

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① Пусть $\overline{a_1 a_2 \dots a_8}$ - 8-значное число,
тогда $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_8 = 700$
 $q, a_i > 1$, т.к. произведение не равно 0
 $700 = 7 \cdot 10^2 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \Rightarrow$
 $\{a_1, a_2, \dots, a_8\} = \{7, 2, 2, 5, 5, 1, 1, 1\}$

N- число способов составить 8-значные числа
из этих цифр $\{7, 2, 2, 5, 5, 1, 1, 1\}$ (количество
анализируем)

$$N = \frac{8!}{1! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 =$$

$$= 30 \cdot 56 = 1680$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 56 \\ 3 \\ \hline 1680 \end{array}$$

Ответ: 1680.

② $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$ - члн прогрессии
 $b_i > 0$

$q > 0$

$$b_1 + b_1 q + b_1 q^2 + \dots + b_1 q^{2999} = S$$

$$b_1 (1 + q + q^2 + \dots + q^{2999}) = S$$

$$b_1 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} = S \quad (1)$$

~~$$50 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} = S$$~~

$$50b_1 q^2 (1 + q^3 + q^6 + \dots + q^{2997}) = 10S$$

8490

$$50b_1 q^2 \cdot \frac{q^{2998} - 1}{q^3 - 1} = 10S \quad (2)$$

$$50b_1 \cdot \frac{q^{3000} - q^2}{q^3 - 1} = 10S \quad (2)$$

$$\begin{array}{r} 2997 \overline{) 3} \\ - 27 \\ \hline 29 \\ - 27 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$10 = 50b_1 \cdot \frac{q^{3000} - q^2}{q^3 - 1} \cdot \frac{q-1}{b_1(q^{3000} - 1)}$$

$$\begin{array}{r} 2998 \overline{) 2} \\ - 2 \\ \hline 19 \\ - 19 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$1 - q_0 + 2q_0^2 + q_0^3$$

$$1 = 5 \cdot \frac{(q^{1500} + q)(q^{1500} - q)}{(q^{1500} + 1)(q^{1500} - 1)}$$

$$50(b_1 q^2 + b_1 q^5 + b_1 q^8 + \dots + b_1 q^{2999}) = 10S$$

$$50b_1 q^2 (1 + q^3 + q^6 + \dots + q^{2997}) = 10S$$

~~50b_1 q^2 (1 + q^3 + q^6 + \dots + q^{2997}) = 10S~~

$$\langle q_0 = q^3 \rangle$$

$$50b_1 q^2 (1 + q_0 + q_0^2 + \dots + q_0^{999}) = 10S$$

$$50b_1 q^2 \cdot \frac{q_0^{1000} - 1}{q_0 - 1} = 10S$$

$$50b_1 q^2 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} = 10S \quad (2)$$

$$10 = 50b_1 q^2 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} \cdot \frac{q-1}{b_1(q^{3000} - 1)}$$

$$1 = 5q^2 (q-1) \cdot \frac{1}{(q-1)(q^2 + q + 1)}$$

$$1 = \frac{5q^2}{q^2 + q + 1}$$

$$\Rightarrow q^2 + q + 1 = 5q^2$$

$$q > 0$$

$$4q^2 - q - 1 = 0$$

$$q = \frac{+1 \pm \sqrt{1 + 16}}{2} = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2(b, q + b, q^3 + b, q^5 + \dots + b, q^{2998}) = x S$$

$$2b, q (1 + q^2 + q^4 + \dots + q^{2998}) = x S$$

$$\langle q_0 = q^2 \rangle$$

$$2b, q (1 + q_0 + q_0^2 + \dots + q_0^{1499}) = x S$$

$$2b, q \cdot \frac{q_0^{1500} - 1}{q_0 - 1} = x S$$

$$2b, q \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1} = x S \quad (3)$$

$$\frac{1 + \sqrt{17}}{1 + \sqrt{17} + 1} =$$

$$\frac{1 + \sqrt{17}}{\frac{1 + \sqrt{17}}{2} + 1} = \frac{2(1 + \sqrt{17})}{3 + \sqrt{17}}$$

$$x = 2b, q \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1} \cdot \frac{q - 1}{(q^{3000} - 1) \cdot b}$$

$$x = \frac{2(q-1)q}{(q+1)(q-1)}$$

$$\boxed{x = \frac{2q}{q+1}} \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{17}}{1 + \sqrt{17} + 1} = \frac{(1 + \sqrt{17})(2 - \sqrt{17})}{(2 + \sqrt{17})(2 - \sqrt{17})} =$$

$$= \frac{2 - \sqrt{17} + 2\sqrt{17} - 17}{4 - 17} = \frac{2 + \sqrt{17} - 17}{-13} = \frac{17 - 2 - \sqrt{17}}{13}$$

Ответ:

$$\frac{17 - 2 - \sqrt{17}}{13}$$

$$\frac{2 + \sqrt{17}}{3 + \sqrt{17}} \text{ req}$$

$$\textcircled{3} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^2 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$x^3 - 4x + 80 \geq 0 \quad x(x+2)(x-2) \geq -80$$

$$x(x^2 - 4) \geq -80$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)(\sqrt{x^3 - 4x + 80}) = x^2 + 10x + 25 - 1$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)(\sqrt{x^3 - 4x + 80}) = (x+5)^2 - 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(x+6)(\sqrt{x^3 - 4x + 80}) = (x+5-1)(x+6)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(x+6)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)(x+6)$$

$$x_1 \neq -6 \quad (1) \text{ проверка } (-6)^3 + 24 + 80 \neq 0$$

$$(-6)^3 < -104$$

$$\frac{36}{126}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x+4$$

$$x \geq -4$$

$$\frac{1}{2}(x^3 - 4x + 80) = (x+4)^2$$

$$\frac{1}{2}x^3 - 2x + 40 = x^2 + 8x + 16$$

$$\frac{1}{2}x^3 - 10x - x^2 + 24 = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x^3 - 4x + 80 = 0$$

$$-64 + 24 + 80 = 0$$

$$2^3 \cdot 2.5$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$-27 - 18 + 60 + 48 \neq 0$$

$$27 - 18 - 60 + 48 \neq 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 & x+4 \\ -x^3 + 4x^2 & \\ \hline -6x^2 - 20x + 48 & \\ -6x^2 - 24x & \\ \hline 4x + 48 & \\ -4x - 16 & \\ \hline 32 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 4x + 80 & x+4 \\ -x^3 + 4x^2 & \\ \hline -4x^2 - 4x + 80 & \\ -4x^2 - 16x & \\ \hline 12x + 80 & \\ -12x - 48 & \\ \hline 32 & \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)$$

$x \neq -6$, т.к. $x^3 - 4x + 80 < 0 \Rightarrow$ на $(x+6)$ ~~не~~ ^{имеет} ^{смысла} ~~смысла~~

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \frac{x+4}{\geq 0} \Rightarrow x \geq -4$$

$$\frac{1}{2} (x^3 - 4x + 80) = (x+4)^2$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$x = 4 \quad (1)$$

$$x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 12 = 52 \Rightarrow \text{нет корней}$$

$$= 4 + 48 = 52 = (\sqrt{52})^2 = (\sqrt{26 \cdot 2})^2 = (\sqrt{13 \cdot 4})^2 = (2\sqrt{13})^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = \begin{cases} -1 - \sqrt{13} < -4 \text{ не подходит} \\ -1 + \sqrt{13} > -4 \end{cases}$$

Ответ: $4; -1 + \sqrt{13}$

④

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2/|x-2| + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + (x-2)^2 - 3x^2/|x-2| \geq 0$$

$$2x^4 + (|x-2|)^2 - 3x^2/|x-2| \geq 0$$

$$2x^4 + (|x-2|)^2 - 2x^2|x-2| - |x-2|x^2 \geq 0$$

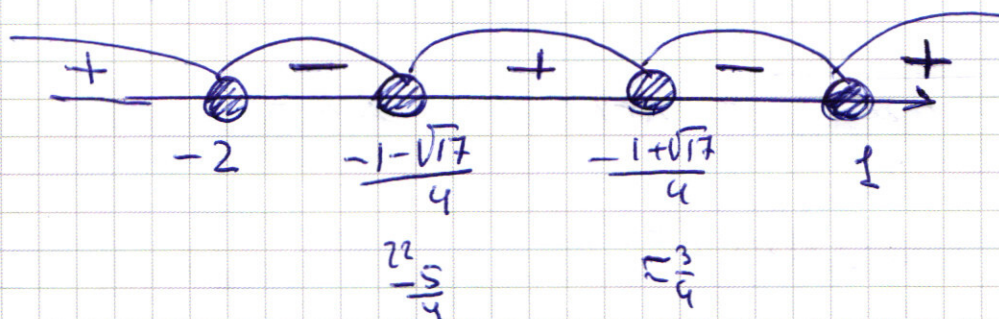
$$2x^4 + (x-2)^2 - 2x^2(x-2) - (x-2)x^2 \geq 0$$

$$2x^2(x^2 - |x-2|) - |x-2|(-|x-2| + x^2) \geq 0.$$

$$(x^2 - |x-2|) \cdot (2x^2 - |x-2|) \geq 0.$$

$$\begin{cases} x^2 - |x-2| = 0 \\ 2x^2 - |x-2| = 0 \end{cases}$$

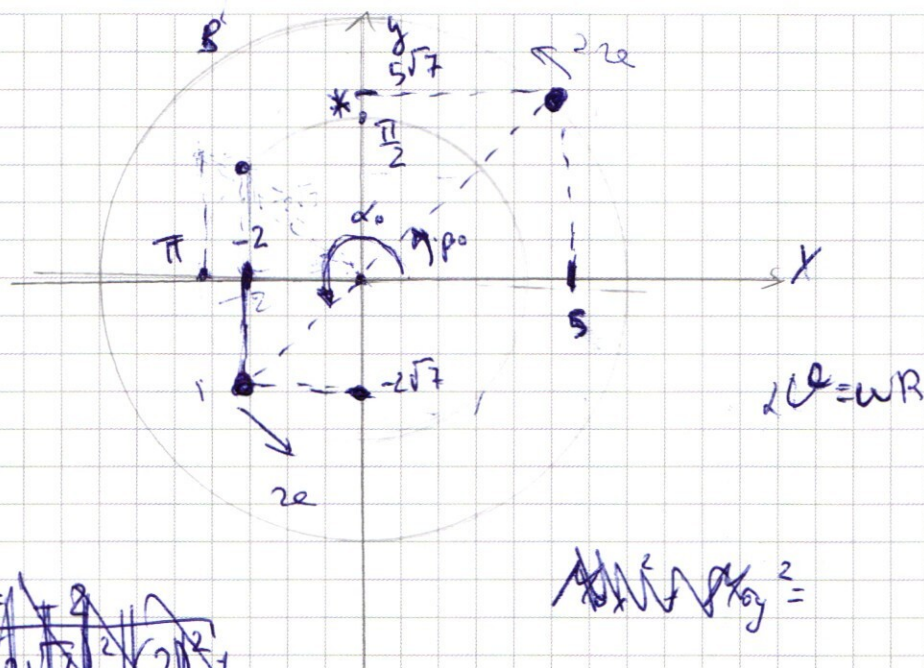
$$\begin{cases} x = -2; 1 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$



Ответ: $(-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; +\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5



~~$$M_{\text{gy}} = \sqrt{(2\sqrt{A})^2 - (2)^2}$$~~

$$x^2 + y^2 =$$

$$R_c^2 = 5^2 + (5\sqrt{7})^2 = 25 + 175 = 200 = (10\sqrt{2})^2$$

$$R_1 = 2^2 + (2\sqrt{7})^2 = 4 + 28 = 32 = (4\sqrt{2})^2$$

$$\text{mm } \sqrt{(M_x - N_x)^2 + (M_y - N_y)^2}$$

$$M_x = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 - (M_y)^2}$$

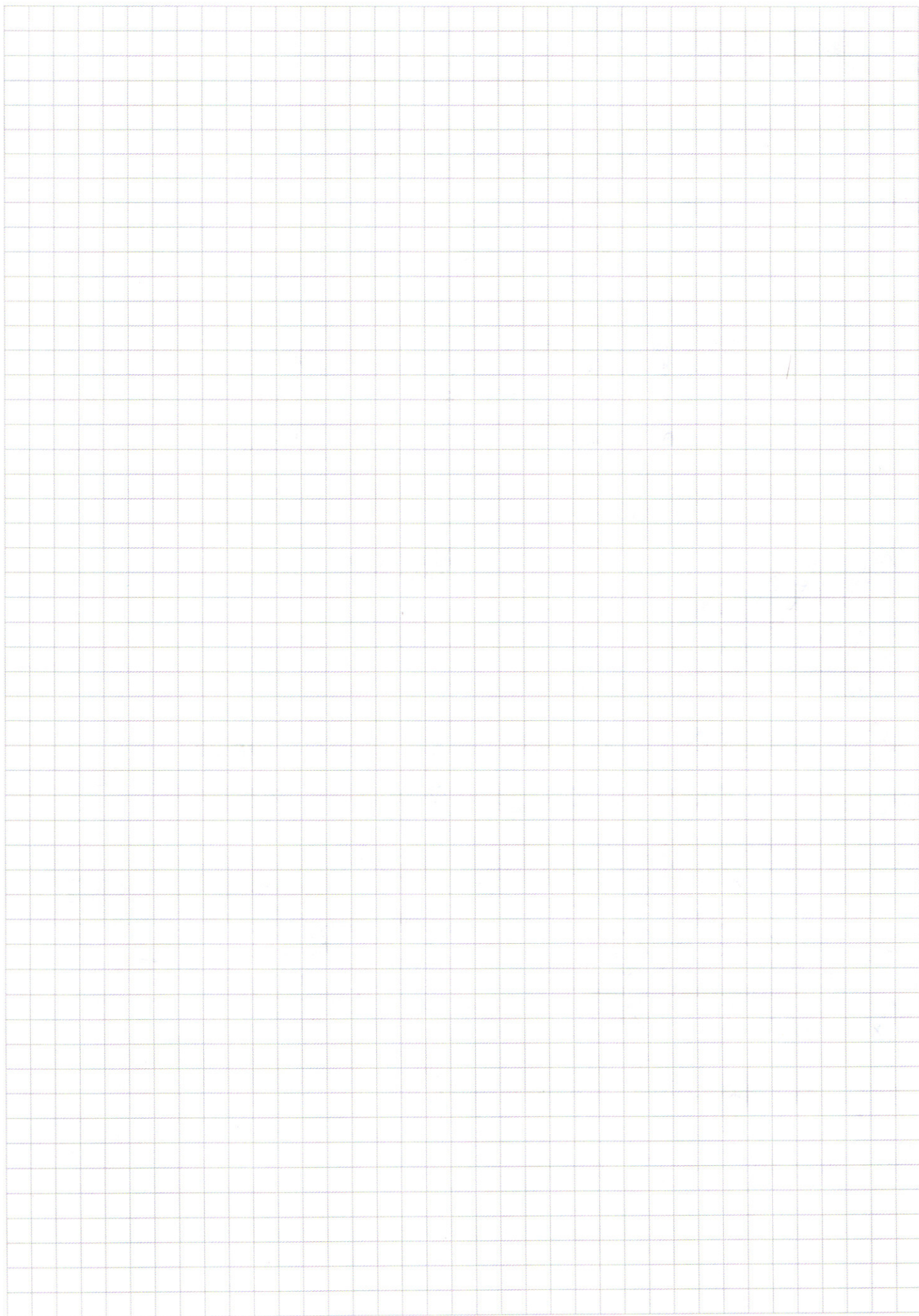
$$\omega_b = \frac{2V}{10\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{10}$$

$$N_x = \sqrt{(10\sqrt{2})^2 - (N_y)^2}$$

$$\omega_{re} = \frac{v}{4\sqrt{2}} = \frac{12v}{8}$$

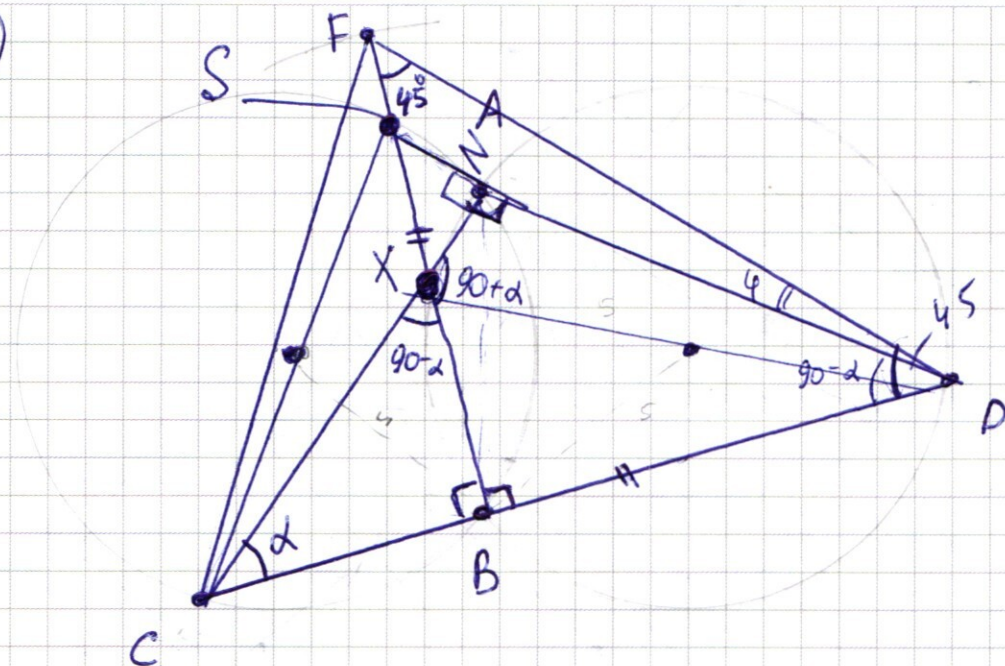
$$\beta_0 = \arctan \frac{\sqrt{7}}{5} = \arctan \sqrt{7}$$

$$\alpha_0 = \arctan \frac{-2\sqrt{7}}{-2} = \arctan \sqrt{7}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6



$BF = DB$, $\triangle FBD$ — равнобедренный, при этом
 $\Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$

пусть $\angle BCF = \alpha$, $\angle AXB = 90 + \alpha$
тогда $\angle CXB = 90 - \alpha$, $\angle BDA = 90 - \alpha$.

$\angle XBD = 90^\circ \Rightarrow$ опирается на диаметр.
 $\Rightarrow DX$ — диаметр;

$$90 - \alpha + \varphi = 45$$

$\triangle CXB \sim \triangle CAD$

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AD}{BX} = \frac{CX}{CD}$$

$$\frac{CX}{CD} = \frac{CB}{AC} = \frac{BX}{AD}$$

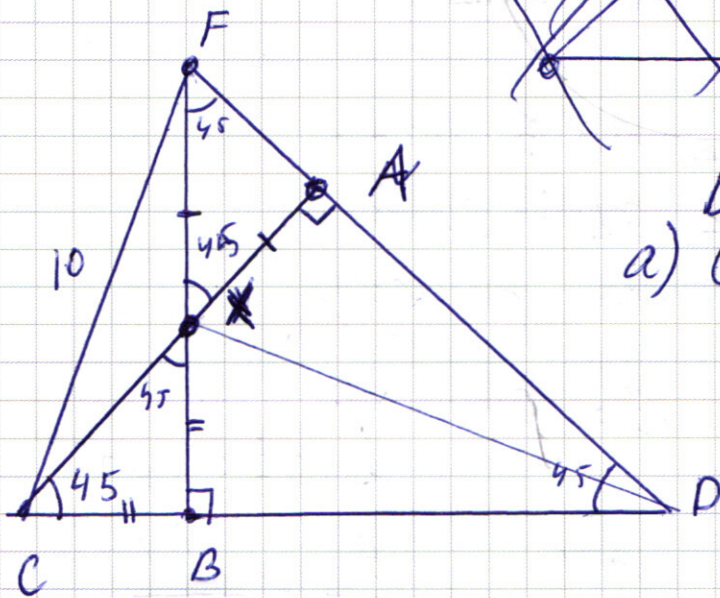
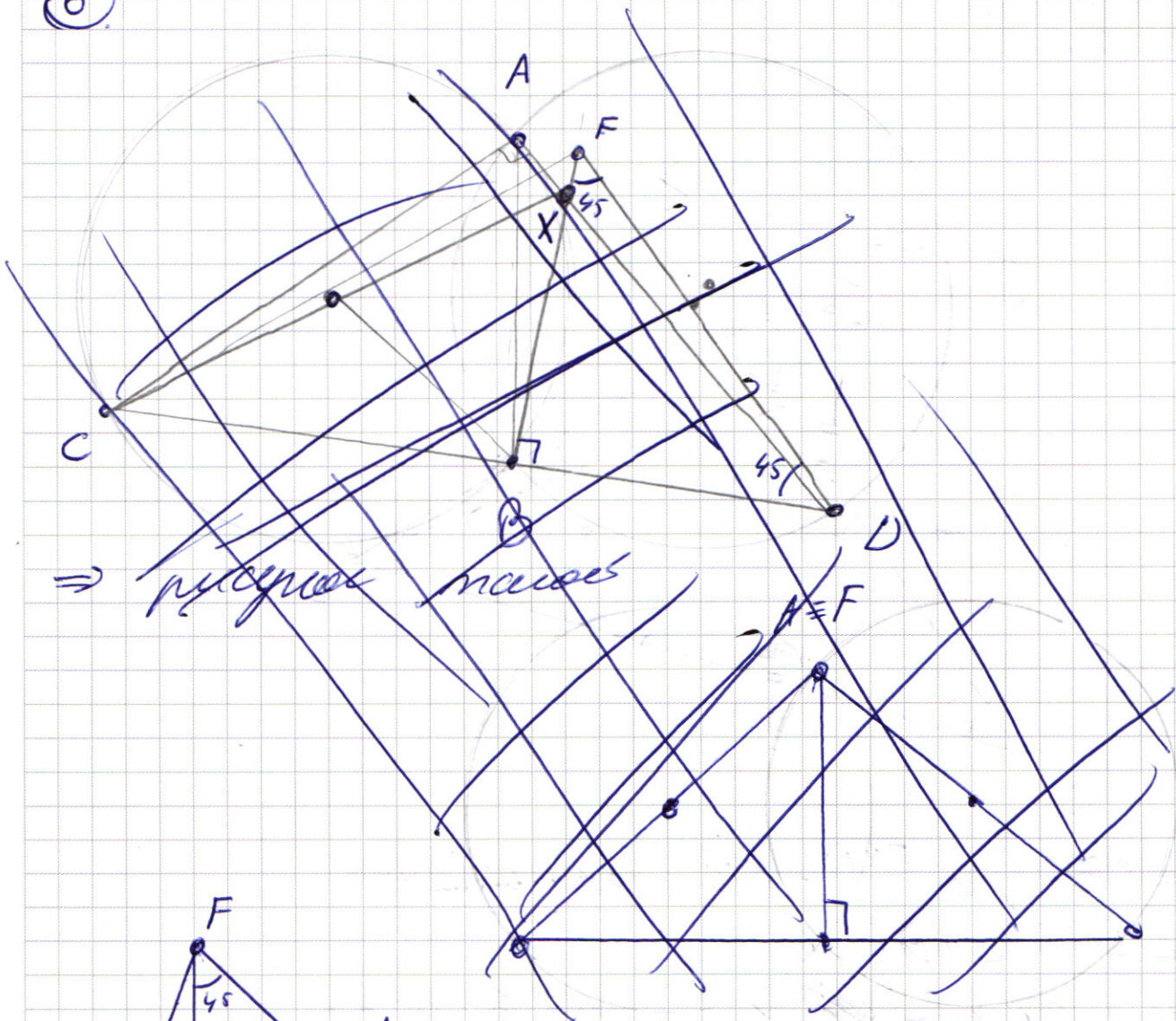
CS — диаметр, т.к.
 $\angle CBS = 90^\circ$

т.к. окружности равны по R , то
дуга AB равна в обеих окр.

$$F \equiv S$$

$$\Rightarrow 90 - \alpha = \alpha \Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow DN \in DF$$

6



$DX = 10$
 а) $CF = 10$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6

$$2x^2 + 12\sqrt{2}x - 28 = 0$$

$$x^2 + 6\sqrt{2}x - 14 = 0.$$

$$\begin{array}{r} + 72 \\ 64 \\ \hline 136 \end{array} \quad \begin{array}{r} 136/2 \\ 68 \\ -13 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 136/4 \\ 34 \\ -12 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$D = 72 + 4 \cdot 14 = 72 + 56 = 128 = 32 \cdot 4 = 16 \cdot 8 = (2\sqrt{17})^2$$

~~$$x_{1,2} = \frac{-6\sqrt{2} \pm \sqrt{128}}{2}$$~~

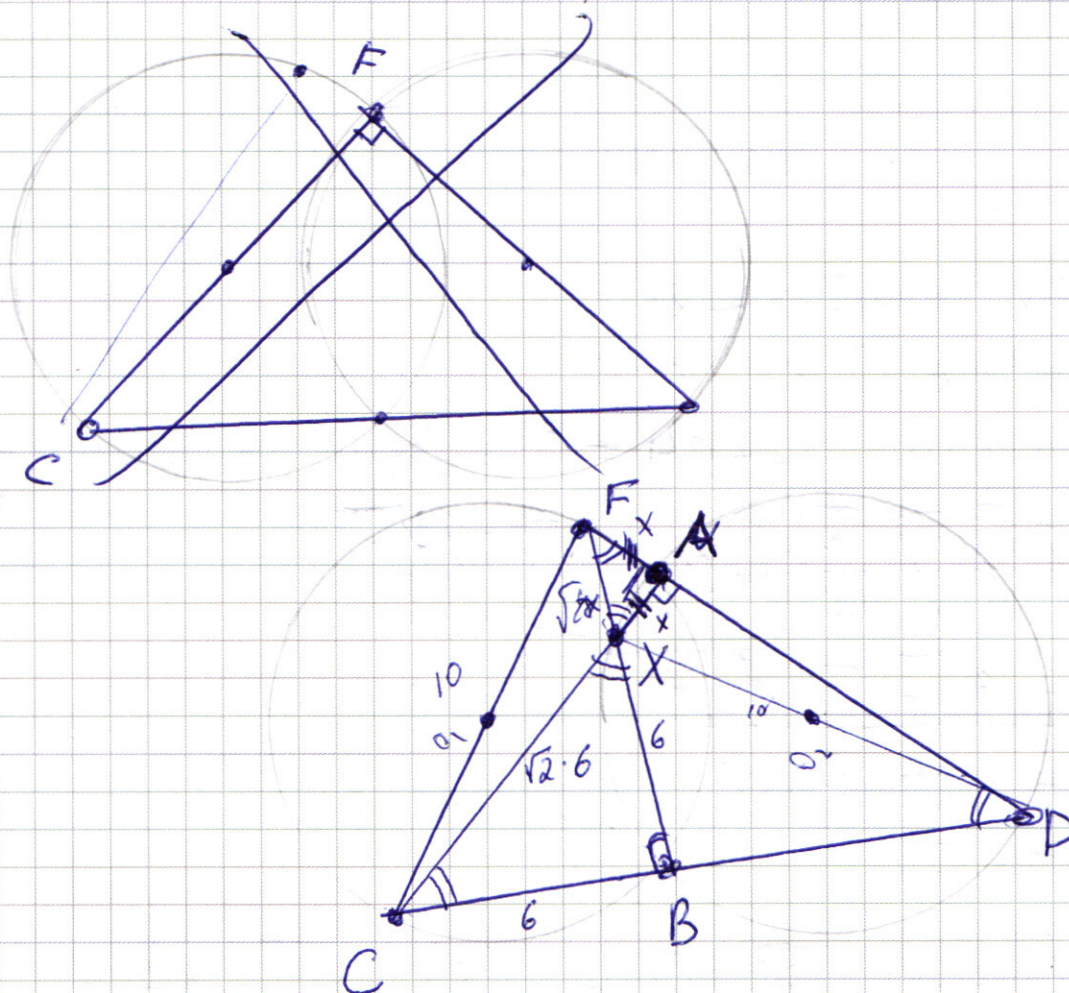
$$x_{1,2} = \frac{-6\sqrt{2} \pm \sqrt{8 \cdot 16}}{2} =$$

$$= \begin{cases} -3\sqrt{2} - \sqrt{34} \\ -3\sqrt{2} + \sqrt{34} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} S &= (\sqrt{2} \cdot 6 + \sqrt{34} - 3\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{34} - 3\sqrt{2}) \cdot \frac{1}{2} = \\ &= \frac{1}{2} (\sqrt{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{17} - 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 6 + \sqrt{34} \cdot \sqrt{34} - \\ &\quad - 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{17} - 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{17} + 3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2}) = \\ &= \frac{1}{2} (12\sqrt{17} - 36 + 34 - 6\sqrt{17} + 54) = \\ &= (6\sqrt{17} + 52) \cdot \frac{1}{2} = 3\sqrt{17} + 26 \end{aligned}$$

Ответ: б) $S = 3\sqrt{17} + 26$

а) $FC = 10$



$\triangle CFA = \triangle DAX$ по стороне и 2 углам.

$$FX = \sqrt{2}x$$

$$x = AF = AX$$

$$10^2 = 6^2 + (6 + \sqrt{2}x)^2$$

$$10^2 = 6^2 + 6^2 + 2 \cdot \sqrt{2}x \cdot 6 + 2x^2$$

$$64 = 12\sqrt{2}x + 2x^2$$

$$32 = 6\sqrt{2}x + x^2$$

$$x^2 + 6\sqrt{2}x - 32 = 0$$

$$x = \frac{-6\sqrt{2} \pm \sqrt{72 - 4 \cdot 32}}{2} =$$

$$10^2 = 6^2 + (6 + \sqrt{2} \cdot x)^2$$

$$100 = 36 + 36 + 12\sqrt{2}x + 2x^2 \quad 28 = 12\sqrt{2}x + 2x^2$$

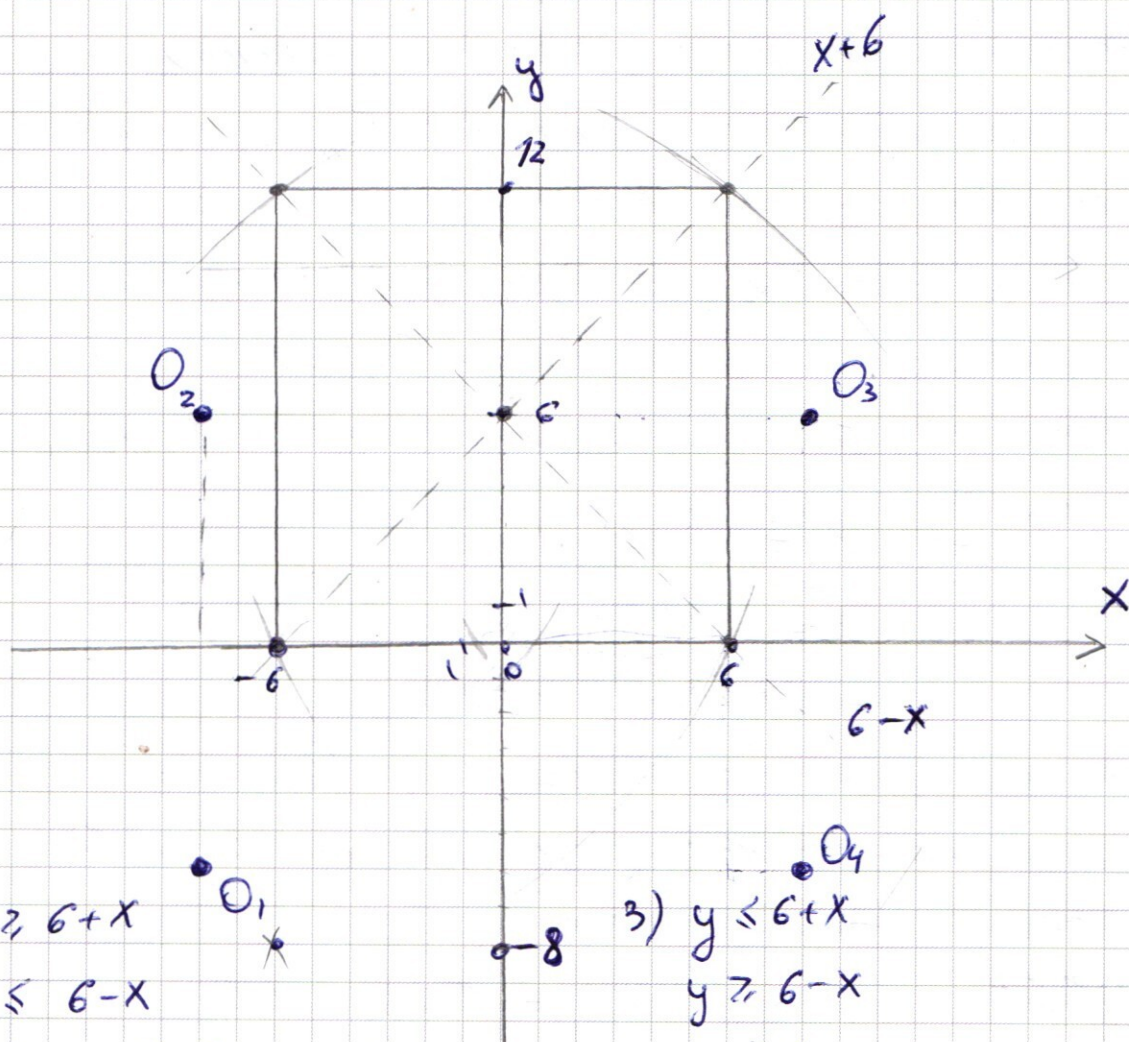
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⑦ $|y-6-x| + |y-6+x| = 12$

O_2 - центр
окружности
 $a > 0$

1) $y \geq 6+x$
 $y \geq 6-x$

$y-6-x + y-6+x = 12$
 $y = \frac{24}{2} = 12$



2) $y \geq 6+x$
 $y \leq 6-x$

$y-6-x - y+6-x = 12$
 $-2x = 12$
 $x = -6.$

3) $y \leq 6+x$
 $y \geq 6-x$

$x+6-y + y-6+x = 12$
 $x = 6.$

3) $y \leq 6+x$
 $y \leq 6-x$

$x+6-y - y+6-x = 12$
 $y = 0.$

$$(|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a$$

$$1) \quad x \geq 0; y \geq 0 \\ (x-8)^2 + (y-6)^2 = a$$

$$3) \quad x \leq 0; y \geq 0 \\ (8+x)^2 + (y-6)^2 = a$$

$$2) \quad x \geq 0; y \leq 0 \\ (x-8)^2 + (y+6)^2 = a$$

$$4) \quad x \leq 0; y \leq 0 \\ (8+x)^2 + (6+y)^2 = a$$

окружность радиусом $\sqrt{a}$ симметрична от Ox

в т. O , где $x, y \geq 0$ может коснуться и в обратном не более, чем в 2 точках,

таких же образом и окр. в т. O_4 , $x, y \leq 0$ при чем они касаются не более, чем в 4

различных точках, а если они касаются

в 2х точках, то окр. O_2 и O_3 не

касаются $\Rightarrow a$: O_1 и O_4 касаются $\neq$ разу

подходит

$$\Rightarrow a = (8+6)^2 + (6+12)^2$$

$$a = 14^2 + 18^2 = 2^2(7^2 + 9^2) =$$

$$= 4(49 + 81) = 520$$

таких же образом, если окр. O_2 и O_3

касаются по одному разу, то окр. O_1 и O_4 не касаются $\Rightarrow 2$ решения.

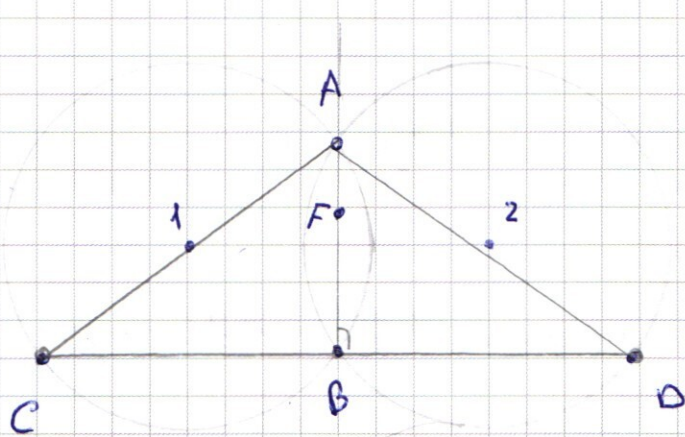
~~$$a \leq 8^2 + 6^2$$~~

$$a > 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$

$$a \leq 6^2 + 14^2 = 232$$

Ответ: при $a \in (100; 232] \cup \{520\}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$B \in CP$
 $C \in l$
 $D \in l$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 81 \\ + 49 \\ \hline 130 \end{array}$$

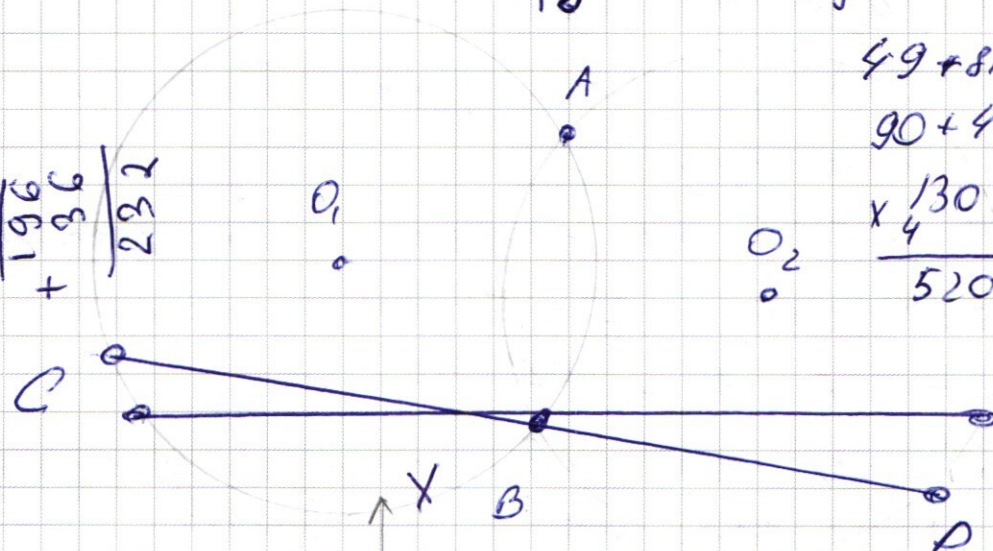
$$(x-8)^2$$

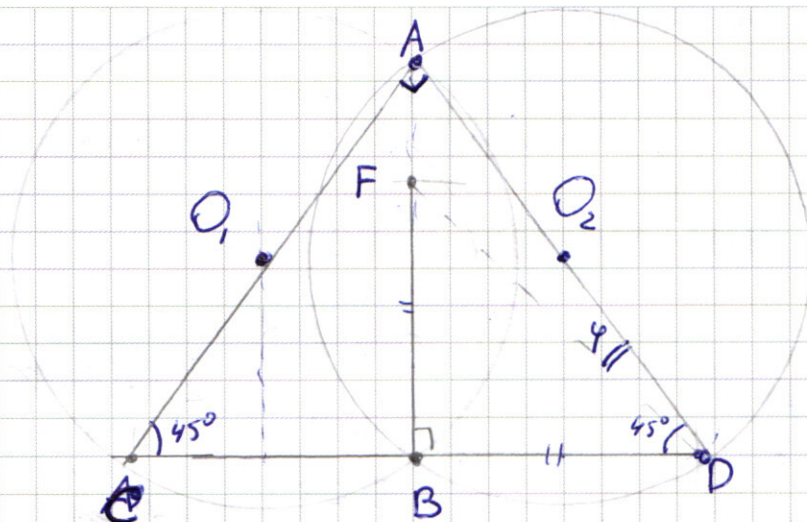
$$|y-6-x| + |y-6+x| = 12$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 196 \\ + 140 \\ \hline 232 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 + 81 \\ 90 + 40 \\ \hline 130 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 130 \\ \times 4 \\ \hline 520 \end{array}$$





$$BF = BD$$

$$\left. \begin{array}{l} CA = CO_1 + O_1A = 2R \\ AD = AO_2 + O_2D = 2R \end{array} \right\} \Rightarrow CA = AD \Rightarrow \angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$$

$$BF = BD; \angle FBD = 90^\circ \text{ по укл.}$$

$$\Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ \text{ по Th } \angle \Sigma \angle \text{ в } \triangle$$

$$\angle ADB = \angle FDB + \varphi \quad (\varphi \text{ может быть и меньше})$$

$$45^\circ = 45^\circ + \varphi \Rightarrow \varphi = 0.$$

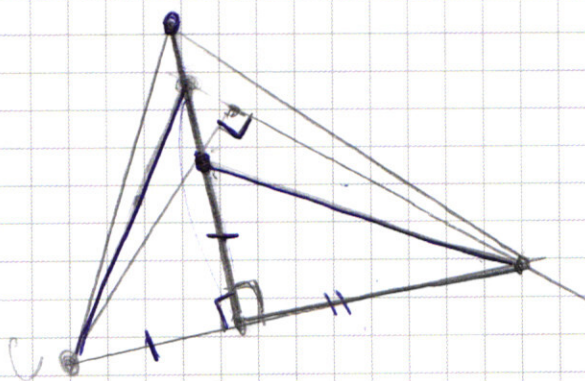
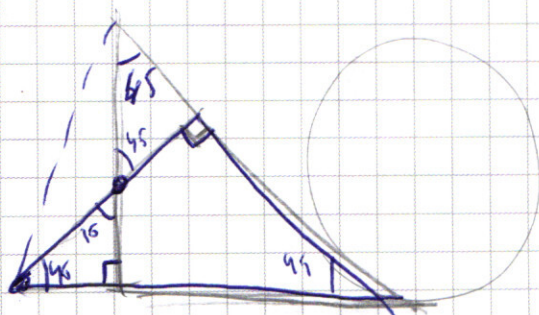
$\Rightarrow \triangle APB = \triangle FDB$ по стороне и 2м углам,
т.к. $DB \equiv DB$, то $AD \equiv FD$ как гипотенузы 2х равных $\triangle$

$$BF \equiv BA \Rightarrow F \equiv A \Rightarrow DA = DF = 10$$

т.к. $\triangle CAB$ р/б, то AB - сев. перпендикуляр к биссектрисе
 $\Rightarrow \angle BCA = \angle BAC = 45^\circ$

$$\Rightarrow \triangle CBA - \text{р/б}$$

$$\triangle CBF - \text{р/б}) \Rightarrow AC \equiv CF = 10$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^2 - x + 2 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = +2 \end{cases}$$

$$x \geq 2$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$x \leq 2$$

$$2x^2 - x + 2 = 0$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4} = -1$$

$$-\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{9}{4} - \left|-\frac{3}{2} - 2\right|\right)$$

$$\frac{9}{4} - \left|-\frac{3}{2} - 2\right| = \frac{9}{4} - \frac{7}{2} = \frac{9-14}{4} < 0$$

$$\frac{9}{4} - \frac{7}{2} = \frac{9-14}{4} < 0$$

$$\frac{9}{2} - \frac{7}{2} = \frac{9-7}{2} = 1$$

$$1 - 4(2)(2) =$$

$$1 + 4(2)(2) = 17$$

$$2x^2 - x + 2 = 0$$

$$D = 1 - 4(2)(2) < 0$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

$$D = 1^2 + 8 = 9 = (\sqrt{9})^2 \quad \sqrt{9} \approx 3, \dots$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{4} \approx$$

$$\begin{cases} -\frac{5}{4} \\ +\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2}{(x-1)(x-2)} = 1 \\ & \frac{2}{(x-1)(x-2)} - 1 = 0 \\ & \frac{2 - (x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)} = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{20}{10} - \frac{9}{10} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{9}{10}$$

$$\left(\frac{9}{10}\right)^2 - \left|\frac{9}{10} - 2\right| = \frac{81}{100} - \frac{11}{10}$$

$$2 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^2 - \left|\frac{9}{10} - 2\right| = \frac{2 \cdot 81}{100} - \frac{11}{10}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 \mid x + 16 \\ - x^3 + 16x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$-48x^2 - 20x + 48$$

$$-18x^2 - 18 \cdot 16x^4$$

$$268x + 48$$

$$48 = 2 \cdot 24$$

$$2 \cdot 4 \cdot 6 =$$

$$= 2^3 \cdot 6$$

$$-20$$

$$18 \cdot 16$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 16 \\ \hline 108 \\ 18 \\ \hline 288 \\ 20 \\ \hline 268 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 \mid x - 12 \\ - x^3 - 12x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$-14x^2 + 20x + 48$$

$$-14x^2 + 12 \cdot 14x +$$

$$-20x - 12 \cdot 14x + 48$$

$$-158x + 48$$

$$-27 - 18 + 60 + 48$$

$$27 - 18 - 60 + 48 = 0$$

$$48^3 - 2 \cdot 48^2 - 20 \cdot 48 + 48 = 0$$

$$48^2 - 2 \cdot 48 - 20 + 1 = 0$$

$$48(48 - 2) - 18 = 0$$

$$48 \cdot 46$$

$$64 - 32 - 80 + 48 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 \mid x - 4 \\ - x^3 - 4x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$2x^2 - 20x + 48$$

$$2x^2 - 8x$$

$$-12x + 48$$

$$2x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 4x$$

$$(x^2 - 2x + 4)(x^2 - 2x + 4)$$

$$2x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 4 > 0$$

$$(2x - 2)(x^2 - 2x + 4) + 4(x^2 - 2x + 4)$$

$$2x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 4x + 4$$

$$2x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 4 > 0$$

$$2x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 4 > 0$$

$$(2x^2 - 2x + 4)(x^2 - 2x + 4)$$

$$0 < (2x^2 - 2x + 4)(x^2 - 2x + 4) = (2x^2 - 2x + 4)(x^2 - 2x + 4)$$

$$0 < 2x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 4 > 0$$

$$0 < 2x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 4 > 0$$

$y > 6 - x$