МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2;-2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5;5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD=90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF=BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC=6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}|y-6-x|+|y-6+x|=12,\\(|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a\end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. 700 | 2; 350 | 2; 175 | 5; 35 | 5; 7 | 7; 1

- 5 цифр => цифры: 1, 1, 1, 2, 2, 5, 5, 7

$n = \frac{8!}{3!\cdot 2!\cdot 2!} = \frac{8!}{24} = \frac{8!}{4!} = 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8$

другая комб: 1, 1, 1, 1, 4, 5, 5, 7

$n = \frac{8!}{4!\cdot 2!} = 5\cdot 3\cdot 7\cdot 8$

$n = 5\cdot 7\cdot 8\cdot 9 = 40\cdot 63 =$

$63 \times 40 = 2520$

$b_1+b_2+b_4+b_5+b_7+b_8 \ldots + b_{2998}+b_{2999}+$

$+50\cdot(b_3+b_6+b_9 \ldots + b_{3000}) = 10(b_1+b_2+b_3+b_4 \ldots + b_{3000})$

$49(b_3+b_6+b_9+\ldots b_{3000}) = 9(b_1+b_2+b_3+b_4+b_{3000})$

$40(b_3+b_6+b_9+\ldots b_{3000}) = 9(b_1+b_2+b_4+b_5+b_7+b_8+$

$20q(b_2+b_5+b_8+b_{2999})+20q^2(b_1+b_4+b_7+b_{2998}) = 9$

$(20q-9)(b_2+b_5+b_8+b_{2999})+(20q^2-9)(b_1+b_4+b_7+$

$(20q^2-9q)(b_1+b_4+b_7+\ldots b_{2998})+(20q^2-9)(b_1+b_4+b_7 \ldots b_{2998})=0$

$(b_1+b_4+b_7+\ldots+b_{2998})(40q^2-9q-9)=0$

$40q^2-9q-9=0$

$D = 81+160\cdot 9 = 1440+81 = 1521 = 39^2$

$39 \times 39 = 351 + 117 = 1521$

$q_{1,2} = \frac{9\pm 39}{80}$

$q = \frac{48}{80} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

$q = \frac{-30}{80} = -\frac{3}{8}$ - не подх.

52 | 2; 26 | 2; 13

$x^3-2x^2-20x+48 \,|\, x-4$

x^3-4x^2

$2x^2-20x$

$2x^2-8x$

$-12x+48$

$x^2+2x-12$

$(x^2+2x-12)(x-4) = x^3-2x^2-20x+48$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

№1. Разложим 700 на простые множители:
$700 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$
Чтобы произведение цифр в восьмизначном числе было 700, наборы цифр могут быть: 1, 1, 1, 2, 2, 5, 5, 7; 1, 1, 1, 1, 4, 5, 5, 7, другие наборы нельзя получить, т.к. при перемножении любой другой пары цифр, кроме 2, 2, мы получим число, не являющееся цифрой, или цифры пары не поменяются.
Пусть n_1 – ~~все~~ количество всех возможных чисел, которые можно получить из первого набора, а n_2 – из второго

$n_1 = \frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$

$n_2 = \frac{8!}{4! \cdot 2!} = 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8$

$n_1 + n_2 = 5 \cdot 7 \cdot 8(3+6) = 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 2520$

Ответ: 2520.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2. $b_1+b_2+b_4+b_5+b_7+b_8+\ldots+b_{2998}+b_{2999}+50(b_3+b_6+b_9+\ldots+b_{3000})=$

$10(b_1+b_2+b_3+b_4+b_5+b_6+b_7+\ldots+b_{3000})$.

$49(b_3+b_6+b_9+\ldots+b_{3000})=9(b_1+b_2+b_3+b_4+b_5+b_6+b_7+\ldots+b_{3000})$

$40(b_3+b_6+b_9+\ldots+b_{2000})=9(b_1+b_2+b_4+b_5+b_7+b_8+\ldots+b_{2998}+b_{2999})$

Пусть q – знаменатель этой геом. прогрессии, тогда

$20q(b_2+b_5+b_8+\ldots+b_{2999})+20q^2(b_1+b_4+b_7+\ldots+b_{2998})=9(b_1+b_2+b_4+b_5+b_7+b_8+\ldots+b_{2999})$

$(20q-9)(b_2+b_5+b_8+\ldots+b_{2999})+(20q^2-9)(b_1+b_4+b_7+\ldots+b_{2998})=0$

$(20q^2-9q)(b_1+b_4+b_7+\ldots+b_{2998})+(20q^2-9)(b_1+b_4+b_7+\ldots+b_{2998})=0$

$(b_1+b_4+b_7+\ldots+b_{2998})(40q^2-9q-9)=0$

т.к. все члены прогрессии положительные $\Rightarrow (b_1+b_4+b_7+\ldots+b_{2998})>0$

$\Rightarrow 40q^2-9q-9=0$

$D=b^2-4ac=81+160\cdot 9=1440+81=1521=39^2$

$q_{1,2}=\frac{9\pm 39}{80}$

$q=\frac{48}{80}=\frac{3}{5}=0{,}6$

$q=\frac{-30}{80}=-\frac{3}{8}<0 \Rightarrow$ Не подходит, т.к. все члены прогрессии >0

$\Rightarrow q=0{,}6$, тогда пусть S_1 – сумма прогрессии, если все её члены, стоящие на чётных местах увеличить в 2 раза

$S_1=b_1+2b_2+b_3+2b_4+\ldots+b_{2999}+2b_{3000}=b_1+2qb_1+b_3+2qb_3+\ldots+b_{2999}+2qb_{2999}=$

$=(2q+1)(b_1+b_3+b_5+\ldots+b_{2999})$

$S=b_1+b_2+b_3+b_4+\ldots+b_{3000}=b_1+qb_1+b_3+qb_3+\ldots+b_{2999}+qb_{2999}=q(b_1+b_3+b_5+\ldots+b_{2999})$

$\frac{S_1}{S}=\frac{(2q+1)(b_1+b_3+b_5+\ldots+b_{2999})}{(q+1)(b_1+b_3+b_5+\ldots+b_{2999})}=\frac{1{,}2+1}{0{,}6+1}=\frac{2{,}2}{1{,}6}=1{,}25$ $\boxed{\text{Ответ: в } 1{,}25 \text{ раза}}$

$S_1 = b_1 + 2b_2 + b_3 + 2b_4 + b_5 + 2b_6 \ldots = b_1 + 2qb_1 + b_3 + 2qb_3 = (2q+1)(b_1 + b_3 + b_5 + b_7 \ldots$

$S_0 = (q+1)(b_1 + b_3 \ldots$

$\frac{2q+1}{q+1} = \frac{1,2+1}{0,6+1} = \frac{2,2}{1,6} = \frac{22}{16} = \frac{5}{4} = 1,25$

$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$

$x \geq 2: 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$

$f'(x) = 8x^3 - 9x^2 + 14x - 4 \quad f'(0,5) = 1 - \frac{9}{4} + \frac{14}{2} - 4 =$

$\cancel{f''(x) = 24x^2 - 18x + 14} \quad f'\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{8}{27} - 1 + \frac{14}{3} - 4 = \cancel{-5 + \frac{8+126}{27}} \frac{8}{27} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{9}$

$f\left(\frac{3}{7}\right) =$

$\sqrt{3}.\ x^3 - 4x + 8x \geq 0$

$f'(x) = 3x^2 - 4 = 0$

$+ \quad - \quad +$

$-\frac{2}{\sqrt{3}} \quad \frac{2}{\sqrt{3}}$

$x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$

$f\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

$f\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = 1$

$=$

$\begin{array}{r} 48 \\ \times 27 \\ \hline 336 \\ +96\ \ \\ \hline 1296 \end{array}$

$x^2 + 10x + 24 = 0$

$D = 4$

$x_{1,2} = \frac{-10 \pm 2}{2}$

$x = -6$

$x = -4$

$(x+4)(x+6)$

$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+4)$

$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$

$64 \quad -32 \quad -80 \quad +48 = \quad 32 - 32$

$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$

$-4: \ -64 - 32 + 80 + 48$

$x \geq -4 \quad f(3) = 27 - 18 - 60 + 48$

$f(4) = 64 - 32 - 80 + 48 =$

$f'(x) = 3x^2 - 4x - 20 = 0$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm 16}{6} = 2, \frac{10}{3}$

$f(2) = 8$

$f\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{1000}{27} - \frac{200}{9} - \frac{200}{3} + 48 =$

$= \frac{1000 - 600 - 1800}{27} + 48 = \frac{1400 - 48 \cdot 27}{27} =$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$R_{водом.} = \sqrt{(-2)^2+(-2\sqrt{7})^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$R_{жука} = \sqrt{5^2+(5\sqrt{7})^2} = \sqrt{25\cdot 8} = 10\sqrt{2}$

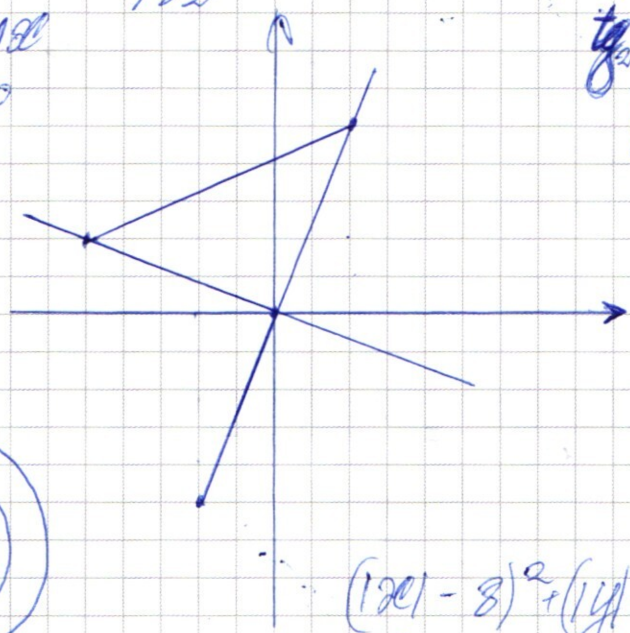
Пусть $t_в$ — водомерке на 1 круг

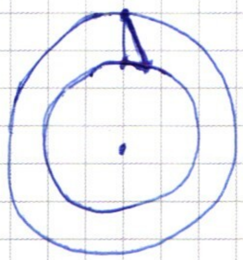
тогда $t_ж = 2\cdot\frac{10\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = 5t_в$

$180° + \Delta x = 5\Delta x$

$4\Delta x = 180°$

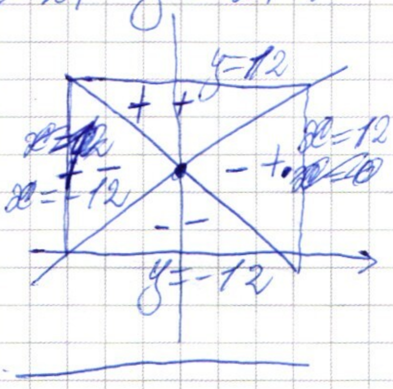
$\Delta x = 45°$





$tg_2 =$

$|y-6-x| + |y-6+x| = 12$

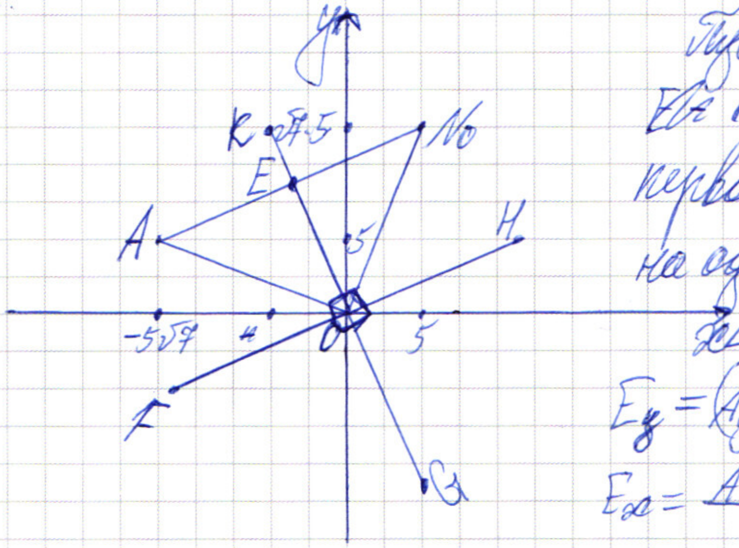


$(|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a$

при ~~$|x|^2-16|x|$~~

$x>0\ y>0\ (x-8)^2+(y-6)^2=a \quad 8;6$

$x<0\ y>0\ (x+8)^2+(y-6)^2=a \quad -8;6$



Пусть $\angle N_0OA = 90^\circ$, тогда E и K – положение жука при первой встрече, E, K, O лежат на одной прямой, $\Rightarrow EON_0$ – биссектриса $\angle AON_0$, т.к. $\angle EON_0 = \Delta x = 45^\circ$

$E_y = (A_y + N_{0y})/2 = \frac{5+5\sqrt{7}}{2}$

$E_x = \frac{A_x + N_{0x}}{2} = \frac{-5\sqrt{7}+5}{2}$

$tg\angle EOy = \frac{E_x}{E_y} = \frac{-5\sqrt{7}+5}{5\sqrt{7}+5} = \frac{-\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}+1} = tg\angle KOy$

$KO = R_x = 10\sqrt{2} \Rightarrow K_x^2 + K_y^2 = 200$ $\quad K_x = K_y \cdot \frac{1-\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}$

$\Rightarrow K_y^2 + \left(\frac{1-\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}\right)^2 K_y^2 = 200$

$K_y^2\left(1 + \left(\frac{1-\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}\right)^2\right) = 200$

$K_y^2\left(\frac{2(1+7)}{(1+\sqrt{7})^2}\right) = 200$

$K_y = \sqrt{\frac{200\cdot(1+\sqrt{7})^2}{16}} = \frac{10\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{4} = \frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}$

$K_x = \frac{1-\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}} \cdot \frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2} = \frac{5\sqrt{2}(1-\sqrt{7})}{2}$

$\left(\frac{5\sqrt{2}(1-\sqrt{7})}{2}; \frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}\right)$ – первая точка

при последующих встречах водомерка будет обгонять жук на круг

$\Rightarrow \Delta x + 360^\circ = 5\Delta x$

$\Delta x = 90^\circ \Rightarrow$ – точки F, G, H

т.к. $\Delta x = 90^\circ \Rightarrow F_x = -K_y = -\frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}$, $F_y = K_x = \frac{-5\sqrt{2}(\sqrt{7}-1)}{2}$

$G_x = -K_x$, $G_y = -K_y$, $H_x = -F_x$, $H_y = -F_y$

Ответ: $\left(\frac{5\sqrt{2}(1-\sqrt{7})}{2}; \frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}\right)$, $\left(-\frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}; \frac{-5\sqrt{2}(\sqrt{7}-1)}{2}\right)$, $\left(-\frac{5\sqrt{2}(1-\sqrt{7})}{2}; -\frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}\right)$, $\left(\frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}; \frac{-5\sqrt{2}(1-\sqrt{7})}{2}\right)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~при $a \in (-1;1)$, $\sqrt{a} \in [0;1)$ - решений пересечений нет~~

~~при $a = 1$ - два решения => подходит~~

~~при $a \in$~~

~~при $a \in (-2;2)$,~~

при $a \in [0;4)$ $\sqrt{a} \in [0;2)$ - решений нет

$a = 4$ - два решения

$a \in (4;36)$ - 4 решения

$a = 36$ - 6 решений

$a \in (36;40)$ - 8 решений

$a = 40$ - 8 решений

$a \in (40;100)$ - 6 решений

$a = 100$ - 4 решения

$a \in [100;136]$ - 2 решения

$a > 136$ - 0 решений

$\Rightarrow a \in \{4\} \cup [100;136]$.

Ответ: $a \in \{4\} \cup [100;136]$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№7. $|y-6-x|+|y-6+x|=12$

$(|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a$

$|y-6-x|+|y-6+x|=12$

$y\geq 6+x \quad y\geq 6-x: \quad y-6-x+y-6+x=12$

$y=12$

$y<6+x \quad y<6-x: \quad -(y-6-x)-(y-6+x)=12$

$y=-12$

$y<6+x \quad y\geq 6-x: \quad -(y-6-x)+y-6+x=12$

$x=6$

$y\geq 6+x \quad y<6-x: \quad y-6-x-(y-6+x)=12$

$x=-6$

$(|x|-8)^2+(|y-6)^2=a$

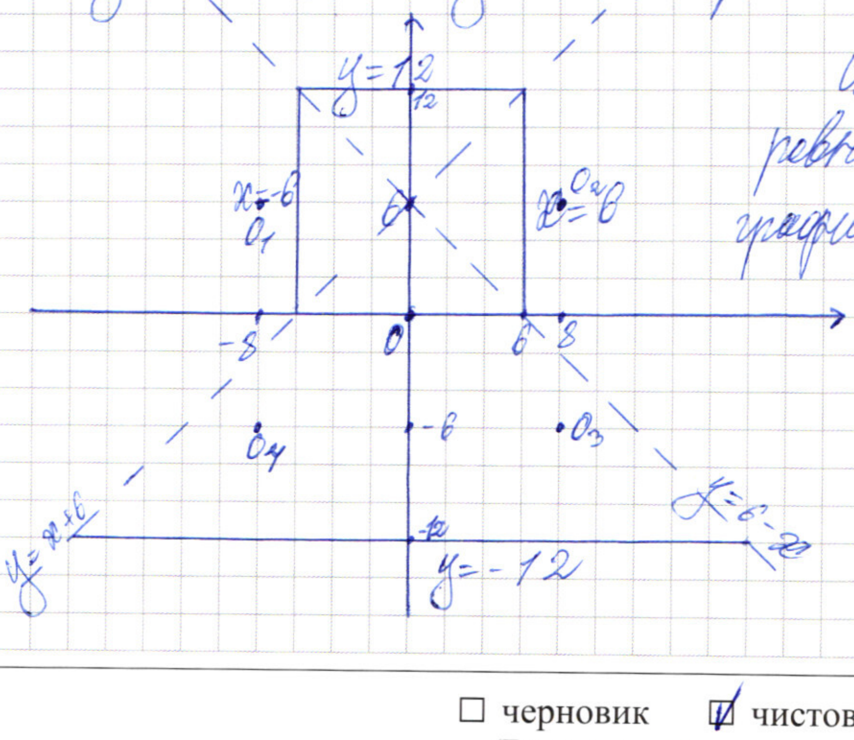
$x\geq 0, y\geq 0 \quad (x-8)^2+(y-6)^2=a$ – окр. $(8;6)$, $r=\sqrt{a}$

$x<0, y<0 \quad (-(x+8))^2+(-(y+6))^2=a$

$(x+8)^2+(y+6)^2=a$ – окр. $(-8;-6)$, $r=\sqrt{a}$

$x\geq 0, y<0 \quad (x-8)^2+(y+6)^2=a$ – окр. $(8;-6)$, $r=\sqrt{a}$

$x<0, y\geq 0 \quad (x+8)^2+(y-6)^2=a$ – окр. $(-8;6)$, $r=\sqrt{a}$



система будет иметь ровно два решения, когда графики будут иметь ровно две общие точки.

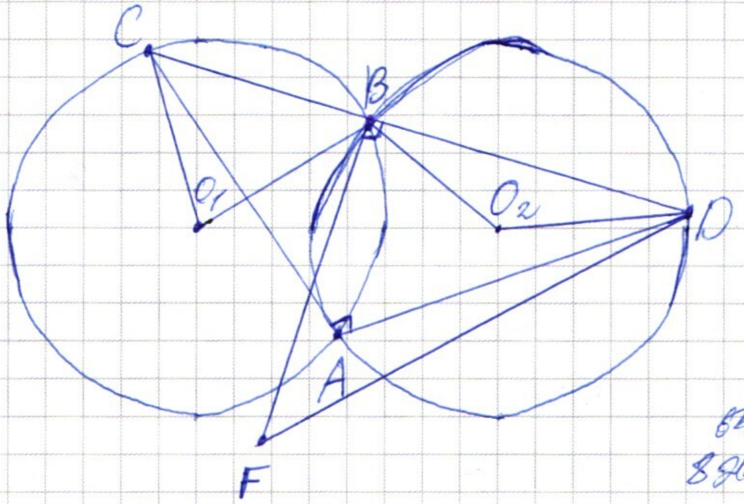
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.



$1: 8-9+14-4$

~~$64-36+28-4$~~

$8x^3-9x^2+14x-4=0$

~~$3: \dots -12+4$~~

$2: 32-18+28-8+4=$

$24x^2-18x+14=0$

$12x^2-9x+7=0$

$D=81-28\cdot12<0 \Rightarrow$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geq0$

$2x^4+3x^3-5x^2-4x+4\geq0 \quad | \; x-1$

$-\ 2x^4-2x^3 \qquad 2x^3+5x^2-4$

$5x^3$

$-\ 5x^3-5x^2$

$-5x^2-4x$

$-\ -5x^2-5x$

$24x+18x \quad x+4$

$8x^3+9x^2-10x-4=0$

$-2: -64+36+20-4$

$-\frac{3}{2}: -27+\frac{81}{4}+15-4$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№4 $2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$

$x\geq 2$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geq 0$

$f'(x)=8x^3-9x^2+14x-4$

$f''(x)=24x^2-18x+14=0$

$12x^2-9x+7=0$

$D=81-28\cdot 12<0 \Rightarrow$ корней нет

$\Rightarrow 8x^3-9x^2+14x-4$ имеет максимум 1 корень и монотонна $x=-1: -8-9-14-4<0$, $x=2$:

$8\cdot 8-9\cdot 4+14\cdot 2-4=64-36+28-4=52>0 \Rightarrow$ т.к. ф-я монотонна $\Rightarrow$ монотонно возрастает (т.к. при большем x, y больше)

$\Rightarrow$ при $x\geq 2$ $8x^3-9x^2+14x-4>0$

$\Rightarrow$ при $x\geq 2$ $2x^4-3x^3+7x^2-4x+4$ – возрастает

$f(2)=32-24+28-8+4=32 \Rightarrow$ при $x\geq 2$ $f(x)\geq 0$

при $x<2$:

$2x^4+3x^3-5x^2-4x+4\geq 0$

~~$f'(x)=8x^3+9x^2-10x-4$~~ $x=1: 2+3-5-4+4=0 \Rightarrow$ корень

$(x-1)(2x^3+5x^2-4)\geq 0$

$f(x)=2x^3+5x^2-4$

$f'(x)=6x^2+10x=0$ $x=0,\ x=-\frac{5}{3}$

$+ \quad -\frac{5}{3} \quad - \quad 0 \quad +$

т.к. $-\frac{5}{3}>-2 \Rightarrow$ при $x\in(-\infty;-2)$ ф-я $\nearrow$

$f(-2)=-16+20-4=0$

$\Rightarrow$ при $x\in(-\infty;-2)$, $f(x)<0$

$\Rightarrow (x-1)\leq 0$

$x\leq 1$

Ответ: $x\in(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3. $\left(\frac{x}{\sqrt2}+3\sqrt2\right)\sqrt{x^3-4x+80} = x^2+10x+24$

$x^2+10x+24=0$

$D=100-96=4$

$x_{1,2}=\frac{-10\pm2}{2}$

$x=-6$

$x=-4$

$\Rightarrow x^2+10x+24=(x+4)(x+6)$

$(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt2(x+4)(x+6)$

$x=-6$

$x^3-4x+80$ при $x=-6$ $\quad -216+24+80<0 \Rightarrow x=-6$ – не подходит по ОДЗ.

$\sqrt{x^3-4x+80}=(x+4)\sqrt2 \quad |\,{}^2$ $\qquad$ ОДЗ:

$x^3-4x+80=2x^2+16x+32$ $\qquad$ $x\geq-4$

$x^3-2x^2-20x+48=0$

при $x=4$: $64-32-80+48=0 \Rightarrow x=4$ – корень

$x^2+2x-12=0$

$D=b^2-4ac=4+48=52$

$x_{1,2}=\frac{-2\pm2\sqrt{13}}{2}=-1\pm\sqrt{13}$

$-1-\sqrt{13} \vee -4$

$3 \vee \sqrt{13}$

$9<13 \Rightarrow -1-\sqrt{13}<-4 \Rightarrow$ не подходит по ОДЗ. см на обор.

Ответ: $x = 4$; $x = -1+\sqrt{13}$.

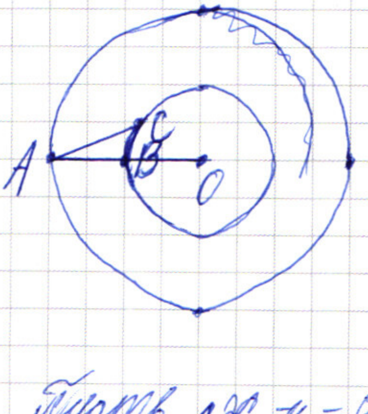
№5. т.к. водомерка в точке $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ => $R_в$ – радиус движения водомерки $R_в = \sqrt{(-2)^2+(-2\sqrt{7})^2} = 4\sqrt{2}$

$R_ж$ – радиус движения жука $R_ж = \sqrt{5^2+(5\sqrt{7})^2} = 10\sqrt{2}$, т.к. $N_0(5; 5\sqrt{7})$

Пусть $\omega_в$ – угловая скорость водомерки, а $\omega_ж$ – жука, тогда $\omega_в = \frac{10\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} \cdot 2\omega_ж = 5\omega_ж$, т.к. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{S_1 \cdot \upsilon_2}{\upsilon_1 \cdot S_2}$

Пусть k – угловое расстояние между водомеркой и жуком, тогда в начале т.к. tg угла между оу и отрезком между точками $(0;0)$, N_0 $= \frac{5\sqrt{7}}{5} = \sqrt{7}$, и tg угла между оу и отрезком между точками $(0;0)$, $M_0 = \frac{-2\sqrt{7}}{-2} = \sqrt{7}$ => $k_0 = 180°$

Расстояние между жуком и водомеркой будет наименьшим, когда водомерка и жук лежат на одной прямой с началом координат, докажем это: пусть есть две окружности с центрами в точке О:



$\angle ABC > 90°$, т.к. BC не является касательной к окружности, т.к. пересекает её в двух точках => $\angle ABC$ – тупой => $\angle ACB$ – острый

По Т: в треугольнике напротив большего угла лежит большая сторона => $AC > AB$

Пусть Δx – угловое перемещение жука до первой т.д. встречи с водомеркой, тогда т.к. $\omega_в = 5\omega_ж$

$180° + \Delta x = 5\Delta x$

$\Delta x = 45°$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)