

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\{b_n\}: \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} b_1 & b_1 q & b_1 q^2 & b_1 q^3 & b_1 q^4 & b_1 q^5 & b_1 q^6 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \quad \sqrt{2}$$

$$b_n > 0 \quad \forall n \Rightarrow q > 0.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^2-1} + \frac{b_2(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{b_3(q^{3000}-1)}{q^3-1} \\ 10 S = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{b_2(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{50 b_3(q^{3000}-1)}{q^3-1} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ \begin{array}{r} 1 \quad 0 \\ 1 \quad 1 \quad 1 \\ 1 \quad 2 \quad 1 \\ 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \end{array} \end{array}$$

↑
сумма чисел
на местах
 $3k+1$

↑
сумма
мест
 $3k+2$

↑
сумма
3k.

$$S = \frac{49 b_3 (q^{3000}-1)}{q^3-1}, \quad \text{где } S = \frac{b_1 (q^{3000}-1)}{q-1}$$

$$-40+89$$

$$9 \frac{b_1 (q^{3000}-1)}{q-1} = \frac{49 b_1 q^2 (q^{3000}-1)}{q^3-1}$$

$$\frac{9}{q-1} = \frac{49 q^2}{(q-1)(q^2+q+1)}; \quad 9q^2 + 9q + 9 = 49q^2;$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0; \quad D = 81 + 4 \cdot 9 \cdot 40 = 9(9+160) = 39^2$$

$$q_1 = \frac{9+39}{80} = \frac{48}{80} = \frac{3}{5}$$

$$q_2 = \frac{9-39}{80} < 0 \Rightarrow \emptyset$$

S_1 - сумма с увеличенными четными членами в 2r:

$$S_1 = \frac{b(q^{2 \cdot 1500} - 1)}{q^2 - 1} + \frac{2b_2(q^{2 \cdot 1500} - 1)}{q^2 - 1} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)(2q + 1)}{(q - 1)(q + 1)} \Rightarrow$$

$$S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$\Rightarrow S_1 = S \cdot \frac{2q + 1}{q + 1} = S \cdot \frac{\frac{6}{5} + 1}{\frac{3}{5} + 1} = \frac{11}{8} S$$

Ответ: При увеличении ~~числа~~ членов, стоящих на четных местах в 2 раза, сумма увеличится в $\frac{11}{8}$ раз.

$$\sqrt[3]{\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80}} = x^2 + 10x + 24$$

$$x^2 + 10x + 24 = 0$$

$$D/4 = 25 - 24 = 1; x = -6; -4 \Rightarrow x^2 + 10x + 24 = (x + 4)(x + 6)$$

По т. Безу, и рациональные корни уравнения, проверим $x = -4, -6$:

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 4x + 80 & x + 4 \\ \hline x^3 + 4x^2 & x^2 - 4x \\ \hline -4x^2 - 4x & x^2 - 4x \\ \hline -4x^2 - 16x & 12x + 80 \\ \hline 12x + 80 & \end{array}$$

$$(x + 6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x + 4)(x + 6)\sqrt{2}, \quad x = -6 - \text{корень уравнения}$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x + 4)\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} x^3 - 4x + 80 \geq 0 \\ x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 8x + 16) \end{cases}$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32; x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

По т. Безу и т. о рациональных корнях уравнения, проверим возможные корни: 48; 8, 6, 3, 2, 1, 4, 16

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x=4$; Схема Горнера:

	1	-2	-20	48
4	1	2	-12	0

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = (x-4)(x^2 + 2x - 12)$$

$$x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$D/4 = 1 + 12 = 13$$

$$x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{1}$$

$x=4$ — корень
уравнения

~~Ответ: $x=4$~~

Проверка корней:

$$x^3 - 4x + 80 \geq 0$$

$$x = -6: -216 + 24 + 80 < 0 \rightarrow \text{не подходит}$$

$$x = 4: 64 - 16 + 80 > 0 \rightarrow \text{подходит}$$

$$x = -1 - \sqrt{13}: -(1 + \sqrt{13})^3 + 4(1 + \sqrt{13}) + 80 =$$

$$= -(1 + 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{13} + 3 \cdot 1 \cdot 13 + 13\sqrt{13}) + 4 + 4\sqrt{13} + 80 = -(40 + 16\sqrt{13}) + 84 + 4\sqrt{13}$$

$$= 44 - 12\sqrt{13}; \quad 44 \quad \sqrt{12\sqrt{13}}$$

$$11 \quad \sqrt{3\sqrt{13}}$$

$$121 \quad \sqrt{9 \cdot 13} = 90 + 24 = 114 \Rightarrow 44 > 12\sqrt{13} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ подходит

$$x = -1 + \sqrt{13}: (\sqrt{13} - 1)^3 - 4(\sqrt{13} - 1) + 80 = 13\sqrt{13} - 3 \cdot 13 \cdot 1 + 3 \cdot \sqrt{13} \cdot 1 - 1 - 4\sqrt{13} + 4 + 80$$

$$= 12\sqrt{13} + 44 > 0 \Rightarrow \text{подходит}$$

Ответ: $4; -1 \pm \sqrt{13}$

№4

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$$

$$\left[\begin{cases} x \geq 2 \\ 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0 \end{cases} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{cases} x \geq 2 \\ x^2(2x^2 - 3x + 6) + (x-2)^2 \geq 0 \end{cases} \right]$$

$$\left[\begin{cases} x < 2 \\ 2x^4 + x^2 - 4x + 3x^2(x-2) + 4 \geq 0 \end{cases} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{cases} x < 2 \\ x^2(2x^2 + 3x - 6) + (x-2)^2 \geq 0 \end{cases} \right]$$

Заменим следующие факторы:

$$x^2 \geq 0 \text{ при } \forall x$$

$$2x^2 - 3x + 6 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 6 \cdot 2 = 9 - 48 = -39 < 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x + 6 > 0 \text{ при } \forall x$$

~~$$x^2(2x^2 - 3x + 6) + (x-2)^2 \geq 0$$~~

$$(x-2)^2 \geq 0 \text{ при } \forall x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2(2x^2 - 3x + 6) + (x-2)^2 \geq 0 \text{ при } \forall x \Rightarrow x \geq 2.$$

$$\left[\begin{cases} x \geq 2 \\ x < 2 \\ x^2(2x^2 + 3x - 6) + (x-2)^2 \geq 0 \end{cases} \right]$$

$$2x^4 + 3x^3 - 6x^2 + x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

Возм. корни: $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm \frac{1}{2}$

Замечая, что $2 + 3 - 5 - 4 + 4 = 0 \Rightarrow x = 1$ - корень.

	2	3	-5	-4	4
1	2	5	0	-4	0

$$\Rightarrow 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 = (x-1)(2x^3 + 5x^2 - 4)$$

$$2x^3 + 5x^2 - 4 = 0, \text{ возможные корни те же.}$$

проверим $x = -2$: $-16 + 20 - 4 = 0 \Rightarrow x = -2$ - корень

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$$2x^3 + 5x^2 - 4 = 0$$~~

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & 2 & 5 & 0 & -4 \\ -2 & 2 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

$$2x^3 + 5x^2 - 4 = (x+2)(2x^2 + x - 2)$$

$$2x^2 + x - 2 = 0$$

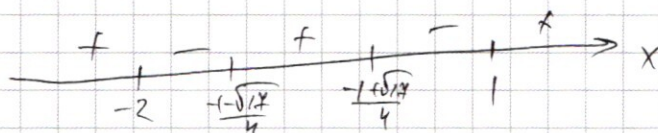
$$D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 2 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$x^2(2x^2 + 3x - 6) + (x-2)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2)\left(x - \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{-1-\sqrt{17}}{4}\right)$$

$$\sqrt{17} \approx 4,123$$

$$x \approx \frac{-1-4}{4} = -1,25; \quad \frac{-1+4}{4} = 0,75$$



$$\begin{cases} x \in (-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1-\sqrt{17}}{4}; -\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; +\infty) \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1-\sqrt{17}}{4}; -\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; 2)$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \in (-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1-\sqrt{17}}{4}; -\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1-\sqrt{17}}{4}; -\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; +\infty)$$

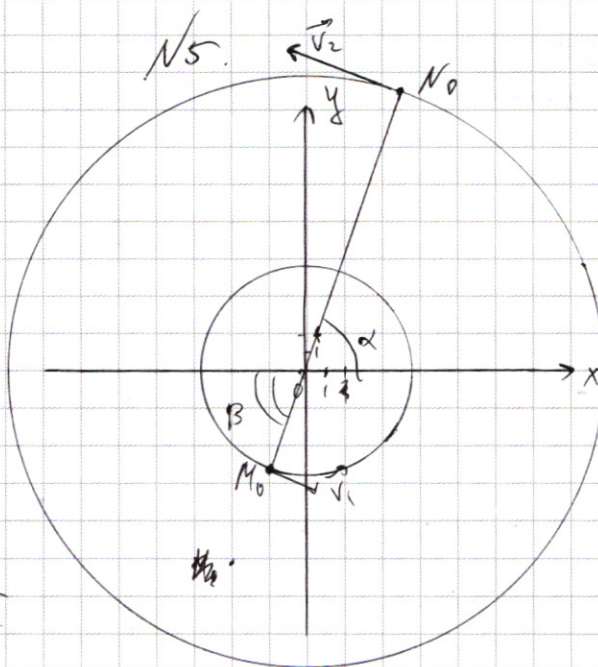
$$\text{Ответ: } (-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1-\sqrt{17}}{4}; -\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; +\infty)$$

Дано:

$$M_0(-2; -2\sqrt{4})$$

$$N_0(5; 5\sqrt{4})$$

$$V_1 = 2V_2$$



1) Найдём радиусы окружностей:

$$R_1 = \sqrt{4 + 4 \cdot 4} = 2\sqrt{5} = 4\sqrt{2}$$

$$R_2 = \sqrt{25 + 25 \cdot 4} = 5 \cdot 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

2) Найдём угловые скорости водометки (1) и хвоста (2), после чего перейдём к сдвину, вызванному с хвостом (1).

(разу замечим, что расстояние наименьшее $\Leftrightarrow$ когда м.М и м.Н (боды для прогн. момента вращения) лежат на одной радиусе (т.е. $y_M = k y_m$, $y_N = k y_n$)

$$\omega_1 = \frac{V_1}{R_1}; \quad \omega_2 = \frac{V_2}{R_2}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{V_1 R_2}{V_2 R_1} = 2 \cdot \frac{10}{4} = 5; \quad \omega_1 = 5 \omega_2$$

Замечим, что $\tan \alpha = \tan \beta = \sqrt{4} \Rightarrow M_0$ и N_0 радиально противоположны. $\Rightarrow \varphi$ - угол, отсчитываемый против часовой стрелки со знаком +, где $\varphi = 0 \Rightarrow$ совм. осм ОХ. $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \varphi_{02} = \alpha; \quad \varphi_{01} = \pi + \alpha$$

Чтобы м.М и м.Н лежали на прямой $y = kx$ необходимо условие будет $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$ ~~и $k \neq 0$~~

$$\varphi_1 = \varphi_{01} + \omega_1 t; \quad \varphi_2 = \varphi_{02} + \omega_2 t$$

$$2 + t(\omega_1 - \omega_2) = 2\pi k; \quad t = \frac{2\pi k - 2}{\omega_1 - \omega_2}, \quad \text{где } \alpha = \arctg(\sqrt{4})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$t = \frac{2\pi k - \arctg(\sqrt{2})}{4\omega_2} - \text{время встречи}$$

Координаты N в момент t можно получить так:

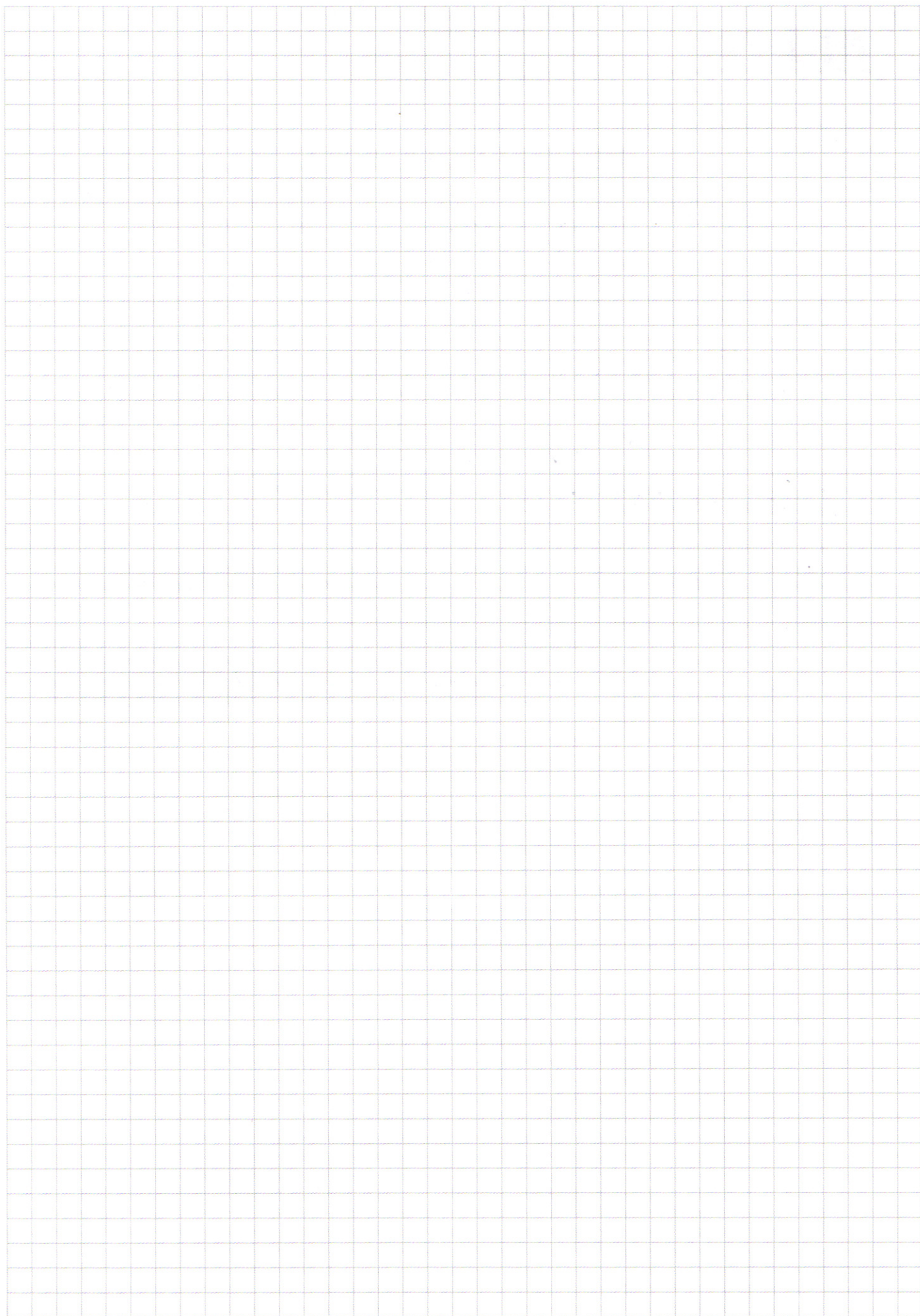
$$N(R_2 \cdot \cos(\varphi_{02} + \omega_2 t), R_2 \cdot \sin(\varphi_{02} + \omega_2 t))$$

$$N\left(R_2 \cdot \cos\left(\alpha + \frac{2\pi k - \alpha}{4}\right); R_2 \cdot \sin\left(\alpha + \frac{2\pi k - \alpha}{4}\right)\right)$$

$$N\left(10\sqrt{2} \cdot \cos\left(\frac{\arctg(\sqrt{2}) + 2\pi k}{4}\right); 10\sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\arctg(\sqrt{2}) + 2\pi k}{4}\right)\right), k \in \mathbb{N}$$

Ответ: Положение пункта — точку N , её координаты можно определить как:

$$N\left(10\sqrt{2} \cdot \cos\left(\frac{\arctg(\sqrt{2}) + 2\pi k}{4}\right); 10\sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\arctg(\sqrt{2}) + 2\pi k}{4}\right)\right), k \in \mathbb{N}$$



☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 8
(Нумеровать только чистовики)

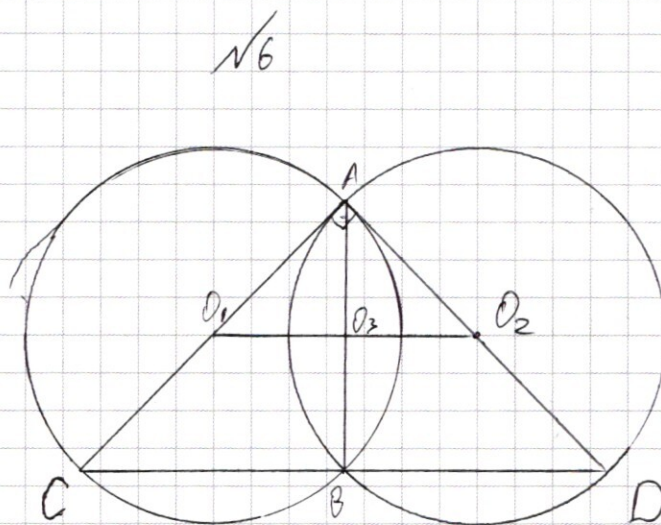
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Dano:

$$\omega_1(0, R)$$
$$\omega_2(\mathcal{O}_L, R)$$
$$R=5$$
$$\omega_1 \cap \omega_2 = m.A; m.B.$$
$$\angle CAD = 90^\circ$$

Q) $\theta_F = ?$

8) $BC = 6$; $S_{ACF} = ?$


$$1) \angle ACD = \angle ADC, \text{ т.к. } \text{треугольник } ACD \text{ равнобедренный}$$

впис. угол, опирающийся на дугу AB (а окружности равные)

$$\Rightarrow \angle ACD = \angle ADC = \frac{180-90}{2} = 45^\circ \text{ (no c-me } \angle \text{ b/w CAD)} \Rightarrow$$

2) $AB = \omega_1 \cap \omega_2 \Rightarrow AB \perp O_1O_2$ (в $\triangle O_1O_2B$ - HO , $AO_1 = O_2B$)

3) $AB \cap O_1 O_2 = O_3$

$$O, A \models O, A \models R$$

AO_3 - серед. $AB \perp O_1O_2$

$$\Rightarrow \Delta P_1AO_3 = \Delta P_2AO_3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \angle O_1AO_3 = \angle O_2AO_3 =$$
$$\therefore \angle A O_3 = \angle A O_2 O_3 = 45^\circ$$

4) $\angle A O_2 O_3 = 45^\circ$; $\angle ADC = 45^\circ \Rightarrow O_1 O_2 \parallel CD. \Rightarrow$

$$\Rightarrow AB \perp CD; \text{ ~~BC = BD~~ } \Rightarrow AC = AD = 2R$$

5) $AB \perp CD$

$$\left. \begin{array}{l} AB \perp CD \\ \angle ACD = \angle ADC = 45^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow AB = BC = CD = DF (\Rightarrow F \equiv A)$$
$$BF = BC = 2R \cdot \cos 45^\circ = 2R \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

Problem: ~~8~~ a) $BF = 5\sqrt{2}$; d) $S_{ACF} = 0$

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 & ① \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a & ② \end{cases}$$

$$① |y-6-x| + |y-6+x| = 12$$

$$1) y \geq 6+x \vee y \geq -x+6$$

$$y-6-x + y-6+x = 12$$

$$y = 12$$

$$2) y < x+6 \vee y > -x+6$$

$$-y+6+x + y-6+x = 12$$

$$x = 6$$

$$3) y < x+6 \vee y < -x+6$$

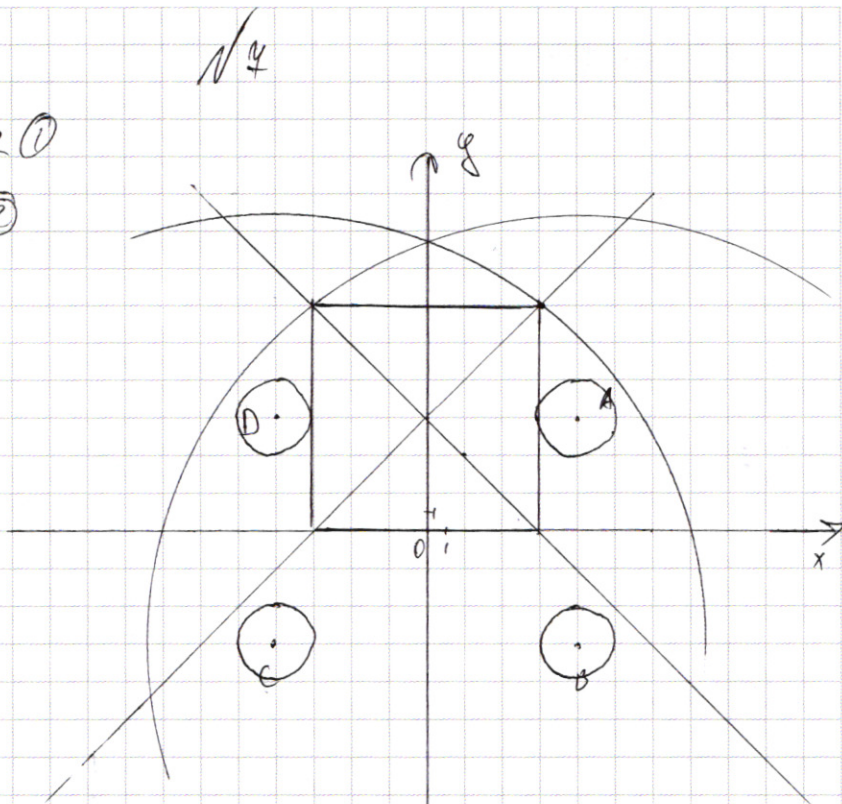
$$-y+6+x - y+6-x = 12$$

$$y = 0$$

$$4) y \geq x+6 \vee y < -x+6$$

$$y-6-x - y+6-x = 12$$

$$x = -6$$



① - квадрат с центром (0; 6)

② - четыре окр-ти радиуса $\sqrt{a}$ и центры (8; 6), (-8; 6), (-8; -6), (8; -6) - т.е. симметричны по обеим осям.

По рисунку очевидно, возможно только 2 случая:

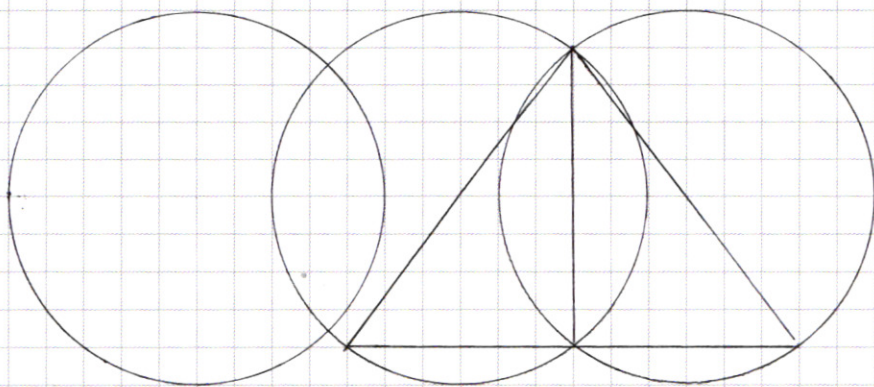
1) A и D касаются стороны квадрата, $a = 4r^2$, где $r = 2$.

$$\Rightarrow a = 4$$

2) C и D проходят через ^{самые} дальние вершины квадрата.

$$R = \sqrt{(6-8)^2 + (12-6)^2} = \sqrt{4+36} = 2\sqrt{10} \Rightarrow a = \sqrt{2510}$$

Ответ: ~~$a \in \mathbb{R}$~~ $a = \sqrt{2510}; 4$



$$9: 1 + (y-6)^2 = 2$$

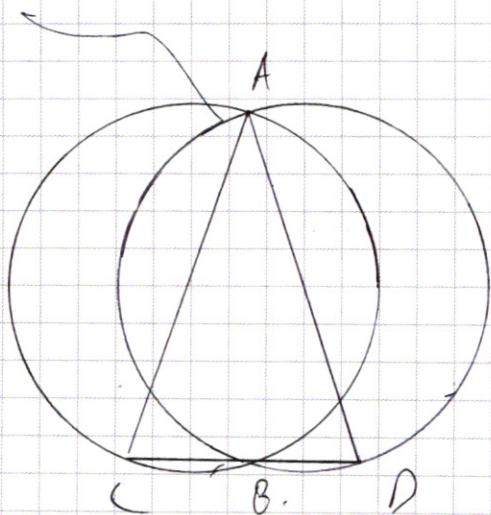
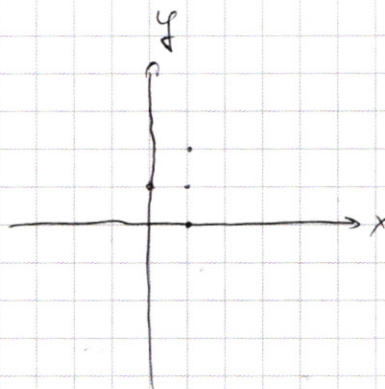
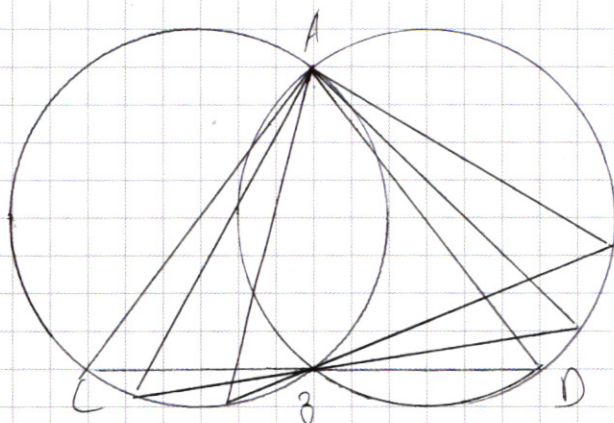
$$(y-6)^2 = 1$$

$$y = 1+6 = 7$$

$$y = 5,$$

$$r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$$

$$r^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2$$



$$x^2 + y^2 = 2$$

$$y^2 = 2.$$

$$x^2 + (y-1)^2 = 2.$$

$$(y-1)^2 = 2.$$

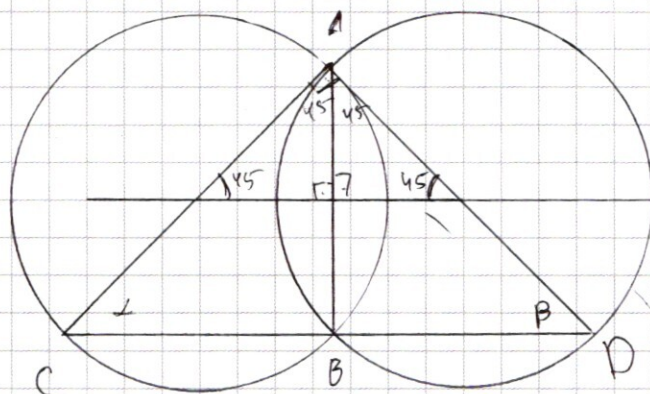
$$1 + (y-1)^2 = 2.$$

$$y-1 = \pm 1$$

$$y = 2$$

$$y = 0.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$y \geq 6+x$$

$$y-6-x+y-6+x=12$$

$$2y=24; y=12$$

$$-y+6+x+y-6+x=12$$

$$y \leq 6+x \quad 2x=12$$

$$y \geq 6-x \quad x=6$$

$$y-6-x+y-6-x=12$$

$$x=-6$$

$$-y+6+x-y+6-x=12$$

$$y=0$$

$$a=1$$

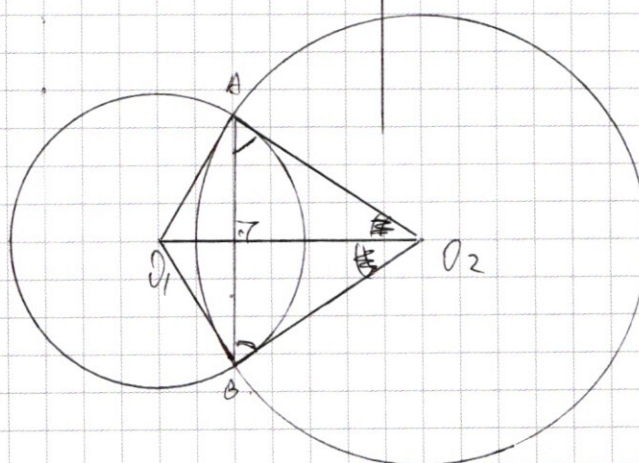
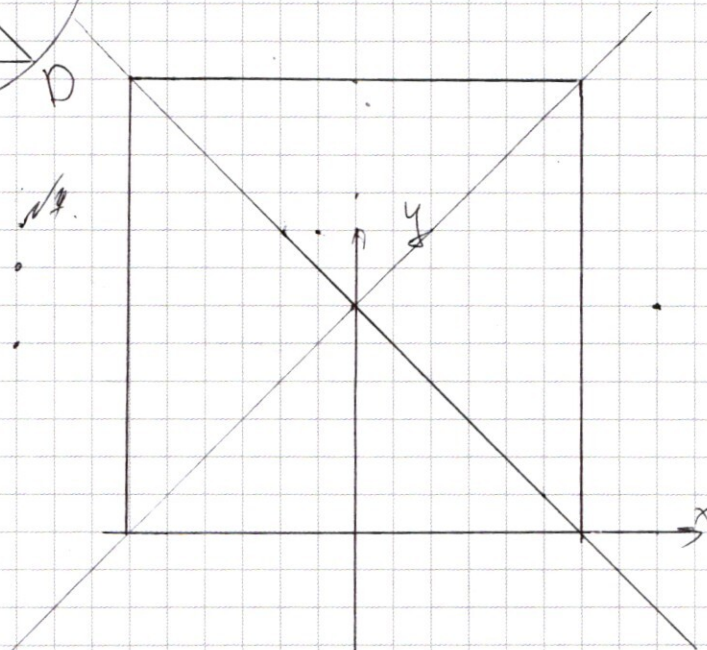
$$(-1; 0): 1 + 36 \neq 0$$

$$-2: 1 + (y-6)^2 = 2$$

$$(y-6)^2 = 1$$

$$|y-6| = 1$$

$$|y| = 5$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{5}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24 \quad \sqrt{3}$$

1	-2	-20	48
4	16	-12	0

$x^2 + 10x + 24 = 0 = (x+4)(x+6)$
 $D/4 = 25 - 24 = 1$
 $x = \frac{-5 \pm 1}{1} = -4$
 $x = -6$

$\left(\frac{x+6}{\sqrt{2}}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24 = (x+4)(x+6)$
 $x = -6$ — решение.

$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)\sqrt{2}$

$$\begin{cases} x^3 - 4x + 80 \geq 0 \\ x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32; x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0 \end{cases}$$

$48 = 2 \cdot 3 \cdot 2^3 = 2^4 \cdot 3$
 $48: 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24;$
 $8: 2; 8$
 $-2: -16 \cdot -4 + 8 \neq 0$
 $3: -11 \cdot 1 + 8 \neq 0$
 $-3: -11 \cdot 5 + 8 \neq 0$
 $4: -4 \cdot 2 + 8 = 0$

$64 - 2 \cdot 16 - 20 \cdot 4 + 48 = 112 - 32 - 80 = 0$

$y - 6 - x \geq 0$
 $y \geq x + 6$
 $y \geq -x + 6$

$R_1 = 4\sqrt{2}, R_2 = 10\sqrt{2}$
 $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{4\sqrt{2}}, \frac{1}{R_2} = \frac{1}{10\sqrt{2}}$
 $\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = \frac{1}{4\sqrt{2}} - \frac{1}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{10\sqrt{2}}$
 $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{10\sqrt{2}}$

$64 - 16 = 80$

$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$
 $x^2(x-2) - 20(x-2) + 8 = 0$
 $(x^2 - 20)(x-2) + 8 = 0$
 $(x^2 - 20)(x-2) = -8$
 $\frac{-8}{x^2 - 20} = x - 2$
 $\frac{-8}{x^2 - 20} = x - 2$
 $\frac{-8}{x^2 - 20} = x - 2$

$4 < \sqrt{20} < 5$
 $[2; 4]$
 $(-\infty; -9)$

$$2 \cdot (-8) + 5 \cdot 4 + 4 = -16 + 20 + 4 = 0.$$

$$\frac{12}{2} \cdot \frac{5}{1} = 4$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 4 \geq 3x^2(x-2)$$

$$3x^2(x-2)$$

$$\begin{cases} 3x^2(x-2) \leq 2x^4 + 3x^2(x-2) \\ 3x^2(x-2) \geq -2x^4 - (x-2)^2 \end{cases}$$

$$2x^4 + (x-2)(x-2-3x^2) \geq 0$$

$$2x^4 + (x-2)(3x^2+x-2) \geq 0$$

$$3x^2+x-2 =$$

$$x^2(2x^2-3|x-2|) + (x-2)^2 \geq 0$$

$$x \geq 2 \quad x \geq 2$$

$$x^2(2x^2-3x+6) + (x-2)^2 \geq 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 6 \cdot 2 \leq 0$$

$$x^2(2x^2-3x+6) + (x-2)^2 \geq 0$$

$$\sqrt{0}$$

$$\sqrt{0}$$

$$\sqrt{0}$$

$$2x^2+3x-6=0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 6 \cdot 2 = 9 + 48 = 57$$

$$2x^4 + 3x^3 - 6x^2 + x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$\pm 1, \pm 2, \pm 4$$

$$2 \cdot 3 - 5 - 4 \cdot 4 = 0 \Rightarrow x = 1 - \text{корень}$$

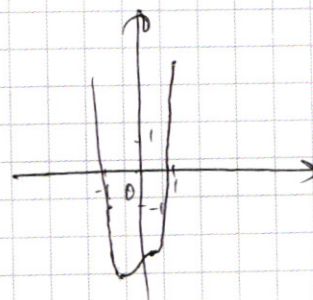
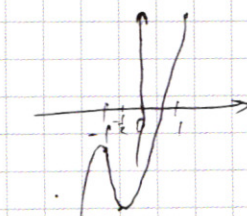
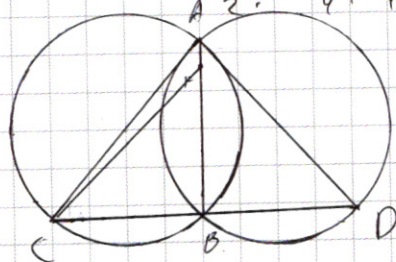
$$\pm \frac{1}{2}$$

$$-1: -2 + 5 - 4 = -1 \quad 1: 2 + 5 - 4 = 3$$

$$\text{корень где то } (-1/1)$$

$$-\frac{1}{2}: -2 \cdot \frac{1}{8} + \frac{5}{4} - 4 = -\frac{1}{4} + \frac{5}{4} - 4 = 1 - 4 = -3$$

$$\frac{1}{2}: \frac{1}{4} + \frac{5}{4} - 4 = \frac{6-16}{4} = -\frac{10}{4} \approx -2,5$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$$400 = 2 \cdot 350 = 2 \cdot 7 \cdot 50 = 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

все эти цифры
числа

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 =$$

$$= 8!$$

$$8 \cdot 7 = 56$$

$$56 \cdot 36 \cdot 20$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 36 \\ \hline 336 \\ + 1680 \\ \hline 2016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2016 \\ \times 20 \\ \hline 0000 \\ + 40320 \\ \hline 40320 \end{array}$$

учитывает повторения, что

$$27552111 \equiv 27552111 \equiv$$

$$\equiv 27552111$$

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_{\infty} = \frac{b_1}{1 - q}$$

$$b_1, b_1 q, b_1 q^2, b_1 q^3$$

$$2, 3, 4$$

$$S_n = \frac{b_1(q^{n+1} - 1)}{q - 1}$$

чисел, кратных 3и-

$$= \frac{b_1(q^{n_1} - 1)}{q_1 - 1} + \frac{b_2(q^{n_2} - 1)}{q_2 - 1} + \frac{b_3(q^{n_3} - 1)}{q_3 - 1}$$

$$- 3000/3 = 1000$$

$$b_1, b_1 q, b_1 q^2, b_1 q^3, b_1 q^4$$

$$1, 2, 3, 4, 5$$

$$n_1 = n_2 = n_3 = 1000 \quad [q_1 = q^3]$$

$$S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{b_2(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{b_3(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$b_1 q^5, b_1 q^6, b_1 q^7$$

$$6, 7, 8$$

$$10 S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{b_2(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{50 b_3(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S = \frac{49 b_3 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$3000/2 = 1500$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 6 & 6q & 6q^2 & 6q^3 & 6q^4 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array}$$

$$S_1 = \frac{6_1 (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} + \frac{26_2 (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} =$$

$$= \frac{6_1 (q^{3000} - 1) (q+1)}{(q-1)(q+1)} = \frac{6_1 (q^{3000} - 1) (2q+1)}{q^2 - 1}$$

$$S = \frac{6_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$S = \frac{49 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{(q-1)(q^2+q+1)}$$

$$\frac{26_1 (q^{3000} - 1)}{q-1} = \frac{49 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{(q-1)(q^2+q+1)}$$

$$2q^2 + 2q + 2 = 49q^2$$

$$40q^2 - 2q - 2 = 0$$

$$81 + 4 \cdot 9 \cdot 40 = 9(9 + 160) = 9 \cdot 169 = (3 \cdot 13)^2$$

$$= (39)^2$$

$$q = \frac{9 + 39}{80} = \frac{48}{80} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$S_1 = S \frac{2q+1}{q+1} = S \frac{\frac{6}{5}+1}{\frac{3}{5}+1} = \frac{11}{8} S$$

$$48 = 68 = 2 \cdot 3 \cdot 8 = 4 \cdot 4 \cdot 3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -2$$

$$x_1 x_2 x_3 = 48$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 < 0 \\ \text{корни} \end{cases}$$

$$-2 - 3 + 8 = 2$$

$$(-2)(-3)8 = 48$$

$$q^3 = 64$$

$$-8 - 8 + 40 + 48 = 60$$

$$-64 - 32 + 80 + 48 =$$

$$= 48 = 2 \cdot 3 \cdot 2^3$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 6 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$216 - 22372 - 120 + 48$$

$$-216 + 42 + 120 + 48$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} 1 & -2 & -20 & 48 \\ \hline 6 & -10 & 0 & -48 \end{array}$$