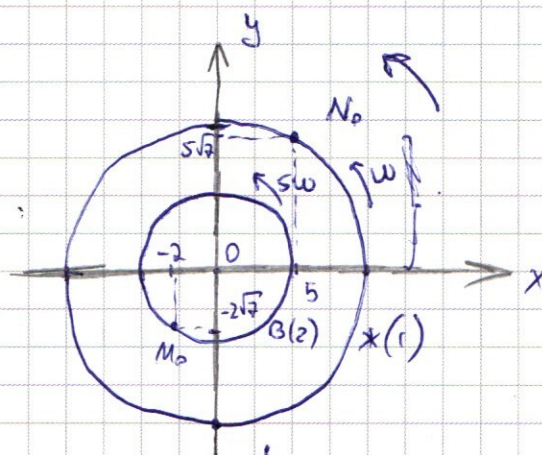
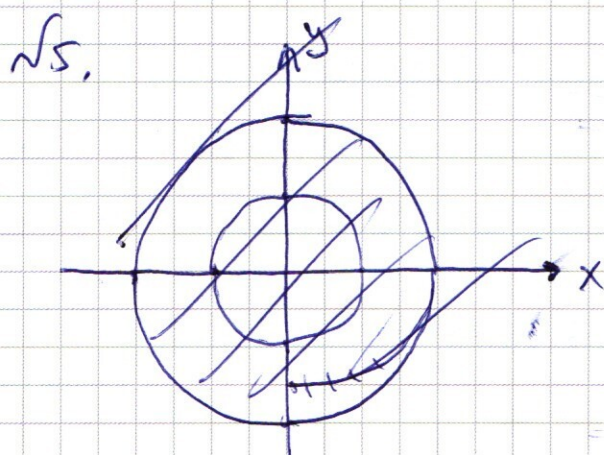
$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

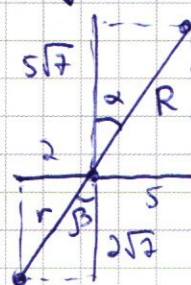
$$x = -1 + \sqrt{13} \Rightarrow -(1 - \sqrt{13})^3 + 4(1 - \sqrt{13}) + 80 = -(1 - 3\sqrt{13} + 3 \cdot 13 - 13\sqrt{13}) + 4 - 4\sqrt{13} + 80 = -40 + 16\sqrt{13} + 84 - 4\sqrt{13} = 44 + 12\sqrt{13} > 0$$

-погр. $\Rightarrow$ Ответ: $x = 4; -1 - \sqrt{13}; -1 + \sqrt{13}$.



по $\sin \alpha$ и $\sin \beta$. $r = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{7})^2} = \sqrt{4 + 4 \cdot 7} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$$R = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{7})^2} = 5\sqrt{1+7} = 10\sqrt{2}$$



$$\tan \alpha = \frac{5}{5\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{2}{2\sqrt{7}} = \tan \beta,$$

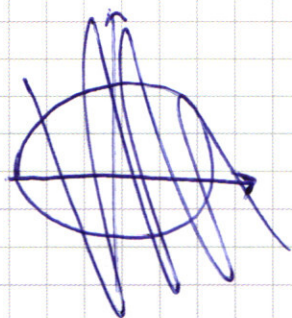
$$\Rightarrow \alpha = \beta$$

Указательно находите в
диаметрально противоположные точки.

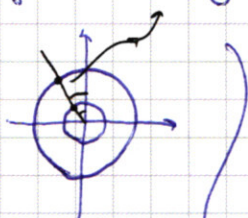
$$v_2 = v_B = 2v_* = 2v_1. \quad v = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R}$$

$$\Rightarrow \text{так: } \omega_1 = \frac{v_1}{R} = \frac{v_1}{10\sqrt{2}}; \omega_2 = \frac{2v_1}{r} = \frac{2v_1}{4\sqrt{2}} = \frac{v_1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2\sqrt{2}}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{5} \Rightarrow \underline{5\omega_1 = \omega_2 = 5\omega}$$



Кратчайшее расстояние - достигнута
к окружности - когда составят
одну линию к Oy :



Одину движение:

Лук: $\varphi_1 = -\alpha + \omega t$

Водометра: $\varphi_2 = 180^\circ - \alpha + 5\omega t$

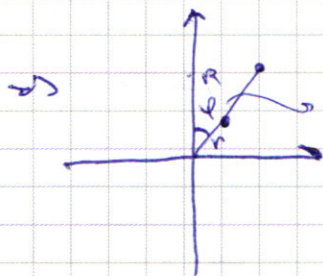
угол равен
в момент достижения
кратчайшего расстояния

$$\Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow -\alpha + \omega t = 180^\circ - \alpha + 5\omega t \Rightarrow 4\omega t + \pi = 0$$

$\langle 180^\circ = \pi \rangle$

$$\Rightarrow \omega t = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi_1 = -\alpha - \frac{\pi}{4} = \varphi_2$$

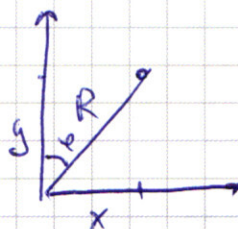
$$\alpha = \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 = -\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) - \frac{\pi}{4}$$



$$\varphi = \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) + \frac{\pi}{4}$$

минус - в другую
сторону

коорд. пункта:



$$y = R \cos \varphi = 10\sqrt{2} \cos\left(\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) + \frac{\pi}{4}\right);$$

$$x = R \sin \varphi = 10\sqrt{2} \sin\left(\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) + \frac{\pi}{4}\right).$$

- первая встреча. Условие скорости совпадения

$$\omega_{\text{встр}} = 5\omega - \omega = 4\omega; \quad \omega t = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow 4\omega t = -\pi$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) 8 мест, 4 вар.; $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1^5 = 48$

$\Rightarrow$ всего $144 + 48 = 192$. Ответ: 192.

✓ 4.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 | x-2 | + 4 \geq 0$$

a) $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow \oplus$ - раскрываем модуль

$$\Rightarrow 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

✓ 3.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\rightarrow D = 100 - 24 \cdot 4 = 2^2 \Rightarrow x = -6; -4$$

$$\Rightarrow = (x+6)(x+4)$$

$\hookrightarrow$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(x+6)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)$$

$$\Rightarrow (x+6)\left(\sqrt{\frac{1}{2}x^3 - 2x + 40} - (x+4)\right) = 0$$

$x+6=0 \Rightarrow x=-6$ (потом проверить, входит ли в область определения ур-я)

$\sqrt{\frac{1}{2}x^3 - 2x + 40} = x+4$ - корень не может быть равен отриц.

значу $\Rightarrow x+4 \geq 0 \Rightarrow$ можем возвести в квадрат.

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x^3 - 2x + 40 = x^2 + 8x + 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$\Rightarrow x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0. \quad x=4 \Rightarrow 64 - 32 - 80 + 48 = 0$$

$0 = 0$ — корень.

$$\Rightarrow \text{Схема Горнера: } \begin{array}{c|ccc} 1 & -2 & -20 & 48 \\ 4 & 1 & 2 & -12 & 0 \end{array} \Rightarrow +$$

$\Rightarrow x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = (x-4)(x^2 + 2x - 12)$; можно убедиться, раскрыв скобки.

$$\Rightarrow (x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4; \\ x^2 + 2x - 12 = 0 \end{cases}$$

$$D = 4 + 48 = 52 = (2\sqrt{13})^2$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = -1 \pm \sqrt{13}.$$

Проверка допустимости корней, подставив их в подкоренное выражение $x^3 - 4x + 80$

$$x = -6 \Rightarrow -216 + 24 + 80 < 0 \quad \text{— не корень.}$$

$$x = 4 \Rightarrow 64 - 16 + 80 > 0 \quad \text{— корень.}$$

$$x = -1 - \sqrt{13} \quad -(1 + \sqrt{13})^3 + 4(1 + \sqrt{13}) + 80 = -(1 + 3\sqrt{13} + 3 \cdot 13 + 13\sqrt{13}) + 4\sqrt{13} + 84 = -47 - 40 - 16\sqrt{13} + 4\sqrt{13} + 84 = 44 - 12\sqrt{13}.$$

$$3 = \sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16} = 4 \Rightarrow 36 < 12\sqrt{13} < 48 \Rightarrow 44 - 48 < 44 - 12\sqrt{13} < 36$$

$$\Rightarrow 44 > 0 \quad \text{— корень.}$$

$$44 - 12\sqrt{13} > 0.$$

$$44 > 12\sqrt{13}$$

$$11 > 3\sqrt{13}.$$

$$121 > 9 \cdot 13 = 117$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow S_n'' = \frac{b_1 q^n (q^n - 1)}{q^n - 1} = \frac{b_1 q (q^{2n} - 1)}{q^2 - 1}; \text{ кол-во членов } \frac{3000}{2} = 1500 \text{ (каждый чл)}$$

$$\Rightarrow S_{3000}'' = \frac{b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} \Rightarrow S + S_{3000}'' = \alpha S \Rightarrow S_{3000}'' = S(\alpha - 1)$$

$$\begin{cases} S = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} \\ S_{3000}'' = \frac{q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} \end{cases} \Rightarrow \frac{S_{3000}''}{S} = \frac{q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} \cdot \frac{q - 1}{q^{3000} - 1}$$

$$\Rightarrow \alpha - 1 = \frac{\frac{q}{(q-1)(q+1)}}{\frac{1}{q-1}} = \frac{q(q-1)}{(q+1)(q-1)} = \frac{q}{q+1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{2q+1}{q+1}, \text{ т.к. } \frac{q}{4q} = \frac{q^2}{q^2+q+1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9q^2 + 9q + 9 = 49q^2 \Rightarrow 40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 40 \cdot 9 = 9(9 + 160) = 9 \cdot 169 = (3 \cdot 13)^2$$

$$\Rightarrow q = \frac{9 \pm 39}{80} = \left[\frac{48}{80} = \frac{3}{5} \right. \\ \left. - \frac{3}{8} \right]$$

Все члены положительны; $b_n = b_1 q^{n-1}$ — если

$q < 0$, то у-за чередования четности степени будет не у-за
чередования знак $b_n \Rightarrow$ не только $+$ $\Rightarrow q = -\frac{3}{8}$ ~~не у-за~~

$$\Rightarrow q = \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{2q+1}{q+1} = \frac{\frac{6}{5}+1}{\frac{3}{5}+1} = \frac{\frac{11}{5}}{\frac{8}{5}} = \frac{11}{8}$$

⇒ ~~пло~~ сумма S увеличится в $\alpha = \frac{11}{8}$ раз.

— Ответ: увеличилось в $\frac{4}{3}$ р.

51.

$700 = 7 \cdot 10^2 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2$; $\begin{matrix} \rightarrow \text{Sugar yucc} \\ 7 \cdot 2 > 9 \\ \text{He yuccle} \end{matrix}$ $2^2 < 10$ а

$\downarrow$

используем алгоритм

$5 \cdot 2 > 9$

$7 \cdot 5 > 10$

$5^2 > 10$

$\downarrow$

- 2 бапыла

Рассеяно 2 группы
мен.

Числа, произвед. $x \cdot x = 700$, должны иметь в своём наборе цифр множители 700, при этом остальные цифры не должны влиять на произведение — они равны 1.

1) числа с цифрами 7; 2; 2; 5; 5; 1; 1; 1

2) 7; 4; 5; 5; 1; 1; 1; 1

$$4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 144$$

1) 8 мест; 4, ^а ~~вариант~~ ^{и черны} 2, 1, 2, 1, но есть

повтор — при перестановке цифр 2 возникает в 2 р. больше вариантов (т.к. 2 цифры), цифра 5 — тоже в 2 р. больше; цифра 1 — в 6 р. больше, т.к.

Для переключения 3-х адресов требуется единицу существует 6 вариантов их расположения (в 3-х ячейках).

$$\Rightarrow \frac{144 \times 4}{2 \cdot 2 \cdot 6} = \frac{12^2}{12 \cdot 2} = 8$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$b_i > 0 \text{ при } i \in [1; 3000]; i \in \mathbb{Z}$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \Rightarrow S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = b_1 + b_2 + \dots + b_{3000}; q \neq 1$$

$$b_1 + b_2 + 50b_3 + b_4 + b_5 + 50b_6 + \dots + b_{2999} + 50b_{3000} = 10S;$$

↳ можно разложить.

$$b_1 + b_2 + b_3 - b_3 + \dots + b_{3000} - b_{3000} + 50(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000}) = \textcircled{0}$$

↳ у нас прогрессия за все время всех членов, :3
и + 50 членов, :3.

$$\Rightarrow \textcircled{0} \underbrace{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{3000}}_S + 49(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000})$$

$$\Rightarrow 49(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000}) = 10S - S = 9S \quad \textcircled{(1)}$$

$$b_3 = b_1 q^2; b_6 = b_1 q^5 = b_3 q^3; b_9 = b_1 q^8 = b_3 q^6$$

↳ тоже ариф. прогр.

$$b'_1 = b_3; b'_{n+1} = b_{3n+3} = b_3 q^{3n} = b'_1 q^{3n} = b'_1 q^{3n}$$

$$q' = \frac{b'_n}{b'_{n-1}} = \frac{b_0}{b_3} = q^3; \quad b'_1 = b_3 = b_1 q^2; \quad b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$\Rightarrow \underline{b_{3n} = b_3 q^{3n-3}} \quad - \text{ф-ла новой геом. прогр.}$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \Rightarrow S'_{3000} = \frac{b_3 \left(q^{\frac{3000}{3} \cdot 3} - 1 \right)}{q^3 - 1} = \frac{b_1 \cdot q^2 (q^{1000} - 1)}{q^3 - 1}$$

каждый 3-й ч. всего членов $\frac{3000}{3} = 1000$

$$b_3 + b_6 + \dots + b_{3000}$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow 49 S'_{3000} = 9 S$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{9}{49} S = \frac{b_1 q^2 (q^{1000} - 1)}{q^3 - 1} \\ S = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} \end{cases} \quad \downarrow \textcircled{2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{49} = \frac{\frac{q^2 (q^{1000} - 1)}{q^3 - 1}}{\frac{(q^{3000} - 1)}{q - 1}} \Rightarrow \frac{9}{49} = \frac{(q^{1000} - q^2)(q - 1)q^2}{(q^{3000} - 1)(q^3 - 1)}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{49} = \frac{q^2 (q^{1000} - q^2)}{(q^{3000} - 1)(q^3 - 1)} \Rightarrow \frac{9}{49} = \frac{q^2}{q^2 + q + 1} \quad \textcircled{2}$$

$$b_1 + 2b_2 + b_3 + 2b_4 + \dots + b_{2999} + 2b_{3000} = 2S$$

$$\Rightarrow S + \underbrace{b_2 + b_4 + \dots + b_{3000}}_{S'_{3000}} = 2S$$

$$b'_1 = b_2 = b_1 q; \quad q' = \frac{b_4}{b_2} = \frac{b_1 q^3}{b_1 q} = q^2; \quad \Rightarrow \underline{b_{2n} = b_2 q^{n-1}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

с увеличением Γa окружности расширяются.

(Γ , остальные - сингл.)
Когда окружность пересекет вершину квадрата,

$\Gamma a = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$ на Γh $\Gamma_{\text{пер}}$; затем продолжат
увеличиваться. ~~Важно отметить~~ окруж.

Рассмотрю промежуточный момент, когда имеется 2 Π .
Окружность пересекает τ - $(0; 12)$. $\Rightarrow (0; 0)$ - сингл.
 $\hookrightarrow$ в этой τ пересекаются 2 окр, в $(0; 0)$ - точка $\Rightarrow$ всего 2 Π
 $\Rightarrow$ радиус по Γh $\Gamma_{\text{пер}}$ $\Gamma a = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.

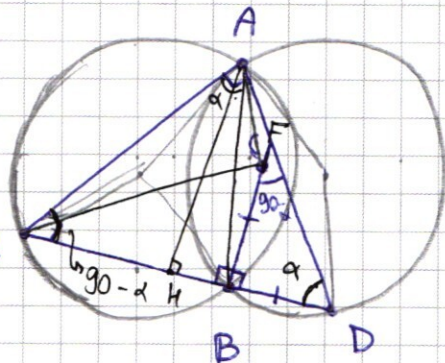
Далее при увеличении радиуса окружности не будут
пересекать квадрат: $\Gamma a > 10 \Rightarrow 0 \Pi$.

$$\Rightarrow 2 \Pi: \sqrt{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 10 \end{bmatrix} \Rightarrow a = \begin{bmatrix} 4 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Ответ: $a = 4; 100$.

$\sqrt{6}$.

Дано: $R = 5$
 $B \in CD$, $\angle CAD = 30^\circ$
 $BF = BD$
 $CF = ?$
 $S_{\triangle ABC} = 6$, $S_{\triangle ACF} = ?$



$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$\Rightarrow CA^2 + AD^2 = CD^2$$

$\triangle ACB$ - впис.

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{a}{2 \sin \alpha} = 5;$$

$\triangle ABD$ - впис.

Пусть $AB = a$. Тогда $R = 5 = \frac{a}{2 \sin \alpha} = \frac{a}{2 \sin(30^\circ + \alpha)}$

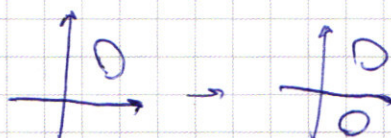
Р-м окружность с центром в т. $(8; 6)$ и радиусом $\sqrt{a}$, $a > 0$. Она имеет ур-е $(x-8)^2 + (y-6)^2 = a$.

Преобразование графика, ~~где~~ в к-м все x берутся по модулю, отображает график относительно y -оси

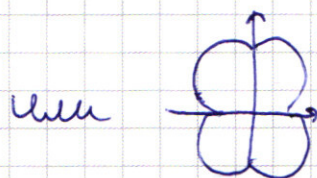
справа налево:



$y \rightarrow |y| \Rightarrow$ сверху вниз:

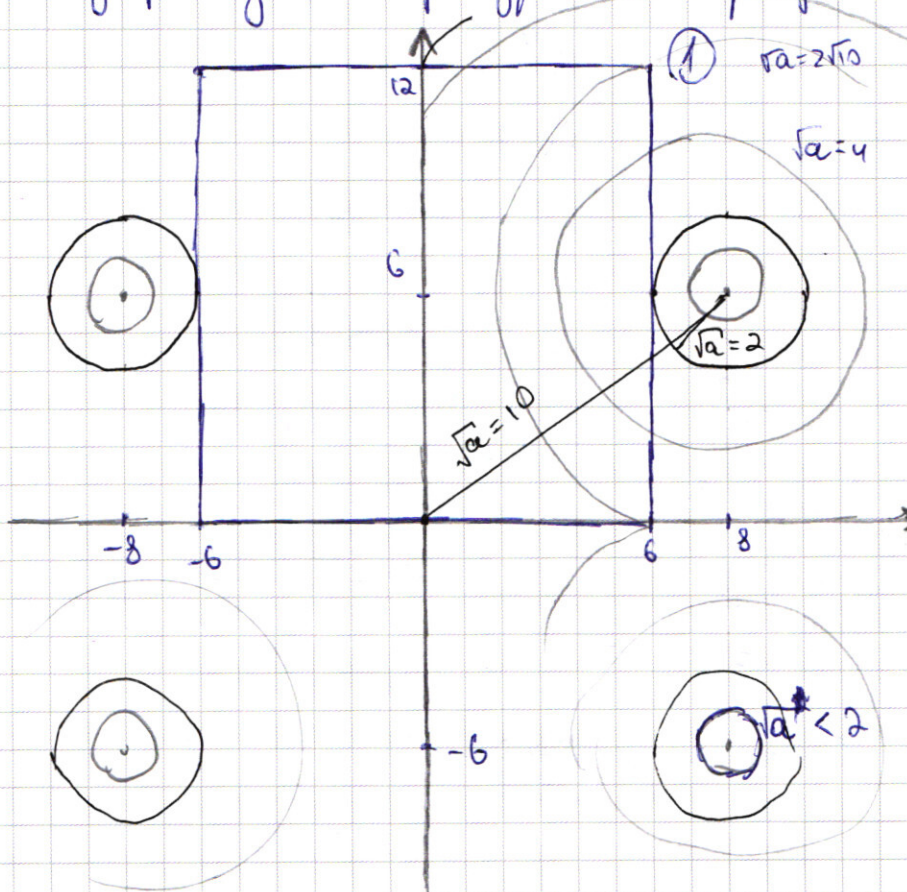


Тогда одновременно ~~и~~



или в зависимости от a .

Убравшу обе фигуры на графике.



$$\sqrt{a} < 2 \Rightarrow 0 \cap$$

2) $\sqrt{a} = 2 \Rightarrow 2 \cap$
две окружности
касаются квадрата
 $\sqrt{a} \in (2; 2\sqrt{10}) \Rightarrow 4 \cap$
 $\sqrt{a} \in$

(схематично)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⇒ подст. координаты точки в моменты времени
(кратчайшие расст.): $(x; y)$: → можно убрать $\sqrt{r}$, но в формуле, что так удобнее

$$1) \left(10\sqrt{2} \sin\left(\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi}{4}\right); 10\sqrt{2} \cos\left(\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi}{4}\right) \right)$$

$$2) \left(10\sqrt{2} \cos\left(\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi}{4}\right); -10\sqrt{2} \sin\left(\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi}{4}\right) \right)$$

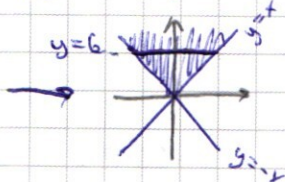
$$3) \left(-10\sqrt{2} \sin\left(\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi}{4}\right); -10\sqrt{2} \cos\left(\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi}{4}\right) \right)$$

$$4) \left(-10\sqrt{2} \cos\left(\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi}{4}\right); 10\sqrt{2} \sin\left(\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi}{4}\right) \right)$$

→ Ответ.

Зад. 1) Ресм. фигуру $|y-x| + |y+x| = 12$.

$$\begin{cases} y-x > 0 \\ y+x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > x \\ y > -x \end{cases}$$



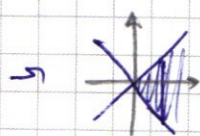
раскр. модули

$$\Rightarrow y-x+y+x=12$$

$$\Rightarrow 2y=12$$

$$y=6.$$

$$\begin{cases} y-x < 0 \\ y+x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < x \\ y > -x \end{cases}$$



$$\Rightarrow -y+x+y+x=12 \Rightarrow x=6$$

Симметрично остальные части ⇒ квадрат со стороной 12
с ц. $(0;0)$. Фигура $|y-6+x| + |y-6-x| = 12$ известна
на 6 по y (известное преобразование в елех;
можно точно так же построить).

$$\Rightarrow (|x|-6)^2 + (|y|-6)^2 = a.$$

$\psi(t) = -\pi$ — за t (время, к-е прошло от нач.

момента до встречи 1) сместился на $\frac{1}{2}$ оборота
относ. друг друга. Это значит, что полный оборот
относ. они совершают за удвоенное такое время и
встретятся $\frac{2}{3}$ $2t$. За это время нулк
составит угол с Oy .

$$\psi_1 = -\alpha + \omega \cdot 2t = -\alpha + \frac{\psi(t)}{2} = -\alpha - \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{4}$$

$$= -\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{2} \quad |\psi_1| = \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{2}$$

составит $\frac{\pi}{2}$ в ст-цу по часовой стрелке.

$$\psi_{x1} = \psi = -\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \frac{\pi}{4}; \quad \psi_{x2} = -\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \frac{3\pi}{4} - \text{за}$$

время, требуемое для совершения полного оборота
жирка относ. водометки нулк сместился на $\frac{\pi}{2}$
по часовой стрелке — Повернувшись на 90°

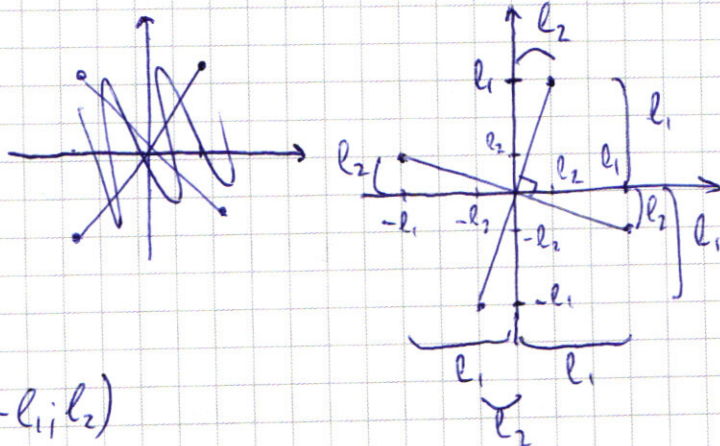
$$\psi_1 = -\alpha + \omega t + \omega \cdot 2t$$

от встречи еще

Каждый последующий оборот
составит угол 90° с пред.
(радиус, прав. к тому месту)

→ Будет иметь 4 разные координаты при

$$\psi_x = \begin{bmatrix} -\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \frac{\pi}{4} \\ -\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \frac{3\pi}{4} \\ -\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \frac{5\pi}{4} \\ -\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \frac{7\pi}{4} \end{bmatrix}$$



1-я встреча: $(x_1, y_1) = (l_1, l_2)$

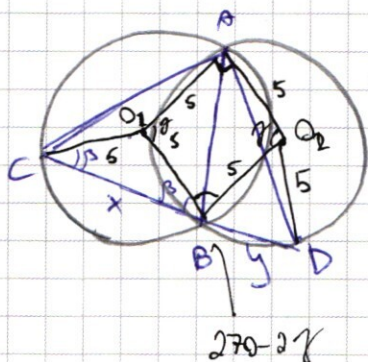
2: $(l_1 - l_2)$; 3: $(-l_2, -l_1)$; 4: $(-l_1, l_2)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⇒ 100% $2R \sin \alpha = AB$. Прав. ΔH : $HE \perp CD$; $HN \perp CD$

⇒ $HN \parallel FB$, отсюда равные углы ($\angle HAD = \angle BFD = 90 - \alpha$)

⇒ $\angle CAN = \alpha$



$R=5$
 $\angle BO_1A = \angle BO_2A$, т.к. опущены
 на равные дуги в равных окружностях.

⇒ $\angle O_1BO_2 = 2\gamma - 2\gamma$

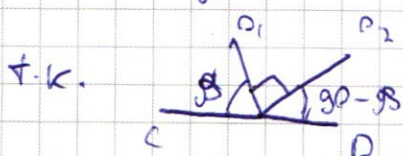
⇒ $\angle O_1AB = \angle O_1BA = \angle ABO_2 = \angle BAO_2 = 90 - \gamma/2$,

т.к. радиусы образ. Δ / Δ .

⇒ $\angle O_1BO_2 = \angle O_1BA + \angle ABO_2 \Rightarrow 2\gamma - 2\gamma = 2(90 - \gamma/2) \Rightarrow$

⇒ $2\gamma - 2\gamma = 180 - \gamma \Rightarrow \gamma = 90 \Rightarrow AB = 5\sqrt{2} - O_1AO_2B$

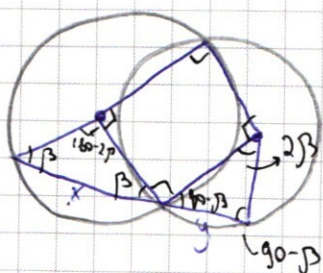
- квадрат, от $\angle CO_1B = \angle CO_1D$; $\angle O_2BD = \angle O_2DB = 90 - \beta$,



т.к.

⇒ $\angle CO_1B = 180 - 2\beta$

$\angle BO_2D = 180 - 2(90 - \beta) = 2\beta$



Пусть $CB = x$; $BD = y$

$$\begin{aligned} \text{По cos: } x^2 &= 2R^2 - 2R^2 \cos(180 - 2\beta) = \\ &= 2R^2(1 + \cos 2\beta); \\ y^2 &= 2R^2 - 2R^2 \cos 2\beta = 2R^2(1 - \cos 2\beta) \end{aligned}$$

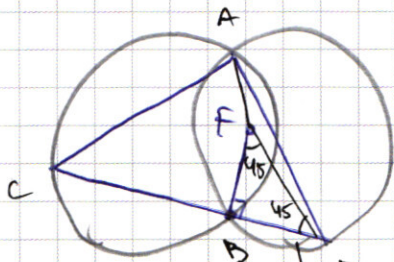
$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \sqrt{\frac{1+\cos 2\beta}{1-\cos 2\beta}} \Rightarrow x^2 + y^2 = 2R^2(1+\cos 2\beta) + 2R^2(1-\cos 2\beta) =$$

$$= 2R^2 + 2R^2 = 4R^2.$$

$$\text{п } BD = BF \Rightarrow CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4R^2} =$$

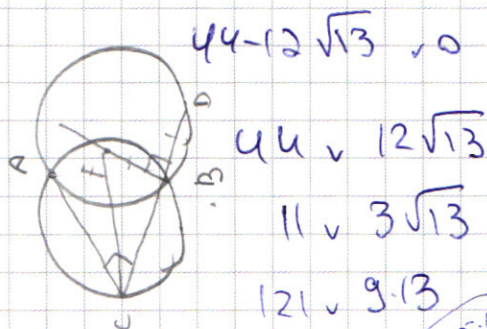
$$= \sqrt{4 \cdot 25} = \underline{10} \quad \text{— Ответ на @ : } \text{CF} = 10$$

$$CF = 10.$$

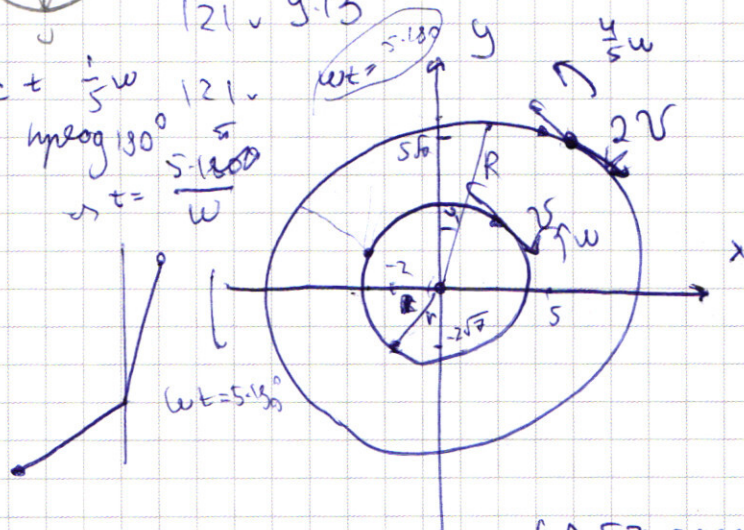


45° т.к. п/д $\rightarrow$ выписать углы
и найти $\angle FAD$, потом $\angle CAF$

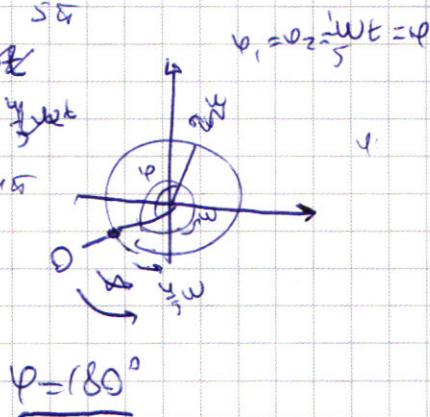
$$2\sqrt{3} = \sqrt{2} < \sqrt{13}$$



$\varphi_2 \approx \frac{1}{5}\omega$
 $\ln \rho \approx 130^\circ$
 $\Rightarrow t = \frac{5 \cdot 130^\circ}{\omega}$



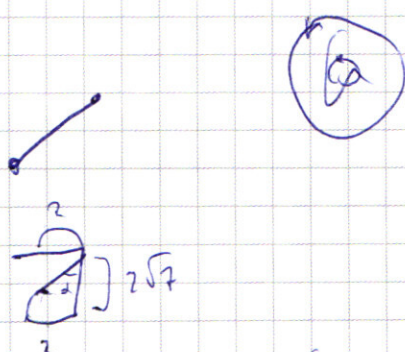
1) φ_1^+
 $\varphi_1 = 0 + \omega t$
 $\varphi_2 = \varphi + \frac{4}{5}\omega t$



$$r = \sqrt{(-2)^2 + (-2\sqrt{7})^2} = 2\sqrt{1+7} = 2\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$$

$$R = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{7})^2} = 5\sqrt{1+7} = 10\sqrt{2}$$

вращ. радиус. м/у 2м осей -
 обш. $\perp \Rightarrow$ точки, к-е ~~лежат на~~
 $\Rightarrow$ обш. радиус



$$v = \omega R \Rightarrow v = \omega_1 \cdot \frac{r}{R} = \frac{v}{4\sqrt{2}}$$

$$\omega_1 = \omega \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\frac{v}{4\sqrt{2}}}{\frac{v}{10\sqrt{2}}} = \frac{5}{4} \Rightarrow \omega_1 = \frac{5}{4}\omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{2v}{R} = \frac{2v}{10\sqrt{2}} = \frac{v}{5\sqrt{2}}$$

$$\omega = \frac{v}{4\sqrt{2}}$$

$$v = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} \Rightarrow \omega_1 = \frac{v}{4\sqrt{2}}$$