

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + (x+2)^2 - 5x^2|x+2| \geq 0$$

Пусть $a = x^2$ ($a \geq 0$); $b = |x+2|$ ($b \geq 0$).

$$4a^2 + b^2 - 5ab \geq 0$$

$$4a^2 - 4ab + b^2 - ab \geq 0$$

$$4a(a-b) + b(b-a) \geq 0$$

$$(a-b) \cdot (4a-b) \geq 0$$

$$\begin{cases} a-b \geq 0 \\ 4a-b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq |x+2| \\ 4x^2 \geq |x+2| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq |x+2| & (1) \\ 4x^2 \leq |x+2| & (2) \end{cases}$$

$$1) \ x^2 \geq |x+2| \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq x+2 \\ x^2 \leq -x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 \geq 0 \\ x^2 + x + 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 \geq 0 \quad (\text{т.к. дискриминант}$$

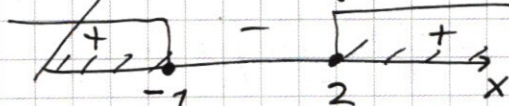
$$2 \text{ ур.-я системы } 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0, \text{ а}$$

$$\text{коэф. при } x^2 \text{ положительны} \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 \geq 0 \\ \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2) \geq 0$$

$> 0 \Rightarrow$ 2 ур.-е не имеет решений.

Решим методом интервалов.



$$x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

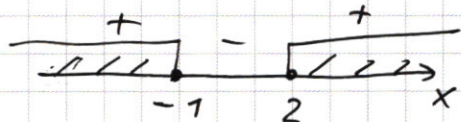
$$2) \quad 4x^2 \leq |x+2| \Leftrightarrow \begin{array}{l} 4x^2 \leq x+2 \\ \underline{4x^2 \geq} \end{array}$$

$$1) \quad x^2 \geq |x+2| \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \leq x^2 \\ x+2 \geq -x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 \geq 0 \\ x^2 + x + 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x+1) \geq 0 \\ (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4} \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+1) \geq 0$$

(м.к. 2-е уравнение всегда верно)



$$x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty).$$

$$2) \quad 4x^2 \leq |x+2| \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 4x^2 \\ x+2 \leq -4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - x - 2 \leq 0 \\ 4x^2 + x + 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - x - 2 \leq 0 \\ (2x + \frac{1}{4})^2 + \frac{31}{16} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4x^2 - x - 2 \leq 0$$

(м.к. 2-е уравнение не имеет решений)

$$f(x) = 4x^2 - x - 2$$

$$f(x) = 0, \text{ когда } 4x^2 - x - 2 = 0$$

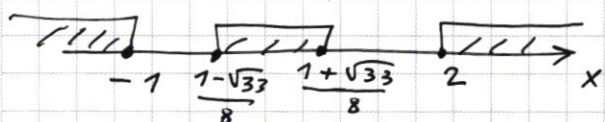
$$D = 1 + 4 \cdot 4 \cdot 2 = 1 + 32 = 33$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{D}}{2 \cdot 4} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$f(x) \leq 0, \text{ если } \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \frac{1-\sqrt{33}}{8} \quad \frac{1+\sqrt{33}}{8} \end{array} x, \text{ т.е. } x \in \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right]$$

$$\begin{array}{l} 5 \leq \sqrt{33} \leq 6 \\ -6 \leq -\sqrt{33} \leq -5 \\ -5 \leq 1 - \sqrt{33} \leq -4 \\ -\frac{5}{8} \leq \frac{1 - \sqrt{33}}{8} \leq -\frac{1}{2} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 6 \leq 1 + \sqrt{33} \leq 7 \\ \frac{3}{4} \leq \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \leq \frac{7}{8} \end{array} \right.$$

Объединим решения (1) и (2):



$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty).$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \quad (1)$$

В восьмизначном числе, удовлетворяющем условию, должны быть ^{минимум} 2 пятёрки, ^{минимум} 2 семерки (т.к. другие цифры не делятся на 5 и 7 нацело, а 5 и 7 есть в разложении 4900 ~~на~~ (1)). Также, либо 2 двойки, либо 1 четвёрка должны быть в восьмизначном числе (т.к. 2^2 входит в разложение (1)). Оставшиеся цифры не должны поменять произведение уже записанных цифр, след-но, оставшиеся цифры - единицы. ~~По~~ Разделив все получившиеся числа на 2 группы:

1) ~~содержащие~~
перестановки цифр : 22557711

$$\begin{aligned} \text{Таких перестановок} &= \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \\ &= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{16} = 1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 2520 \end{aligned}$$

2) перестановки цифр : 45577111

$$\begin{aligned} \text{Таких перестановок} &= \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{8 \cdot 3} = \\ &= 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 1680 \end{aligned}$$

(по известной формуле ^{из} комбинаторики, где в числителе ^{кол-во} всех перестановок, а ^(повторяющ. и неповторяющ.) в знаменателе кол-во перестановок повторяющихся цифр).

Всего $2520 + 1680 = 4200$ таких чисел.

Ответ: 4200.

N7.

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 & (1) \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a & (2) \end{cases} \quad \left. \vphantom{\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}} \right\} 2 \text{ решения}$$

При $a < 0$ 2-е уравнение не имеет решений $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ система не имеет реш.

Рассмотрим $a \geq 0$:

(2): в координатах $y(x)$ окружности с центрами $(15; 8); (-15; 8); (-15; -8); (15; -8)$ и радиусами $\sqrt{a}$ (т.к. при замене x на $-x$, y на $-y$ (2) не изменяется)

Построим (1):

$$\begin{aligned} 1.1.) \text{ при } \begin{cases} y+x+8 \geq 0 \\ y-x+8 \geq 0 \end{cases} & \quad \begin{aligned} 2y+16 &= 16 \\ y &= 0 \end{aligned} \\ \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \geq x-8 \end{cases} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.2.) \text{ при } \begin{cases} y+x+8 \geq 0 \\ y-x+8 \leq 0 \end{cases} & \quad \begin{aligned} y+x+8 - y+x-8 &= 16 \\ 2x &= 16 \\ x &= 8 \end{aligned} \\ \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \leq x-8 \end{cases} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.3.) \text{ при } \begin{cases} y+x+8 \leq 0 \\ y-x+8 \geq 0 \end{cases} & \quad \begin{aligned} -y-x-8 + y-x+8 &= 16 \\ -2x &= 16 \\ x &= -8 \end{aligned} \\ \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \geq x-8 \end{cases} & \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.4.)
$$\begin{cases} y + x + 8 \leq 0 \\ y - x + 8 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq -x - 8 \\ y \leq x - 8 \end{cases}$$

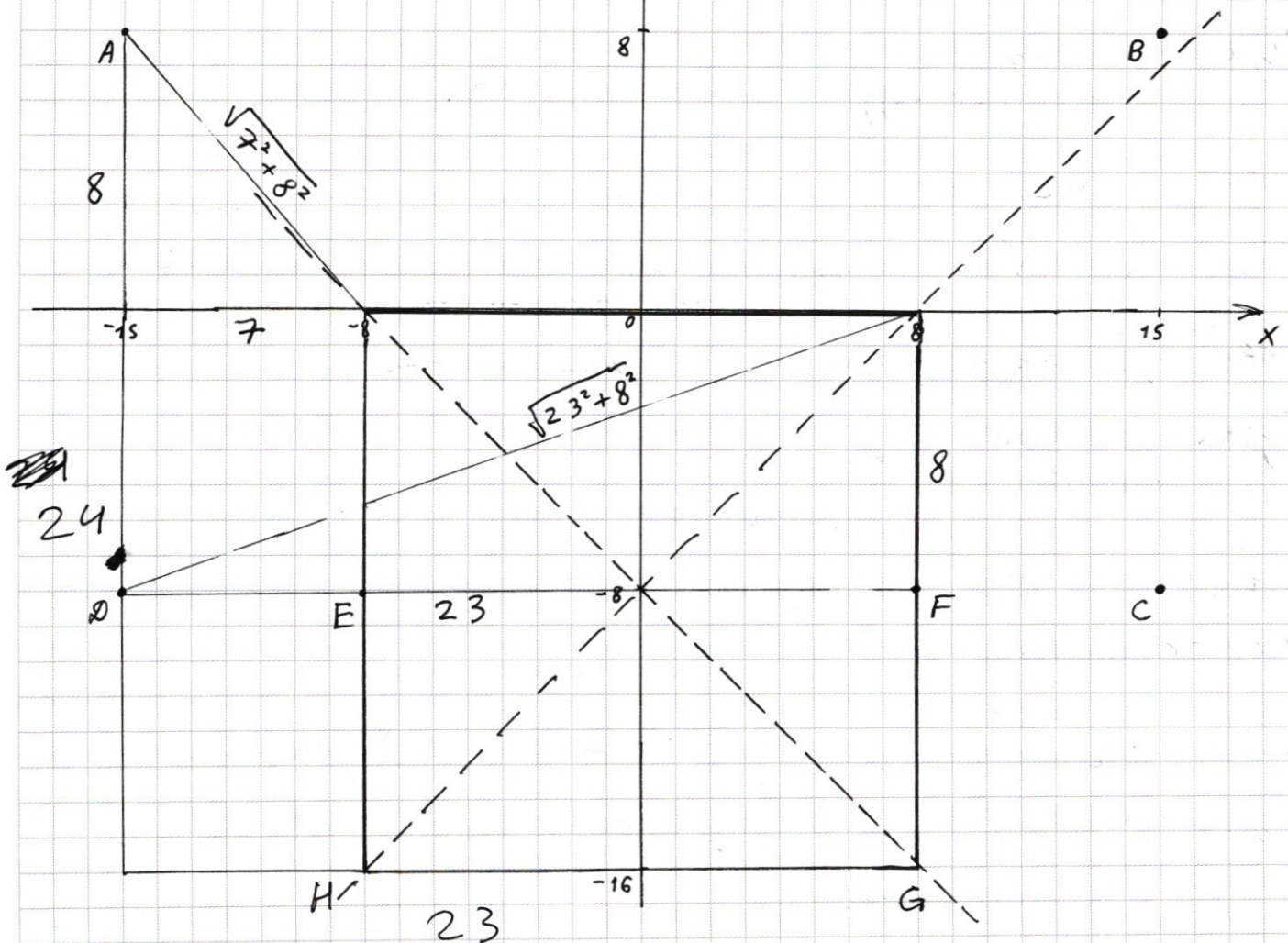
$$-y - x - 8 - y + x - 8 = 16$$

$$-2y - 16 = 16$$

$$-2y = 32$$

$$y = -16$$

y ↑



A, B, C, D - центры окр. (1).

При $\sqrt{a} < 15 - 8$
 $\sqrt{a} < 7$
 $a < 49$

нет решений (окр. не касаются квадрата)

При ~~$a = 49$~~ $a = 49$ 2 решения
 окр.-и с центрами C и D касаются квадрата
 в точках F и E соот-но

При $\begin{cases} a > 49 \\ a < 8^2 + 7^2 \end{cases} \Leftrightarrow a \in (49; 113)$
 ~~$a < 8^2 + 7^2$~~
 $\begin{cases} a > 49 \\ a < 8^2 + 7^2 \end{cases}$ (по теореме Пифагора)
 Больше 2 решений
 с центрами C и D
 (окр.-и пересекают квадрат.)

При $a = 113$ окр.-и с центрами A и B
 касаются, а с центрами C и D пересекают
 квадрата $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ Больше 2 решений

При $\begin{cases} a > 113 \\ a < (8 - (-15))^2 \end{cases} \Leftrightarrow a \in (113; 529)$ все

окр.-и пересекают квадрат $\Rightarrow > 2$ решений

При $a = \frac{529}{49}$ ~~2 окр.-и касаются, другие~~
~~касаются квадрата~~

Все окр.-и
 пересекают $\Rightarrow > 2$ решений.
 квадрат

При $\begin{cases} a > 529 \\ a < 23^2 + 8^2 \end{cases} \Leftrightarrow a \in (529; 593)$
 аналогично

При $a = 593$ 2 окр.-и касаются, 2 другие
 касаются квадрата
 пересекают его. $\Rightarrow > 2$ решений.

При $\begin{cases} a > 593 \\ a < 24^2 + 23^2 \end{cases} \Leftrightarrow a \in (593; 1105)$ окр.-и с
 центрами A и B пересекают квадрат $\Rightarrow$
 $\Rightarrow > 2$ решений.

При $a = 1105$ окр.-и с центрами
 A и B касаются ~~окр.-и~~ квадрата в точках
 G и H соот-но, а другие окр.-и ~~его не~~
 не имеют с ним ~~общих~~ точек.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow$ 2 решения

При $\alpha > 1705$ обилие точек у окр-ей и квадрата нет $\Rightarrow$ нет решений.

Таким образом при $\alpha = 1105$ и $\alpha = 49$ система имеет 2 решения.

Typus $\alpha = 0$:

$$|x| = 15$$

$$|y| = 8$$

Рассмотрим 4 случая

1) $x = 15$
 $y = 8 \Rightarrow |15 + 8 + 8| + |8 - 15 + 8| = 76$
(неверно)

2) $x = 15$
 $y = -8 \Rightarrow |15 - 8 + 8| + |-8 - 15 + 8| = 16$
 (неверно)

3) $x = -15$
 $y = 8 \Rightarrow |-15 + 8 + 8| + |8 + 15 + 8| = 76$
(неверно)

4) $x = -15$
 $y = -8 \Rightarrow |15 - 8 + 8| + |-8 + 15 + 8| = 16$
(неверно)

ит. е. при $a=0$ нет решений.

Problem: 49 u 1105.

N2.

$$1) b_1 + \dots + b_{3000} = S \Rightarrow S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{2999} \quad (1)$$

(где q - знаменатель ~~тоо~~ геом. прогрессии)

$$2) \quad b_1 + b_2 + 40b_3 + b_4 + b_5 + 40b_6 + \dots + 40b_{3000} = 55 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 55 = \frac{b_1(q^{1000 \cdot 3} - 1)}{999} + \frac{b_1 \cdot q(q^{1000 \cdot 3} - 1)}{999} + \frac{40b_1 q^2(q^{1000 \cdot 3} - 1)}{999}$$

$$= \frac{b_1(q^{3000} - 1)(1 + q + 40q^2)}{999} \quad (2)$$

(разб^{ит} ^{суммы} ~~геом. прогрессии~~ на ^{сумму}
3 ~~геом. прогрессий~~ с членами, ^{на} ~~которые~~

номеров которых дают ост. 1, ост. 2, ост. 3 при делении на 3).

$$3) b_1 + 3b_2 + b_3 + 4b_4 + \dots + 4b_{3000} = k \cdot S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow kS = \frac{b_1(q^{1500 \cdot 2} - 1)}{1499} + \frac{3b_1 q(q^{1500 \cdot 2} - 1)}{1499} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)(1 + 3q)}{1499} \quad (3)$$

(разбили сумму геом. прогрессии на сумму 2 геом. прогрессий с членами с чётными и нечётными номерами).

Из (1) и (2) (разделили друг на друга)

$$5 = \frac{2999}{999} \cdot (1 + q + 40q^2)$$

$$(40 \cdot 2999)q^2 + 2999q + (2999 - 5 \cdot 999) = 0$$

~~$$D = 2999^2 - 4 \cdot 40 \cdot 2999 \cdot (2999 - 5 \cdot 999) = 2999 \cdot$$~~

~~$$\cdot (2999 - 4 \cdot 40 \cdot 2999 + 4 \cdot 40 \cdot 5 \cdot 999) = 2999$$~~

~~$$D = 2999^2 - 4 \cdot 40 \cdot 2999 \cdot (2999 - 5 \cdot 999) =$$~~

~~$$= 2999(2999 \cdot (-159) + 800 \cdot 999) = 2999(799200 - 476841) >$$~~

$$\begin{array}{r} \times 999 \\ \times 800 \\ \hline 799200 \\ 799200 \\ 799200 \\ \hline 799200 \\ + 799200 \\ \hline 1598400 \\ - 2999 \\ \hline 1595401 \end{array}$$

2 корня, выбираем тот, который больше 0. (такой есть, т.к.

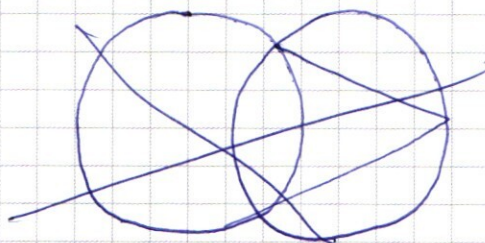
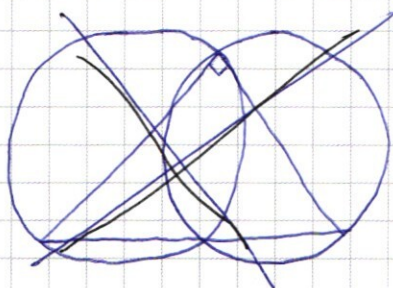
$x_1 \cdot x_2 = \frac{2999 - 5 \cdot 999}{40 \cdot 2999} < 0 \Rightarrow$ один корень больше, другой меньше 0)

(3)
(1): $k = \frac{2999}{1499} (1 + 3q)$ подставим $q \Rightarrow$ можно найти k .

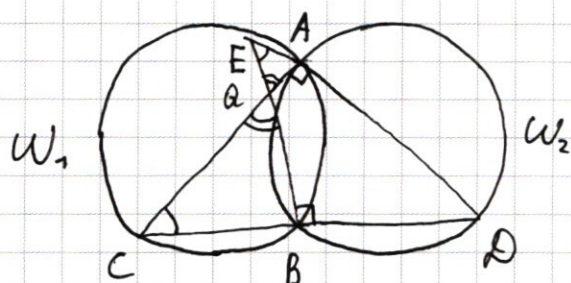
Ответ: увеличится в k раз.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N6.



a)



Пусть $BF \cap AD = E$

$AC \cap BE = Q$

$\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow CA \perp AD \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle QAE = 90^\circ,$

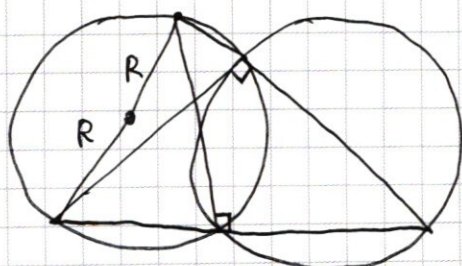
$EB \perp CD \Rightarrow \angle CBQ = 90^\circ.$

$\angle QCB = 90^\circ - \angle QCB =$

$= 90^\circ - \angle AQE = \angle AEQ, \text{ т.е.}$

$\angle AEB = \angle BCA$ - равные углы опираются на один отрезок AB . Значит сущ. единств. окр. проходящая через A, E, B, C .

Точки A, B, C уже лежат на окр. $W_1 \Rightarrow E \in W_1$. ~~Нужно~~



$$CF = 2R = 2 \cdot 13 = 26$$

№ 3.

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x(x-8)(x+8)+200} = (x+52) \cdot (x-46) \quad : ($$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \sqrt{x(x^2 - 64) + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$32^2 = (30+2)^2 = 900 + 120 + 4 = 1024$$

$$(x+3)^2 = 49$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x(x-8)(x+8)+200} = (x+52)(x-46)$$

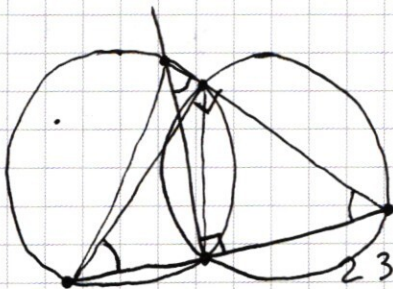
$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16$$

$$\begin{cases} y-x+8 \geq 0 \\ y+x+8 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow y=0$$

$$15 +$$

$$|x| - 15$$

$$y + \sqrt{8^2 + 7^2} = 8 + 16 = 24$$

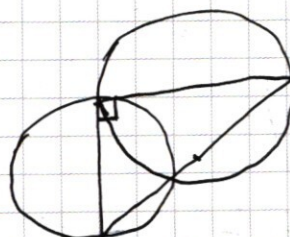
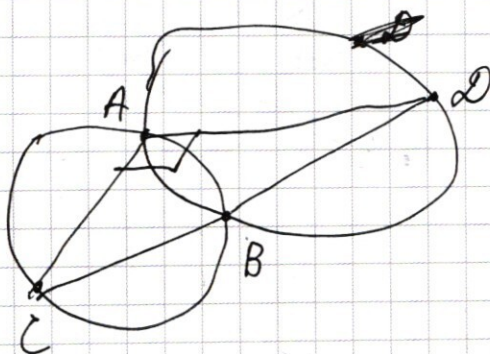


$$\begin{array}{r} 49 \\ + 64 \\ \hline 113 \end{array}$$

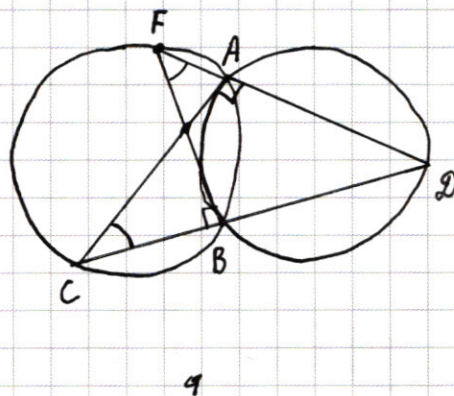
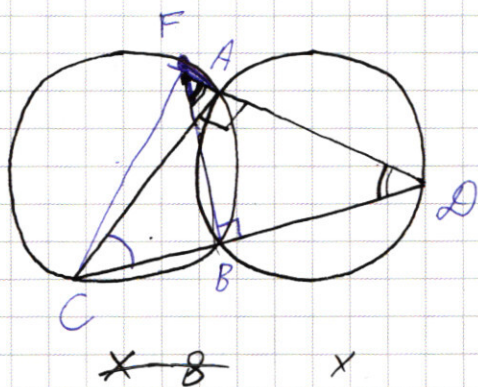
$$\begin{array}{r} 16+15 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$23^2 = (20+3)^2 = 400 + 120 + 9 = 529$$

$$24^2 = 400 + 160 + 16 = 576$$



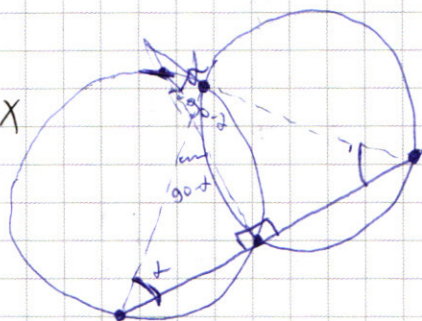
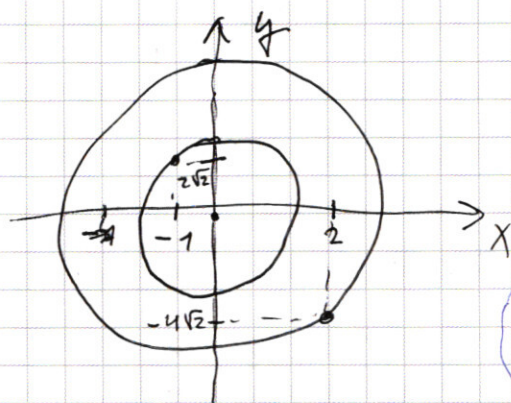
$$\begin{array}{r} 529 \\ \times 576 \\ \hline 1105 \end{array}$$



$$(1 + q + 40q^2) = \frac{5.999}{2.999}$$

$$2999 + 2999q + 40q^2 \cdot 2999 = 5.999$$

$$(40 \cdot 2999)q^2$$



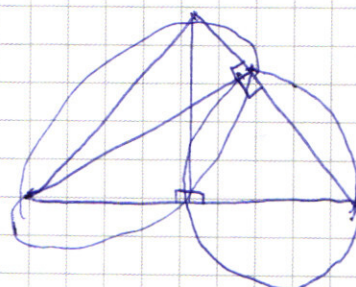
$$-159.2999$$

$$+2999$$

$$800.999$$

$$X_1 X_2 < 0$$

$$X_1 + X_2 > 0$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 4x^3 + 9x^3$$

$$x^3(4x+5) + x^3$$

$$x^2(4x^2 + 11) + x(5x^2 + 4) + 4 \geq 0$$

$$D \leq 0$$

$$(5x^2 + 4)^2 - 4 \cdot 4(4x^2 + 11) \leq 0$$

$$25x^4 + 40x^2 + 16 - 64x^2 - 16 \cdot 11 \leq 0$$

$$-24x^2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 4$$

$$25(x^2)^2 - 24(x^2) - 160 \leq 0$$

$$12^2 \frac{D}{4} = 144 + 160 \cdot 25 > 0$$

$$4x^4 + (x^2 + (4x - 5x^2)|x+2| + 4) > 0$$

$$4x^4 + (x+2)^2 - 5x^2|x+2| > 0$$

$$\geq 5x$$

$$+x^2 - 5x$$

$$x^2 = a; |x+2| = b$$

$$4a^2 + b^2 - 5ab > 0$$

$$4a^2 - 5ab + b^2 > 0$$

$$Pa$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{8}$$

$$= 1 \text{ или } \frac{1}{4}$$

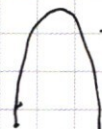
$$x^2 +$$

$$(a-1)(b-\frac{1}{4})$$

$$(b-1)(a-1)(a-\frac{1}{4})$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$(x^2 + 4x + 4)^2 =$$



$$m \cdot n \geq 0$$

$$\begin{cases} m \geq 0 \\ n \geq 0 \\ m \leq 0 \\ n \leq 0 \end{cases}$$

$$4a^2 - 4ab - ab + b^2$$

$$4a(a-b) - b(a-b)$$

$$(a-b)(4a-b) > 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{4}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{5}{4}$$

$$25 - 4$$

$$x^2 - |x+2| \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$a_1 \dots a_8$

$$a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_8 = 4900 = 7^2 \cdot 10^2 = 7 \cdot 7 \cdot 5^2 \cdot 2^2 = 7^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$$

остаточные - 1.

1) 2 2 5 5 7 7 и 1 1

2) 4 5 5 7 7 и 1 1 1

$$1) \frac{8!}{2^3 \cdot 2^4} = \frac{(8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)}{2^7} = \frac{40320}{128} = 315$$

4-4

$$2) \frac{8!}{2^2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{40320}{60} = 672$$

$$\begin{array}{r} \times 42 \\ 60 \\ \hline 2520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 56 \\ 30 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 7 \\ \hline 2520 \end{array}$$

$n = 3000$

3) $\frac{2520}{1680}$

Answer: 4200

$$\begin{array}{r} \times 7 \\ 168 \\ \hline 1176 \end{array}$$

55772200
55774000

№2.

1) $b_1, b_2, \dots, b_{3000} > 0$
 $S = \sum_{i=1}^{3000} b_i$ - сумма

$$S = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{n - 1} = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{2999}$$

2, 5, 8, ..., 2999

$$\frac{2998 + 2}{3}$$

$$\frac{2999 + 1}{3}$$

2) $b_1, b_2, 40b_3, b_4, b_5, 40b_6, \dots, 40b_{3000}$
SS - сумма

$SS = b_1(q$

1, 4, 7, ..., 2998

3) $b_1, 3b_2, b_3, 3b_4, \dots, 3b_{3000}$
kS - ?

русск 1 буга: 1000
2 буга: 1000
3 буга: 1000

$$\frac{q b_1^2 (q^{6000} - 1)}{1000} + \frac{40 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{b_1 (q^{1000} - 1)}$$

$$SS = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{999} + \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q b_1 (q^{3000} - 1) (b_1 (q^{3000} + 1) + 40q)} + \frac{40 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{999}$$

$$\begin{cases} S = b_1(q^{3000} - 1) \\ SS = \frac{b_1(q^{3000} - 1) \cdot (1 + q + 40q^2)}{999} \\ S_1 = \frac{b_1(q^{3000} - 1)(1 + 3q)}{1499} \\ S_1 - ? \end{cases}$$

$$5 = \frac{2999}{999} (1 + q + 40q^2)$$

$$\frac{S_1}{SS} = \frac{999}{1499} \cdot \frac{1 + 3q}{1 + q + 40q^2}$$

$$b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8$$

$$q \cdot b_1^2, q \cdot b_2^2, \dots$$

$$-5 \cdot 999 + 2999 + 2999q + 40 \cdot 2999q^2 = 0$$

$$(2999)^2 - 4(5 \cdot 999) =$$

$$S_1 = SS \cdot \frac{999}{1499} \cdot \frac{1 + 3q}{5 \cdot 999} \cdot 2999 \quad \Delta = (2999)^2 - 4(2999 - 5 \cdot 999) \cdot 40 \cdot 2999$$

$$S_1 = SS \cdot \frac{2999}{1499} \cdot \frac{(1 + 3q)}{5}$$

$$\begin{array}{r} 2999 \\ - 5998 \\ \hline 4996 \\ - 1996 \\ \hline 3000 \end{array}$$

$$(2999)^2 + 4 \cdot 1996 \cdot 40 \cdot 2999 = 2999(2999 + 16 \cdot 1996)$$

$$\frac{q \cdot b_1^2 (q^{3000} - 1)}{1499}$$

$$\begin{array}{r} \times 1996 \\ 16 \\ \hline 11976 \\ + 1996 \\ \hline 319360 \end{array}$$

$$4) \quad 4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 \mid x + 2 \mid + 4 \geq 0$$

$$1) \quad x \geq -2 \quad x^3 + 2x^2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$64 - 40 - 36 + 8 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \mid x - 2$$

$$\underline{4x^4 - 8x^3}$$

$$3x^3 - 9x^2$$

$$\underline{-3x^3 - 6x^2}$$

$$-3x^2 + 4x$$

$$\underline{-3x^2 + 6x}$$

$$-2x + 4$$

$$\underline{-2x + 4}$$

$$0$$

$$4 + 1 - 4 - 5 + 10 + 4$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$64 + 4 - 8 - 40 + 40$$

$$4x^3 - 4x^2 + 7x^2 + 7x + 4$$

$$4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 \mid x - 1$$

$$\underline{-4 + 3 + 3 - 2}$$

$$4x^3 - 4x^2$$

$$-4x^2 - 3x$$

$$\underline{-7x^2 - 7x}$$

$$4x - 2$$

$$4x - 4$$

(-1) (2)

$$4x^3 + 3x^2 - 3x - 2 \mid x + 1$$

$$\underline{4x^3 + 4x^2}$$

$$-x^2 - 3x$$

$$\underline{-x^2 - x}$$

$$-2x - 2$$

$$4x^2 - x - 2$$

$$1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 8}$$

$$8$$