

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФ:

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$, 5 и 7 - простые, $5^2 = 25 > 9$, $7^2 = 49 > 9 \Rightarrow$ в нашем числе есть ровно 2 цифры 5 и ровно 2 цифры 7, оставшиеся 4 цифры в произведении дают 4 $\Rightarrow$ это либо 2 двойки и 2 единицы, либо четверка и 3 единицы, т.е. наше число состоит либо из цифр набора (1, 1, 2, 2, 5, 5, 7, 7), либо из цифр набора (1, 1, 1, 4, 5, 5, 7, 7), чисел, состоящих из цифр первого набора ровно $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$, а чисел из цифр второго набора ровно $\frac{8!}{3! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 2!} = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ (никакая из цифр не 0 $\Rightarrow$ любая перестановка образует число), тогда суммарно их $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 + 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 (3 + 2) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 100 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 100 \cdot 42 = 4200$

Ответ: 4200

№2

Пусть $\frac{b_2}{b_1} = q$, тогда $b_n = q^{n-1} \cdot b_1$, т.к. это геом. прогрессия.

$S = b_1 + b_2 + \dots + b_{3000} = b_1 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q - 1}$ ($q \neq 1$, т.к. иначе $b_1 = b_2 = \dots = b_{3000}$, $b_3 + b_6 + \dots + b_{3000} = \frac{S}{3}$; при увеличении каждого из них в 4 раза

сумма станет $40 \frac{S}{3} + \frac{4S}{3} = \frac{42}{3}S = 14S \neq 5S$, т.к. $S > 0$, противоречие).

$b_3, b_6, \dots, b_{3000}$ - геом. прогр. со знаменателем $q^3 \Rightarrow S_3 = b_3 + b_6 + \dots + b_{3000} = b_3 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} = b_3 \cdot q^2 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{(q-1)(q^2+q+1)} = S \cdot \frac{q^2}{q^2+q+1}$, тогда сумма $b_1 + b_2 + b_4 + b_5 + \dots + b_{2998} + b_{2999} = S \cdot \frac{q+1}{q^2+q+1}$, тогда сумма всех, после увеличения каждого y которого номер i в 40 раз будет $40 \cdot S \cdot \frac{q^2}{q^2+q+1} + S \cdot \frac{q+1}{q^2+q+1}$, с другой стороны это $5S$, т.е. $S \left(\frac{40q^2+q+1}{q^2+q+1} \right) = 5S$, т.е. $\frac{40q^2+q+1}{q^2+q+1} = 5$

$$40q^2 + q + 1 = 5q^2 + 5q + 5$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$D = 16 - 4 \cdot (-4) \cdot 35 = 16 + 16 \cdot 35 = 16 \cdot 36 \Rightarrow \sqrt{D} = 4 \cdot 6 = 24$$

$$q_{1,2} = \frac{4 \pm 24}{70} \text{ но } q > 0, \text{ т.к. иначе } q_1 \text{ и } q_2 \text{ р } b_1 \text{ и } b_2$$

разного знака, что противоречит условию $\Rightarrow q = \frac{28}{70} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

$b_2, b_4, \dots, b_{3000}$ - геом. прогр. со знаменателем $q^2 \Rightarrow S_2 = b_2 + b_4 + \dots + b_{3000} = b_2 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1} = b_2 \cdot q \cdot \frac{q^{3000} - 1}{(q-1)(q+1)} = S \cdot \frac{q}{q+1}$, значит сумма $b_1 + b_3 + \dots + b_{2999} = S \cdot \frac{1}{q+1}$, тогда сумма всех, после увеличения в 40 раз тех, кто стоит на четных местах будет $3S \cdot \frac{q}{q+1} + S \cdot \frac{1}{q+1} = S \cdot \frac{3q+1}{q+1} = S \left(3 - \frac{2}{q+1} \right) = S \cdot \left(3 - \frac{2}{\frac{2}{5}+1} \right) = S \cdot \left(3 - \frac{2}{\frac{7}{5}} \right) = S \cdot \left(3 - \frac{10}{7} \right) = S \cdot 4 \cdot \frac{11}{7}$, т.е. сумма увеличилась в $\frac{11}{7}$ раз

Ответ: увеличится в $\frac{11}{7}$ раз

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

14

Рассмотрим 2 случая: $x \geq -2$ и $x < -2$:

при $x < -2$ $|x+2| = -x-2$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(-x-2) + 4 > 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 > 0$$

$$(4x^4 + 5x^3 + 3) + (11x^2 + 4x + 1) > 0$$

$4x^4 + 5x^3 + 3 > 0$, т.к. производная $16x^3 + 15x^2 = x^2(16x + 15)$,
корни 0 и $-\frac{15}{16}$, при $x < -\frac{15}{16}$ производная < 0 ,
при $x > -\frac{15}{16}$ производная $> 0 \Rightarrow$ при $x = -\frac{15}{16}$ мини-
мум выражения

$$4 \cdot \frac{3^4 \cdot 5^4}{2^{16}} - 5 \cdot \frac{3^3 \cdot 5^3}{2^{12}} + 3 > 0 \quad | \cdot 2^{14}$$

$$3^4 \cdot 5^4 - 3^3 \cdot 5^4 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^{14} > 0$$

$$3^3 \cdot 5^4 (3 - 2^2) + 3 \cdot 2^{14} > 0$$

$$-3^3 \cdot 5^4 + 3 \cdot 2^{14} > 0 \quad | :3$$

$$2^{14} > 3^2 \cdot 5^4$$

$$(2^7)^2 > (3 \cdot 5^2)^2$$

$$2^7 > 3 \cdot 5^2$$

$$128 > 75.$$

$11x^2 + 4x + 1 > 0$, т.к. производная $22x + 4$, корни
 $-\frac{2}{11}$, при $x < -\frac{2}{11}$ производная < 0 , при $x > -\frac{2}{11}$
производная $> 0 \Rightarrow$ при $x = -\frac{2}{11}$ минимум выраже-
ния.

$$11 \cdot \frac{2^2}{11^2} - 4 \cdot \frac{2}{11} + 1 > 0 \quad | \cdot 11$$

$$4 - 8 + 11 > 0$$

$$7 > 0$$

Получили, что $4x^4 + 5x^3 + 3 > 0$ при $\forall x \in \mathbb{R}$, $11x^2 + 4x + 1 > 0$,
при $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 > 0$ для целых при
 $\forall x \in \mathbb{R}$ значит $\forall x < -2$ неравенство из
условия верно. (т.е. $x \in (-\infty; -2)$)

Случай 2:

$x \geq -2$, тогда исходное нер-во переписывается так: $|1x+2| = x+2$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x(x+2) + 4 > 0$$

$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 > 0$, подбором получаем, что
 $x = -1$ и $x = 2$ - корни левой части, делим

столбиком левую часть на $(x+1)(x-2)$, получаем, что $4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 = (x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2)$

$(x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2) \geq 0$, решаем $4x^2 - x - 2$ через
дискриминант, получаем, что $4x^2 - x - 2 =$
 $= 4 \left(x - \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right) \left(x - \frac{1 - \sqrt{33}}{8} \right)$

$$(x+1)(x-2) \cdot 4 \left(x - \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right) \left(x - \frac{1 - \sqrt{33}}{8} \right) \geq 0$$

$$6 > \sqrt{33} > 5 \Rightarrow \frac{1 + \sqrt{33}}{8} > 0; \frac{1 - \sqrt{33}}{8} > -1, \text{ получаем, что}$$

нужное нам нер-во ($4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$) выполняется
при $x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{8}; \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$, мы рассматриваем
только $x \in [-2; +\infty)$, получается при

$x \in [-2; -1] \cup \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{8}; \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$ нер-во из условия
выполняется. Осталось объединить эти 2 реше-
ния, получили $x \in (-\infty; -2) \cup [-2; -1] \cup \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{8}; \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$,

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

это то же самое, что $(-\infty; -1] \cup [\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}] \cup [2; +\infty)$

Ответ. $x \in (-\infty; -1] \cup [\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}] \cup [2; +\infty)$

№5

Окружность, по которой движется карась назовём первой, её радиус $r_1 = \sqrt{(-1)^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3$, Окружность, по которой движется пескарь назовём второй, её радиус $r_2 = \sqrt{2^2 + (-4\sqrt{2})^2} = 6$. Построим зависимость угла между ~~векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$~~ между положительным направлением оси x и направлением из $(0,0)$ на карася от времени $\angle_1(t)$ (единицы времени выберем так, чтобы карась проплывал ~~равное~~ ^{равное} расстояние, равное длине дуги в 1° окружности по которой он плывёт), ~~тогда~~ ^{тогда} $t=0$ - начальное время, $\angle_1(0) = \arcsin(\frac{1}{3\sqrt{2}}) = \frac{1}{6}$ радиан, тогда $\angle_1(t) = \frac{1}{6} - t$. Также построим зависимость угла между положительным направлением оси x и направлением из $(0,0)$ на пескаря $\angle_2(t)$, за-

заметим, что $\alpha_2(0) = \alpha_1(0) - 180^\circ$, т.е. точки $M_0, (0,0), N_0$ лежат на прямой (прямой $(0,0)$ между M_0 и N_0), т.е. $\alpha_2(0) = \alpha - 180^\circ$, так же заметим, что угловая скорость пещера в 5 раз меньше угловой скорости карася, т.е. его линейная скорость в 2,5 раза меньше, а радиус окружности R_2 в 2 раза больше R_1 , тогда $\alpha_2(t) = \alpha - 180^\circ - \frac{t}{5}$. Заметим, что кратчайшее расстояние между ними тогда и только тогда, когда $\alpha_1(t) - \alpha_2(t) = 360^\circ \cdot k, k \in \mathbb{Z}$, тогда $\alpha - t - \alpha + 180^\circ + \frac{t}{5} = 360^\circ \cdot k$

$$180^\circ - \frac{4}{5}t = 360^\circ \cdot k \quad | \cdot \frac{5}{4}$$

$$225^\circ - t = 360^\circ \cdot k + 90^\circ \cdot k$$

$$t = 225^\circ - 360^\circ \cdot k - 90^\circ \cdot k$$

$$\frac{t}{5} = 45^\circ - 90^\circ \cdot k.$$

Положение пещера в момент времени t
 это $(6 \cos(\alpha_2(t)), 6 \sin(\alpha_2(t))) = (6 \cos(\alpha - 180^\circ - \frac{t}{5}), 6 \sin(\alpha - 180^\circ - \frac{t}{5}))$
 $= (-6 \cos(\alpha - \frac{t}{5}), -6 \sin(\alpha - \frac{t}{5}))$
 $= -6 \cos(\alpha - \frac{t}{5}) = -6 \cos \alpha \cos \frac{t}{5} - 6 \sin \alpha \sin \frac{t}{5} = -6 \cdot (-\frac{1}{3}) \cos \frac{t}{5} - 6 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \sin \frac{t}{5}$, при $k=4$ $\cos(\frac{t}{5}) = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sin \frac{t}{5} = \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$, полу-
 чается $\frac{2}{\sqrt{2}} - 4 = \sqrt{2} - 4$, при $k=1$ $\cos(\frac{t}{5}) = \cos(-45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}$,
 $\sin \frac{t}{5} = \sin(-45^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, получается $\frac{2}{\sqrt{2}} + 4 = 4 + \sqrt{2}$; при $k=2$
 $\cos(\frac{t}{5}) = \cos(-135^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sin(\frac{t}{5}) = \sin(-135^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, получается

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$-\frac{2}{\sqrt{2}} + 4 = \underline{4 - \sqrt{2}}, \text{ при } k \equiv 3 \quad \cos\left(\frac{t}{5}\right) = \cos(-225^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{2}}; \text{ ~~при~~$$

$$\sin\left(\frac{t}{5}\right) = \sin(-225^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ получается } -\frac{2}{\sqrt{2}} - 4 = \underline{-4 - \sqrt{2}}$$

$$-6 \cdot \sin\left(2 - \frac{t}{5}\right) = -6 \sin 2 \cos \frac{t}{5} + 6 \sin \frac{t}{5} \cos 2 = -6 \frac{2\sqrt{2}}{3} \cos \frac{t}{5} + 6 \cdot \frac{1}{3} \sin \frac{t}{5},$$

$$\text{при } k \equiv 4 \text{ получается } -4 + \frac{2}{\sqrt{2}} = \underline{-4 + \sqrt{2}}, \text{ при } k \equiv 1$$

$$\text{получается } -4 + \frac{2}{\sqrt{2}} = \underline{-4 + \sqrt{2}}, \text{ при } k \equiv 2 \text{ получа-}$$

$$\text{ется } 4 + \frac{2}{\sqrt{2}} = \underline{4 + \sqrt{2}}, \text{ при } k \equiv 3 \text{ получается}$$

$$\underline{4 - \frac{2}{\sqrt{2}}} = \underline{4 - \sqrt{2}}.$$

Итого получили 4 различных по-
тессия: $(\sqrt{2}-4; -\sqrt{2}-4)$; $(4+\sqrt{2}; -4+\sqrt{2})$; $(4-\sqrt{2}; 4+\sqrt{2})$;
 $(-4-\sqrt{2}; 4-\sqrt{2})$.

Ответ: $(\sqrt{2}-4; -\sqrt{2}-4)$; $(4+\sqrt{2}; -4+\sqrt{2})$; $(4-\sqrt{2}; 4+\sqrt{2})$; $(-4-\sqrt{2}; 4-\sqrt{2})$

и т.

Рассмотрим первое уравнение, есть 4
случая как будут раскрыты модули,
в каждом из них одна из переменных
(x или y) уходит, и вторая выража-
ется однозначно, и подставив её,
мы получим ограничения на вторую
переменную (из того, как, раскрылись
модули, получим решения).

$$\begin{cases} y=0 \\ -8 \leq x \leq 8 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y=-16 \\ -8 \leq x \leq 8 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=8 \\ 0 \leq y \leq -16 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=-8 \\ 0 \leq y \leq -16 \end{cases}$$

Таким образом, если $(x_1, 0)$ - решение, то $(-x_1, 0)$, $(x_1, -16)$ и $(-x_1, -16)$ - также решения. Аналогично если $(8, y_1)$ - решение, то все 4 выше написанных точки - решения. (~~решение~~ под словом "решение" подразумевается решение системы из 2-х уравнений).

Также, если $(8, y_1)$ - решение, то $(8, -y_1 - 16)$, $(-8, y_1)$, $(-8, -y_1 - 16)$ - решения, а также если $(-8, y_1)$ - решение, то эти 4 точки все являются решениями. Если $x \neq 8$, $x \neq -8$, $y \neq 0$, $y \neq -16$, то (x, y) - не решение первого ур.-я.

Пусть система имеет ровно 2 решения. Если у одного из них $y_1 = 0$ или $y_1 = -16$, то если $x_1 \neq 0$, то у нас есть 4 различных решения, что противоречит $\Rightarrow x_1 = 0, y_1 = 0, y_2 = -16$, тогда $a = 15^2 + 8^2 = 289$. Очевидно, что если есть другие решения, то $y \neq 0$ и $y \neq -16 \Rightarrow x = 8$ или $x = -8$, т.е. $|x| = 8 \Rightarrow 49 + (|y| - 8)^2 = 289$, но $||y| - 8| \leq 8$, т.е.

$0 \leq y \leq -16$, таких y нет $\Rightarrow$ ровно 2 решения. Если же ни у одного из этих решений $y \neq 0$ и $y \neq -16$, то в каждой из них $x = 8$ или $x = -8$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

Тогда если $y \neq -8$, то есть 4 разных решения, противоречие $\Rightarrow y_{1,2} = -8, x_1 = 8, x_2 = -8$, тогда $a = 7^2 + 16^2 = 305$, если есть ещё решения, то у них $x \neq 8, x \neq -8 \Rightarrow y = 0$ или $y = -16 \Rightarrow ||y| - 8| = 8$, тогда $||x| - 15|^2 = 241$, но $||x| - 15| \leq 15$, противоречие $\Rightarrow$ ровно 2 решения.

Ответ: ~~а~~ $a = 305$ или $a = 289$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$p!$

$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

$4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 3!} = \frac{8!}{2^4 \cdot 3 \cdot 7}$

$D = 16 + 16 \cdot 35 = 16 \cdot 36$

$\sqrt{D} = 4 \cdot 6 = 24$

$b_1 + b_{2^{29}} + b_{3000} = S$

$q = \frac{b_{i+1}}{b_i}$

$b_1(1 + q + \dots + q^{2999}) = b_1 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} = S$

$S_3 = b_3 + b_6 + \dots + b_{3000} = b_3(1 + q^3 + \dots + q^{2997}) =$

$S_2 = b_2 + b_4 + \dots + b_{3000} = b_2(1 + q^2 + \dots + q^{3000}) =$

$\frac{S}{3} \cdot 40 + \frac{2S}{3} = 5S = b_2 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1}$

$\frac{40}{3} + \frac{2}{3} = 5 = b_1 q \cdot \frac{q^{3000} - 1}{(q-1)(q+1)} = S \cdot \frac{q}{q+1}$

$S' = S \cdot \frac{q+1}{q^2+q+1}$

$5S = S' + 40S_3 = S \cdot \frac{q+1}{q^2+q+1} + S \cdot \frac{q^2}{q^2+q+1} \cdot 40 =$

$S'' = S \cdot \frac{1}{q+1}$

$\frac{S'' + 3S_2}{S} = \frac{1}{q+1} + \frac{3q}{q+1} =$

$= \frac{3q+1}{q+1} = 3 - \frac{2}{q+1}$

$4 = 3q \cdot \frac{q^2}{q^2+q+1}$

$4q^2 - 4q - 4 = 0$

$q^2 - q - 1 = 0$

$q = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$q = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$\frac{28}{70} = \frac{4}{10}$

$$\sqrt[3]{\frac{x^3}{8} - 8x + 25} = x - 4$$

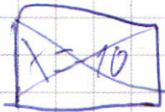
$$\frac{x^3}{8} - 8x + 25 = x^3 - 8x + 16$$

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^3 - 64x - 40$$

$$\frac{x^3}{8} - x^2 + 9 = 0$$

$$(x+10) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}x^2 + 12\sqrt{2}x - 80\sqrt{2} = 2\sqrt{2}(x+10)(x-4)$$

$$x^2 + 6x - 40 = (x+10)(x-4)$$



$$x^3 - 64x + 200 = 0$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4)$$

$$125 - 8 \cdot 25 + 25 = 108$$

$$72 = 9 \cdot 8$$

Анализ

буквенная

$$3x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = \frac{8}{3}$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^3 - 8x^2 + 200 - 128 = 0$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$$

$$3x^2 - 16x = 0$$

$$3x - 16 = 0$$

$$2^9 - 2^8 - 3 + 3^5 = 0$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$x = \frac{16}{3}$$

$$2^{12}$$

$$x^3 - 9x + x + 8 - 9 = 0$$

$$\left(\sqrt[3]{\frac{8}{3}}\right)^3 - 8\sqrt[3]{\frac{8}{3}} + 72 > 0$$

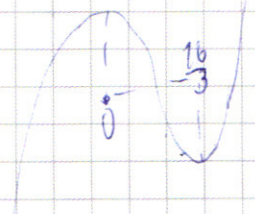
$$\sqrt[3]{\frac{8}{3}} \left(\frac{8}{3} - 8\right) + 72 > 0$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{3}} (8 - 24) + 216 > 0$$

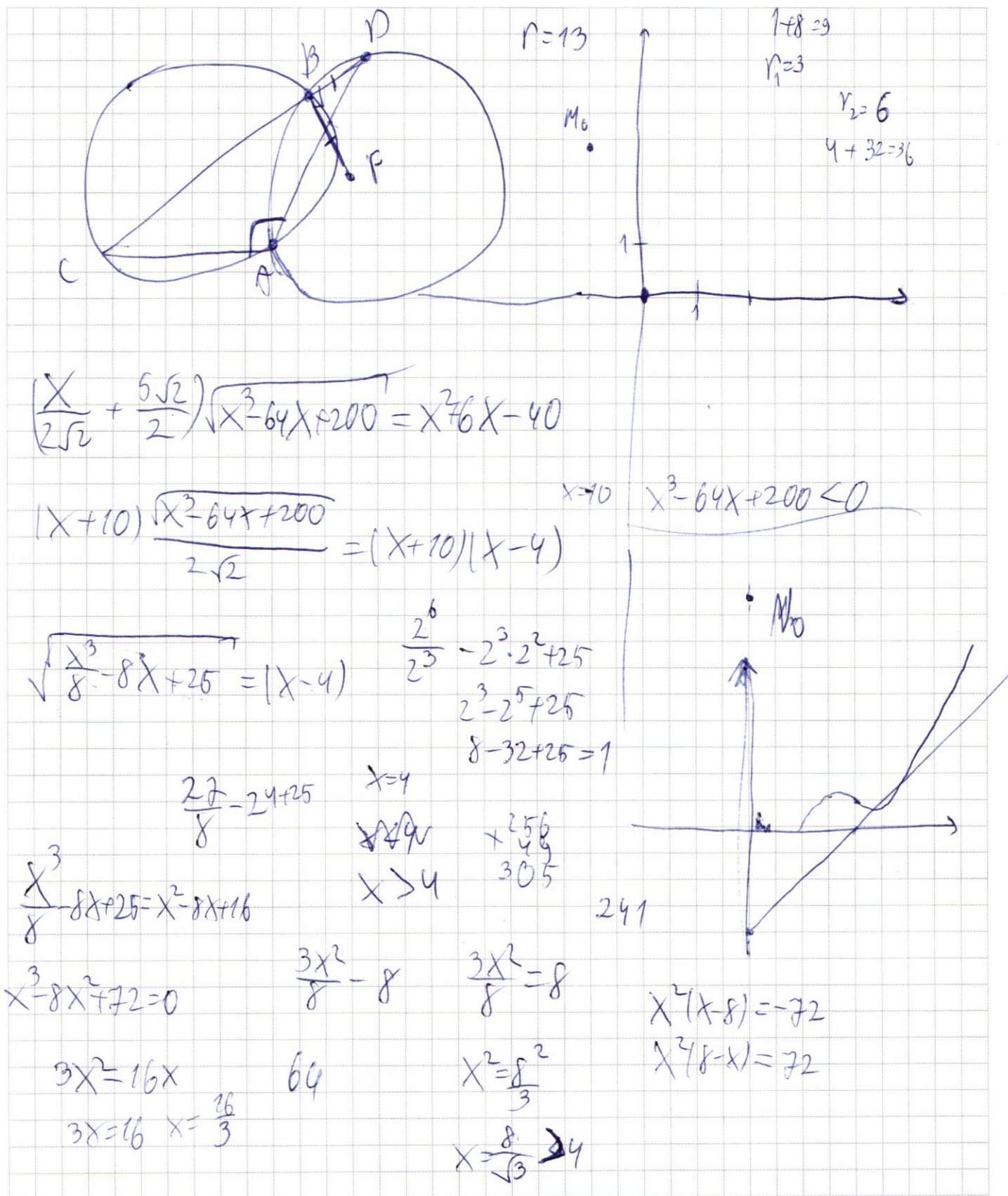
$$-16\sqrt[3]{\frac{8}{3}} + 216 > 0$$

$$\frac{16^3}{3^3} - 8 \cdot \frac{16^2}{3^2} + 72 = 0$$

$$\frac{2^9}{3^3} - \frac{2^8}{3^2} + 9 = 0$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$1+32=33$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$x > -2$$

$$r_1 = 3$$

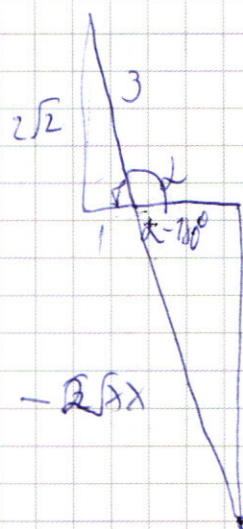
$$r_2 = 6$$

$$1, 1$$

$$2 - \frac{1}{5}v$$

$$v$$

$$\frac{v}{225}$$



$$2 - 180^\circ + \frac{v}{225}$$

$$2 - 180^\circ + \frac{v}{5}$$

$$180^\circ + \frac{1}{5}(\frac{v}{5} - v) =$$

$$= 180^\circ - \frac{4}{5}v = 360^\circ k$$

$$45^\circ - v = 90^\circ - 5k$$

$$v = 225^\circ - 360^\circ k - 90^\circ k$$

$$225^\circ - 90^\circ k$$

$$2 - 225^\circ + 90^\circ k$$

$$2 + 45^\circ + 90^\circ k$$

$$\sin 2 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos 2 = \frac{1}{3}$$

$$\cos(2 + 45^\circ) = \frac{\cos 2}{\sqrt{2}} + \frac{\sin 2}{\sqrt{2}} =$$

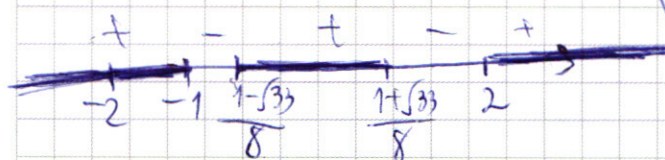
$$= \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{2}{3}$$

$$5 < \sqrt{33} < 6$$

$$6 < 1 + \sqrt{33} < 7$$

$$0 < \frac{1 + \sqrt{33}}{8} < 1$$

$$-5 > 1 - \sqrt{33} > -4$$



$$x < -2$$

$$4x^4 + 5x^3 + 4x^2 + 16x^3 + 16x^2 = 0$$

$$x^4 + 16x + 16 = 0$$

$$x = -\frac{16}{16}$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$11x^2 + 4x > 0$$

$$22x + 4$$

$$-\frac{4}{22} = -\frac{2}{11}$$

$$y.2^1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

~~$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$~~

$$-3^3 - 8 \cdot 3^2 + 8 \cdot 3^2$$

~~$$-3^3 - 8 \cdot 3^2 + 8 \cdot 3^2$$~~

$$125 - 8 \cdot 25 + 72$$

$$-3$$

$$\frac{14}{3}$$

$$1 + 4 \cdot 4 \cdot 2 =$$

$$= 33$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$x^3 - 8x^2 + \frac{64}{3}x - \left(\frac{8}{3}\right)^3 = \left(x - \frac{8}{3}\right)^3$$

$$8 = 3a$$

$$a = \frac{8}{3}$$

$$a^2 = \frac{64}{9}$$

$$3a^2 = \frac{64}{3}$$

$$81$$

$$\left(x - \frac{8}{3}\right)^3 - \frac{64}{3}x + \left(\frac{8}{3}\right)^3 + 72 = 0$$

$$(3x - 8)^3 - 64 \cdot 3x + 8^3 + 72 \cdot 81 = 0$$

$$x \geq 2$$

~~$$4 \cdot 8 - 9 \cdot 4 + 4 =$$~~

$$4 \cdot 8 - 9 \cdot 4 + 4 =$$

$$= 0$$

$$4x^4 + x^3 + 4x - 5x^2 \cdot |x+2| + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + x^3 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$x = -1$$

$$(x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4)$$

$$4 + 5 - 9 - 4 + 4 = 0$$

$$12x^2 = 18x = 0$$

$$x = 0$$

$$12x = 18$$

~~$$x = 0$$~~

$$x_1 = 0 \quad a = 15^2 8^2$$

$$|x+8| + |8-x|$$

$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16$$

$$|x-8| + |-x-8|$$

~~$$|x+8| + |8-x|$$~~

$$(x, 0)$$

$$(-x, 0)$$

$$2y + 16 = 16$$

$$\boxed{\begin{matrix} y=0 \\ x+8 \geq 0 \\ 8-x \geq 0 \end{matrix}}$$

$$y+x+8 - y+x-8 = 16$$

$$2x = 16$$

$$\boxed{\begin{matrix} x=8 \\ y+16 \geq 0 \\ -y \geq 0 \end{matrix}}$$

$$y_1 + 8 = -y_2 - 8$$

$$y_2 = -16 - y_1$$

$$8 \geq x \geq -8$$

$$y=0$$

$$y=0$$

$$0 \leq |x| \leq 8$$

$$0 \geq y \geq -16$$

$$|y+8| \leq 8$$

$$y_1 = -y_2 - 16$$

$$2y_1 = -16$$

$$(8, y_1) \quad y_1 = -8 \quad -y - x - 8 + y - x + 8 = 16$$

$$\boxed{a = 15^2}$$

$$-2x = 16$$

$$x = -8$$

$$-y - x - 8 - y + x - 8 = 16$$

$$-2y = 32$$

$$y = -16$$

$$x - 8 \leq 0$$

$$x \leq 8$$

$$-x - 8 \leq 0$$

$$x \geq -8$$

$$y = -16$$

$$-8 \leq x \leq 8$$

$$(8, -y_1 - 16)$$

$$(-8, y_1)$$

$$(-8, -y_1 - 16)$$

$$y - 8 + 8 \leq 0$$

$$y \leq 0$$

$$y + 16 \geq 0$$

$$y \geq -16$$

$$a \quad a - 16$$

$$-y_1 \quad 1 - y_1 - 16 = -y_1 - 16$$

$$-16 \leq y \leq 0$$

$$x = -8$$

$$a < 16$$

$$a - 16$$

$$a - 8$$

$$|a - 16|$$

$$16 - a - 8 = 8 - a$$

$$64 + (|x| - 15)^2 = a$$

$$64 (|x| - 15)^2 = a - 64$$

$$15 - |x| = \sqrt{a - 64}$$

$$|x| = 15 - \sqrt{a - 64}$$

$$\begin{matrix} +225 \\ 64 \\ \hline 289 \end{matrix}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2^2 \cdot \frac{3^4 \cdot 5^4}{2^{16}} - 5 \cdot \frac{3^3 \cdot 5^3}{2^{12}} + 2^3 > 0$$

$$3^4 \cdot 5^4 - 3^3 \cdot 5^4 \cdot 2^2 + 2^{16} > 0$$

~~или~~

$$3^3 \cdot 5^4 (3 - 2^2) =$$

$$= -3^3 \cdot 5^4$$

$$4 + 1 - 4 - 5 \cdot 1 + 4 = 3 \cdot 2^{14} > 3^3 \cdot 5^4$$

$$2^{12} = 2^{11} = 2^6 \cdot 2^5 > 15^3 = 3^3 \cdot 5^3$$

$$128^2 = 2^{14} > 3^2 \cdot 5^4 = 75^2$$

$$11. \frac{2^2}{11^2} - 2 \cdot \frac{2}{11} > 0$$

$$2^2 - 2^3 > 0$$

$$- \frac{4}{11}$$

$$11x^2 - 4x + 1 > 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 3 > 0$$

$$49 + (y - 8)^2 = 289$$

$$(y - 8)^2 = 240$$