МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

$7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2$ $7, 2, 2, 5, 5, \ldots$
$7, 4, 5, 5, 1, 1, 1, 1$

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2; -2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5; 5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

$S = 1 + x + x^2 + \ldots + x^n = \frac{S-1}{x}$

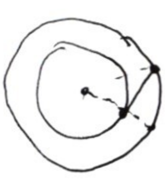
$x^2 + y^2 = 4R^2$

$b_1 \; db_1 \; d^2b_1 \; \ldots + d^{2999} b_1$

$x^{n+1} + S = Sx + 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x^{n+1} - 1}{x-1} = S$

$b_1 \frac{(d^{3000} - 1)}{d-1} = S$



$d^2 b_1 + d^5 b_1 + \ldots + d^{2999} b_1$

$d^2 b_1 (1 + d^3 + \ldots + d^{2997}) =$

$= d^2 b \frac{(d^{3000} - 1)}{d-1} = 9S$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1. Число 700 раскладывается на простые множители как $2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot7$. Значит, каждая цифра числа должна либо $\vdots$ на какие-нибудь из этих простых множителей, либо равняться 1. И обратно — на любой из этих множителей делится какая-нибудь цифра. Рассмотрим цифру $\vdots 5$. Если она >5, то она $\geq 2\cdot5=10$, а все цифры <10. Значит, т.к. это не 0, она равна 5. В числе есть цифра 5. Т.к. 5 входит в разложение 700 во 2-й степени, среди оставшихся найдется еще одна цифра, $\vdots 5$. Согласно тем же рассуждениям она равна 5. Значит, в числе 2 5-ки. Рассмотрим цифру, $\vdots 7$. Если она $\neq 7$, то она $\geq 7\cdot2=14>9$. Такого быть не может. Значит, она равна 7. ~~Если~~ Значит в числе есть 2 пятерки и семерка. ~~В~~ Произведение оставшихся 5 чисел равно 4. Очевидно, что эти числа либо 2 2-ки и 3 единицы, либо 4-ка и 4 единицы. Т.е. наборы чисел или $1,1,1,1,4,5,5,7$, или $1,1,1,2,2,5,5,7$.

Любая перестановка чисел в этих наборах даст требуемое число. В первом наборе существует $\frac{8!}{4!2!}$ различных перестановок, во втором — $\frac{8!}{3!2!2!}$. Т.е. всего нужных чисел $\frac{8!}{4!2!}+\frac{8!}{3!2!2!}=\frac{8!}{4!}\cdot\frac{3}{2}=$ $=4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot3=2520$. Ответ: 2520.

Задача №2. Пусть отношение соседних членов прогрессии — d. Тогда, она имеет вид $b_1, db_1, d^2b_1, \ldots d^{2999}b_1$.

Её сумма $S=b_1+db_1+\ldots+d^{2999}b_1=b_1(1+d+d^2+\ldots+d^{2999})=b_1\cdot\frac{d^{3000}-1}{d-1}$.

Числа с номерами, $\vdots 3$ — это $d^2b_1, d^5b_1, d^8b_1\ldots, d^{2999}b_1$. Их сумма равна $\frac{9}{49}S$ (ибо если добавить эту сумму, увеличенную в 49 раз, сумма последовательности изменится на $9S$.

$$\frac{9}{49}S=b_1d^2(1+d^3+(d^3)^2+(d^3)^3+\ldots+(d^3)^{999})=d^2b_1\frac{d^{3000}-1}{d-1}=d^2S \Rightarrow$$

$\Rightarrow d^2=\frac{9}{49}$. Т.к. все члены прогрессии положительны, $d>0 \Rightarrow d=\frac{3}{7}$.

Числа, стоящие на четных местах — это $db_1, d^3b_1, d^5b_1, d^7b_1\ldots, d^{2999}b_1$, а их сумма $S_1=db_1+d^3b_1+d^5b_1+\ldots=db_1(1+d^2+(d^2)^2+(d^2)^3+\ldots+(d^2)^{1499})=$ $=db_1\frac{d^{3000}-1}{d-1}=dS=\frac{3}{7}S$. После удвоения всех стоящих на четных местах элементов, сумма последовательности станет $S+S_1=\frac{10}{7}S$.

Ответ: S увеличится в $\frac{10}{7}$ раз.

Задача №3. $\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=(x+6)(x+4) \Leftrightarrow \sqrt{2}(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=$

$=2(x+6)(x+4). \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-6 \\ \sqrt{2}\sqrt{x^3-4x+80}=2(x+4) \end{array}\right.$

$\sqrt{2}\sqrt{x^3-4x+80}=2(x+4) \Rightarrow 2(x^3-4x+80)=4\cdot(x^2+8x+16) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^3-4x+80=2x^2+16x+32 \Leftrightarrow x^3-2x^2-20x+48=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-4)(x^2+2x-12)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x^2+2x-12=0 \end{array}\right.$. ~~Но x^2+2x+~~

$x^2+2x-12=0 \Leftrightarrow (x+1-\sqrt{13})(x+1-\sqrt{13})=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{13}-1 \\ x=-\sqrt{13}-1. \end{array}\right.$

Но, решения $\left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=\sqrt{13}-1 \\ x=-\sqrt{13}-1 \end{array}\right.$ должны удовлетворять неравенству

$\sqrt{x^3-4x+80}\geq 0$. Если $x\geq 2$, $x^3-4x+80=(x^2-4)x+80>0$, ибо $(x^2-4)x\geq 0$, т.к. $x^2-4\geq 0$ и $x\geq 0$. Но $4\geq 2$, а $\sqrt{13}>\sqrt{9}=3 \Rightarrow \sqrt{13}-1\geq 2$

~~С другой стороны, если $x\leq -4$, $x^3-4x+80=x(x^2-4)+80<0$~~, т.к.

~~$x^2-4>0$, $x^2-4>4^2-4=12$, $x\leq -$ С другой стороны, $-\sqrt{13}-1\leq -4$ (ибо $\sqrt{13}\geq 3$),~~

~~но $-\sqrt{13}-1\geq -5$. ($\sqrt{13}\leq\sqrt{16}=4 \Rightarrow -\sqrt{13}-1\geq -4-1=-5$). Тогда, если $x=-\sqrt{13}-1$,~~

~~$x^3-4x+80=(x^2-4)x$, но $|x|\leq 5$, $|x^2-4|\leq |25-4$~~

Если $x=-\sqrt{13}-1$, то $(x^2-4)=(\sqrt{13}+1)^2-4=13+1+2\sqrt{13}-4=10+2\sqrt{13}$.

Тогда $x(x^2-4)=-(\sqrt{13}-1)(2\sqrt{13}+10)=-(2\cdot 13-2\sqrt{13}+10\sqrt{13}-10)=-(16+8\sqrt{13})$.

И $x(x^2-4)+80=80-16-8\sqrt{13}=8(8-\sqrt{13})\geq 0$, ибо $13<64 \Rightarrow \sqrt{13}<8$.

Значит, все 3 корня подходят:

Ответ: $x=-6$, $x=4$, $x=\sqrt{13}-1$, $x=-\sqrt{13}-1$.

Задача №4. $2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$.

Если $x\geq 2$, то $2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4=2x^4+x^2-4x-3x^3+6x^2+4=$

$=2x^4-3x^3+7x^2-4x+4$. $2x^4-3x^3=x^3(2x-3)$. Но $x^3\geq 0$, $2x-3\geq 0$, если

$x\geq 2$. Значит, $2x^4-3x^3\geq 0$. $4x^2-4x=4x(x-1)$, но $x\geq 0$, $x\geq 1$, если $x\geq 2$. Значит, $4x^2-4x\geq 0$. А $2x^4-3x^3+7x^2-4x+4=(2x^4-3x^3)+3x^2+(4x^2-4x)+$

$+4\geq 0$, т.к. все слагаемые ≥ 0. Т.е. при $x\geq 2$ подходят все значения x.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если $x<2$, то $|x-2| = 2-x$, и $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 =$

$= 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 = (x-1)(2x^3+5x^2-4) = (x-1)(x+2)(2x^2+x-2) =$

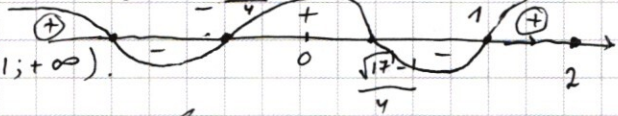
$=2(x-1)(x+2)\left(x+\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x+\frac{1-\sqrt{17}}{4}\right)$. (ибо $\left(x+\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x+\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{17}}{4}\right) =$

$= \left(x+\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{17}{16} = x^2+\frac{x}{2}-1$.) $2(x-1)(x+2)\left(x+\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x+\frac{1-\sqrt{17}}{4}\right) \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+2)\left(x+\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x+\frac{1-\sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$. $\frac{1+\sqrt{17}}{4}$ $\sqrt{17} < \sqrt{25} = 5 \Rightarrow \frac{1+\sqrt{17}}{4} < \frac{1+5}{4} < 2$, (и $\sqrt{17} > \sqrt{1} = 1$)

значит, $-2 < \frac{-\sqrt{17}-1}{4} < 0$. $\sqrt{17} < 5 \Rightarrow \frac{\sqrt{17}-1}{4} < 1$. Значит,

$-2 < -\frac{\sqrt{17}+1}{4} < \frac{\sqrt{17}-1}{4} < 1$. Нарисуем „волну" функции $(x-1)(x+2)\left(x+\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x+\frac{1-\sqrt{17}}{4}\right)$.



Видно, что она ≥ 0 ~~на участк~~ в области $(-\infty;-2]\cup\left[-\frac{\sqrt{17}+1}{4};\frac{\sqrt{17}-1}{4}\right]\cup[1;+\infty)$.

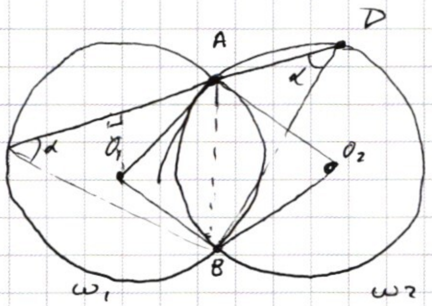
Учитывая, что $x<2$, эта область становится

$(-\infty;-2]\cup\left[-\frac{\sqrt{17}+1}{4};\frac{\sqrt{17}-1}{4}\right]\cup[1;2)$. Осталось только добавить, что исходное неравенство верно и при $x \geq 2$.

Ответ: $x\in(-\infty;-2]\cup\left[-\frac{\sqrt{17}+1}{4};\frac{\sqrt{17}-1}{4}\right]\cup[1;+\infty)$

Задача № 6.

(Извините. Замените в решении B на A и наоборот. Я их перепутал)



Так как 2 окружности симметричны относительно прямой AB, то дуга $\cup AB_1$ окружности ω_1 равна $\cup AB_2$ окружности ω_2.

Тогда $\angle ACB = \frac{\cup AB_1}{2} = \frac{\cup AB_2}{2} = \angle ADB = \alpha$

Пусть $\angle CAB = \varphi$. Тогда $\angle BAD = 180^\circ - \varphi$. Пусть $\angle ABC = \psi$. Тогда $\angle ABD = 90-\psi$. В $\triangle ACB$ сумма углов $= 180^\circ = \alpha+\varphi+\psi$. В $\triangle ADB$ сумма углов $180-\varphi+90-\psi+\alpha = 180^\circ$

$(180^\circ-\varphi-\psi)+90+\alpha = \alpha+90+\alpha = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow \cup AB_1 = \cup AB_2 = 90^\circ$.

Тогда $\triangle AO_1B$ и $\triangle AO_2B$ — р/б прямоугольные △-ки, а значит $\angle O_1AB = \angle O_2AB = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle O_1AO_2 = 90^\circ$. Пусть $\angle O_1CA = \angle O_1AC = \beta$. Тогда $\angle DAO_2 = O_2DA = 180^\circ - \beta - \angle O_1AO_2 =$

$= 90^\circ - \beta$. $AC = 2\cdot R\cdot\cos\angle O_1AC = 2R\cos\beta$, $AD = 2R\cdot\cos(90^\circ-\beta) = 2R\sin\beta$. Тогда

$AF = AD = 2R\sin\beta$. $CF^2 = AC^2+AF^2$ (по т. Пифагора), а $AC^2+AF^2 = 4R^2\cos^2\beta + 4R^2\sin^2\beta =$

$= 4R^2 \Rightarrow CF = 2R$. Ответ: $CF = 2R = 10$ ед.

б) по Т. Пифагора, в $\triangle AO_1B$ $AB = \sqrt{AO_1^2 + BO_1^2} = \sqrt{2}R$. По т. косинусов, в $\triangle ACB$ $AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2CA \cdot CB \cdot \cos\angle ACB$, или

$2R^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$, ибо $\angle ACB = \alpha = 45°$. $R = 5$, $BC = 6$. Пусть $AC = x$

Тогда $50 = x^2 - 6\sqrt{2}x + 36 \Leftrightarrow x^2 - 6\sqrt{2}x - 14 = 0$. $x = \pm\sqrt{9 \cdot 2 - 14} + 3\sqrt{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \pm 2 + 3\sqrt{2}$. Пусть

Т.к. я перепутал A и B, $AC = 6$. Но, $AC^2 + AF^2 = 4R^2 \Leftrightarrow 36 + AF^2 = 100 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow AF^2 = 64 \Rightarrow AF = 8$. И площадь $\triangle ACF = \frac{AC \cdot AF}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$ ед.^{2}

Ответ: 24 ед.^{2}

Задача №7.

Рассмотрим уравнение $|y-6-x| + |y-6+x| = 12$.

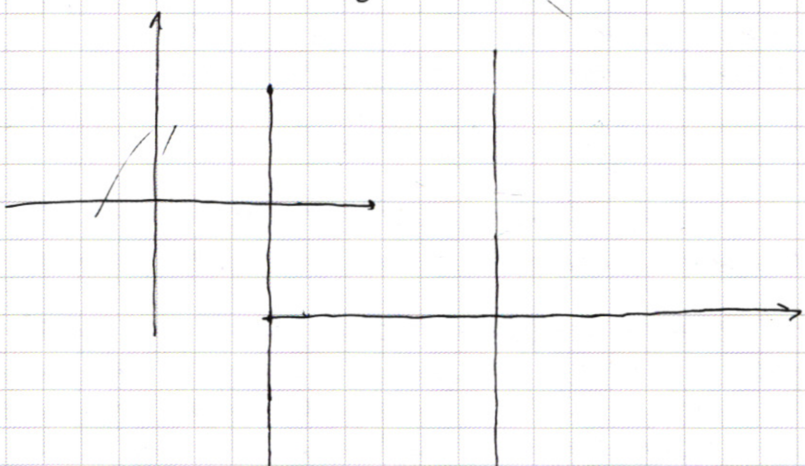
~~Если $y-x>6$, $y+x$~~ Его график – просто график уравнения $|y-x|+|y+x| = 12$, сдвинутый ~~вверх на 6~~ на 6 по абсциссе. ~~Строя график $|y-x|+|y+x|$ можем считать, что $y>0$. Иначе Т.к. график~~

~~Если $|y-x|+|y+x|=12$. Уравнение не изменится, если заменить x на $-x$, y на $-y$, поэтому этот график симметричен относительно т. (0,0).~~

~~Построим его часть для $y \geq 0$ (вторая строится симметрично.~~

Если $x > y$, то $|y-x|+|y+x| = x-y+y+x = 2x = 12 \Leftrightarrow x=6$. Т.е. график содержит ~~прямую~~ отрезок $x=6$ (при $y<6$). Если $y \geq x > -y$,
$|y-x|+|y+x| = y+x+y-x = 2y = 12 \Leftrightarrow y=6$. Т.е. при $y=6$ $x \in [6;-6)$.

Если $x < -y$, то ~~$|y-x|+|y+x| = y+x-y-x = -2y = 12 \Leftrightarrow y=-6$~~
$|y-x|+|y+x| = y-x-x-y = -2x = 12 \Leftrightarrow x=-6$ при $y<6$. Т.е. график выглядит так



Задача №7.

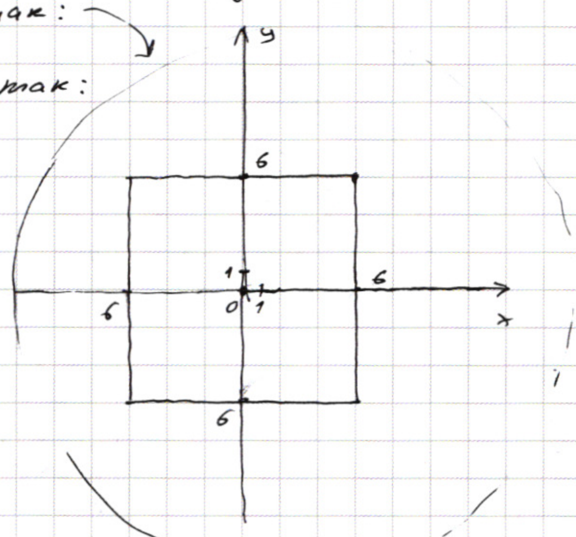
Рассмотрим уравнение $|y-6-x|+|y-6+x|=12$. Его график — это график уравнения $|x+y|+|y-x|=12$, сдвинутый на 6 вверх по оси y.

Если в уравнении $|x+y|+|y-x|=12$ заменить y на $-y$, оно не изменится $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ его график симметричен отн. оси x. Если заменить x на $-x$, то опять ничего не изменится. $\Rightarrow$ ~~тот~~ график симметричен относительно оси x. Пусть $x, y \geq 0$. Остальные случаи симметричны.

Если $x > y$, $|x+y|+|y-x| = 2x+y-y = 2x = 12 \Rightarrow x = 6$. Т.е. при $x=6$ $y \in$ ~~[6;∞)~~ $(0;6]$.

Если $x \leq y$, $|x+y|+|y-x| = 2y = 12 \Rightarrow y = 6$, и при $y=6$ $x \in$ ~~[6;∞)~~ $(0;6]$.

Значит, график выглядит так:



А график исходного уравнения — так:

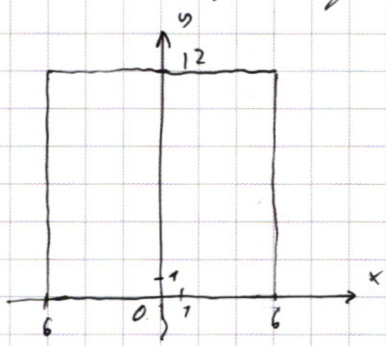
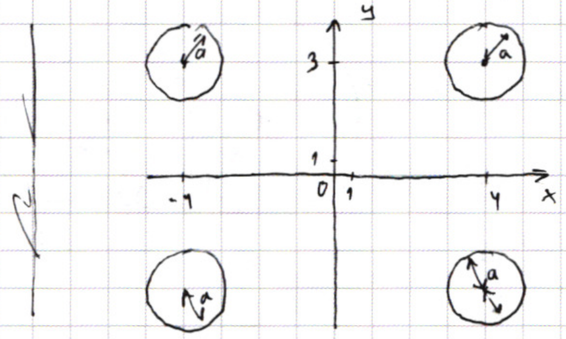


График ур-я $(|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a$ симметричен при замене x на $-x$ и y на $-y$. Значит, он симметричен отн. осей.

Рассмотрим случай, когда $x, y > 0$. Это — окружность радиуса a с центром в т. $(8;6)$. Значит, исх. график выглядит так:



Если $a<1$, ни одна окр-ть не пересекает квадрат с верхнего чертежа.

Если $a>1$, то 2 верхние окр-ти пересекают его в 2 точках (в сумме в 4-х).
Значит $a=1$. $a=1$ действительно ~~подходит.~~ ~~тогда~~ ~~имеет~~ 2 решения.

Ответ: $a=1$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^4+x^2-4x+3x^2|x-2|+4\geq 0$

$2x^4+x^2-4x+3x^3-6x^2+4\geq 0$, $x\geq 2$

$2x^4+3x^3-5x^2-4x+4=0$

$2x^4+3x^3-5x^2-4x+4 \,|\, x-1$

$2x^3+5x^2-4$

$2x^3+5x^2-4 \,|\, x+2$

$2x^2+x-2$

$\frac{\sqrt{1+16}-1}{4}$

$(x+\frac{1}{4})^2 = \frac{17}{16}$

$x^2-\frac{x}{2}+\frac{1}{16}-\frac{1}{16}-1$

$x^2-\frac{x}{2}-1$

$-16-4+5\cdot 4$

$4x^2-4x=4x(x-1)\geq 0$

$(2x-3)$

$2x^4+x^2-4x+3x^3-6x^2$

$2x^4+x^2-4x-3x^3+6x^2+4=$

$=2x^4-3x^3+7x^2-4x+4$

$2-3+7$

$6-4+4$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4$

$2x^4-3x^3+6x^2+(x-2)^2$

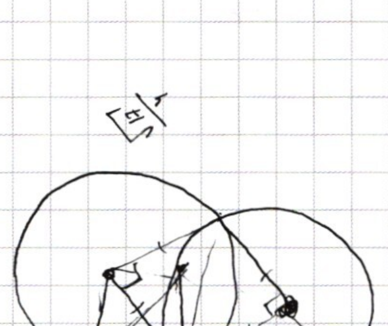
$2^4=16$

$32-3\cdot 16+6\cdot 4=24$

$16+24$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4$

$x\geq 2$

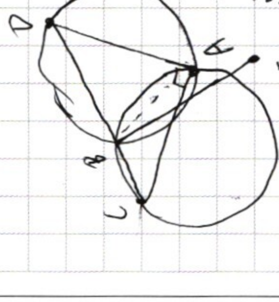


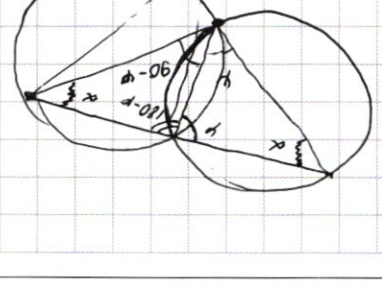
$\alpha+\varphi+\omega=180$

$180-\varphi+90-\omega+\alpha=180$

$\alpha+90+\alpha=180$

$\alpha=45$





☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80} = x^2+10x+24$

$36-60+24=0$

$(x+6)(x+4) = \frac{\sqrt{2}}{2}(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}$

$|y-x| + |y+x| = 12$

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)$

$\frac{\sqrt{2}}{2}(x+6)\sqrt{x^3-4x+80} = x+6$

$= (x+6)(x+4)$

$2x+8 = \sqrt{2x^3-4x+80}$

$(x+6)\left(2x+8-\sqrt{2x^3-4x+80}\right)=0$

$-64-32\cdot 18\cdot 4+8$

$-64-32+64$

$(2x+8)^2 =$

$x^3-2x+80$

$= 4x^2+32x+64 = 2x^3-4x+80 \iff$

$x=-4$

$4\cdot 4=16$

$16\cdot 4=64$

$64+16=80$

$x+4 = \sqrt{\frac{x^3-2x+40}{2}}$

$\iff 2x^3-4x^2-36x+16=0$

$x^3-2x^2-18x+8=0$

$x^3-2x^2-18x+8$

$(x+6)\sqrt{2x+8}\left(\sqrt{2x+8}\right.$

$2x^2+16x+32 = x^3-2x+40$

$-4-6$

$64+32-64-8-8$

64

$x^3-2x^2-18x+8=0$

$-27-18$

$2x^3-4x+80 \,\lfloor\, 2x+8$

$2x^3+8x^2 \quad x^2-6x$

$-12x^2$

$-12x^2-48x$

$48x+80$

x^3+3x^2-

$-1-2+18+8$

$27-18-$

$x^3-4x+80$

-27

18

9

$x^3-2x+40 \,\lfloor\, x+4$

24

$x^3-2x^2-18x+8=0$

$-27-18+27+27+8$

$18\cdot 3 = 27\cdot 2$

x^2-4x+4

$2x^2$

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 9+8$

x^3-3x^2+3x-1

$-8-8+18+8$

$64-32-$

$18\cdot 4=$

$-8-8+36+8$

$18+4=22$

$2\cdot 4=8$

$2\cdot 16=32$

$1-2-18+8$

$-1-10$

-11

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$x^3 - 2x^2 - 18x + 8 = 0$

$\cancel{-64} \cancel{-16} - 16$

$-64 + 8x + 64 - 2x + 8$

$6x = -4 \cdot 6 = -24$

$2, 4, 8$

$-4, -3$

$-3, 5$

0

1

8

$8^3 = 8 \cdot 64 - 2 \cdot 64 - 18 \cdot 8 + 8$

$6 \cdot 64 - 6 \cdot 16$

$6 \cdot$

$3 \cdot 4$

$5 \cdot 6$

7 7

30

$3 \cdot 4 \cdot 7$

$12 \cdot 210$

$$\begin{array}{r} \times\, 210 \\ 12 \\ \hline 420 \\ 210 \\ \hline 2520 \end{array}$$

$64 - 32 - 18 \cdot 4 + 8$

$32 - 18 \cdot 4 + 8$

$1 - 2 - 18 + 8$

$\cancel{8 - 16}$

$8 - 8 - 38 + 8$

3 $27 -$

$64 - 32 - 80 + 48$

$32 + 48 = 80$

$2 \cdot 16$

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ $(x+6)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)$

18

$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$

$8 - 8 - 40 + 48$

$27 - 18 - 60 + 48$

$68 + 7 - 60 - 18$

$7 - 10 = -3$

$x^3 = 64 - 16$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{x^3 - 4x + 80} = 2 \cdot (x+4)$

$x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + \overset{8}{\cancel{16}}x + 16)$

$x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 8x + 16)$

$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$

$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$

$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 32x + 32$

$x^3 - 4x + 80$

$8 \cdot 64 - 8 \cdot 4$

$$\begin{array}{r} 80 \\ -32 \\ \hline 48 \end{array}$$

$x^2 + 2x - 12 = 0$

$\pm\sqrt{1 + 12} - 1$

$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0 \;\big|\; x - 4$

$x^2 + 2x - 4$

$$\begin{array}{l} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 \;\big|\; x - 4 \\ -\,x^3 - 4x^2 \qquad\quad x^2 + 2x - 12 \\ \quad 2x^2 - 20x \\ -\,2x^2 - 8x \\ \qquad -12x \end{array}$$

$x^2 + 2x - 12$

$64 - 32 - 80 + 48$

$-64 - 32$

16 4^3 $64 -$

$(x+1)^2 - 13 = x^2 + 2x - 12$

$-\sqrt{13} - 1$

$(\sqrt{13} + 1)^2 = 13 + 1 + 2\sqrt{13}$

$\sqrt{1 + 12}$

$x^3 - 4x + 80 > 0$

$x > 2$

$x(x^2 - 4)$

$x^2 > 4$

$x \geq 2$

$x^3 - 4x < -80$

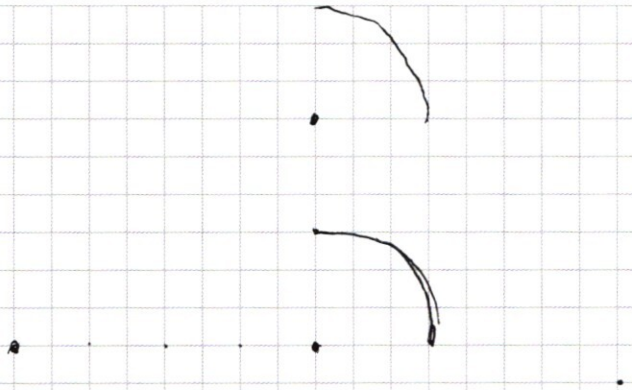
$(x^2 - 4)x$

≥ 16

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$y+x>6$

$y+x>6$

$\begin{cases} y-x>6 \\ y+x>6 \end{cases}$

$x=0$

$\begin{cases} y-x<6 \\ y+x<6 \end{cases}$

$y-x+y+x = 12\cdot 2$

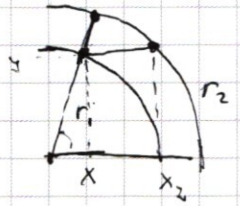
$\begin{cases} y=12 \\ x\neq 6 \end{cases}$

$\begin{cases} x-y>6 \\ x+y<6 \end{cases}$

$\begin{cases} y<6 \\ y\cancel{>}-6 \end{cases}$

$x=0,\ y<-6$

$\cancel{y}-6-x-\cancel{y}+6-x$



y $x_1 = \sqrt{r_1^2-y^2}$

$x_2 = \sqrt{r_2^2-y^2}$

$\sqrt{r_2^2-y^2} - \sqrt{r_1^2-y^2} \lessgtr r_2-r_1$

$\sqrt{r_2^2-y^2}\, r_1 \lessgtr r_2\sqrt{r_1^2-y^2}$

$r_2^2 r_1^2 - r_1^2 y^2 \lessgtr r_1^2 r_2^2 - r_2^2 y^2$

$r_2^2 y^2 < r_1^2 y^2$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)