

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 1.

Т.к. произведение цифр искомым восьмизначным чисел равно $700 = 7 \cdot 5^2 \cdot 2^2 \Rightarrow$ среди цифр таких чисел есть ровно одна 7 и две 5, т.к. других цифр кратных соответственно 5 и 7 не существует (они простые и $700 : 7 : 5^2$). Также среди цифр искомым чисел присутствуют либо две 2, либо одна 4, т.к. ~~либо~~ среди оставшихся $4^{\pm}$ цифр должны найтись такие, что в произведении дают 4 и не имеют иных простых множителей кроме 2 (иначе не произведение не равно 700). Остаток оставшиеся цифры могут быть только 1. Значит у нас есть два набора цифр, из которых могут состоять наши восьмизначные числа:

Ⓘ 7; 5; 5; 2; 2; 1; 1; 1 и Ⓡ 7; 5; 5; 4; 1; 1; 1; 1

Таких чисел всего:

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{4} =$$

$$= 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 1680$$

Таких чисел всего:

$$\frac{8!}{2! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} =$$

$$= 840$$

Значит всего восьмизначных чисел произведение цифр, которых равно ~~1680~~ 700 : $1680 + 840 = 2520$

Ответ: 2520

Задача №2.

Т.к. все члены $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, положительны $\Rightarrow$

$$\Rightarrow q > 0$$

(знаменатель геом. прогрессии)

$$S = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

~~$$S = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$~~

Члены $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$ тоже образуют геом.

прогрессию со знаменателем $q^3 \Rightarrow$ их сумма

(всего их 1000) $S_1 = \frac{b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$. Если все члены

~~этой~~

этой пос-ти увеличить в 50 раз, то сумма

всех элементов такой пос-ти будет $S_2 = 50S_1$

По условию

$$10S = S - S_1 + S_2 = S + 49S_1 \Rightarrow$$

сумма всех элементов, если
те, что с номерами ≥ 3 увеличить в 50 раз

$$\Rightarrow 9S = 49S_1$$

$$9 \cdot \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} = 49 \cdot \frac{b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$\frac{9}{q - 1} = \frac{49 q^2}{(q - 1)(q^2 + q + 1)}$$

$$9(q^2 + q + 1) = 49q^2$$

$$-40q^2 + 9q + 9 = 0$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 9 \cdot 40$$

$$q_{1,2} = \frac{9 \pm 39}{80} \Rightarrow q_1 = -\frac{30}{80}$$

$$q_2 = \frac{3}{5}$$

не подходит по усл.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Значит $q = \frac{3}{5}$

$$b_2 + b_4 + \dots + b_{3000} = \cancel{S_3} = b_1 q + b_1 q^3 + \dots + b_1 q^{2999} =$$

$$= S_3 = \frac{b_1 q^2 ((q^2)^{1500} - 1)}{q^2 - 1} = \frac{b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$2b_2 + 2b_4 + \dots + 2b_{3000} = 2(b_2 + b_4 + \dots + b_{3000}) = 2S_3$$

Пусть $b_1 + 2b_2 + b_3 + 2b_4 + \dots + 2b_{3000} = x \cdot S$ (х - во сколько раз увеличилась S).

$$b_1 + 2b_2 + b_3 + 2b_4 + \dots + 2b_{3000} = b_1 + b_2 + \dots + b_{3000} - (b_2 + b_4 + \dots + b_{3000}) +$$

$$+ 2b_2 + 2b_4 + \dots + 2b_{3000} = S - S_3 + 2S_3 = S + S_3$$

$$xS = S + S_3$$

$$(x-1)S = S_3$$

$$(x-1) \cdot \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} = \frac{b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$(x-1) = \frac{q}{q^2 + 1}$$

$$x = \frac{2q + 1}{q + 1} = \frac{2 \cdot \frac{3}{5} + 1}{\frac{3}{5} + 1} = \frac{\frac{11}{5}}{\frac{8}{5}} = \frac{11}{8}$$

Значит S увеличится в $\frac{11}{8}$ раз.

Ответ: $\frac{11}{8}$.

Задача №3.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \cancel{(x+4)} (x+6)$$

$$(x+6) \left(\sqrt{\frac{x^3 - 4x + 80}{2}} - (x+4) \right) = 0$$

$$x = -6$$

~~$$\sqrt{\frac{x^3 - 4x + 80}{2}}$$~~

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{-216 + 24 + 80} =$$

$$= \sqrt{104 - 216} = \sqrt{-112}$$

это неверно $\Rightarrow x = -6$ - не корень. (1*)

$$(1): x^3 - 4x + 80 = 2(x+4)^2$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$x = 4$$

V

~~Далее~~

$$x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$D_1 = 1 + 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{1}$$

$$x_1 = 6 \quad x_2 = -8$$

$$x_1 = 6$$

Проверим являются ли корни найденные значения

Проверим являются ли корнями найденные значения

$$4 \geq 4 \quad \text{верно}$$

корень

$$-1 - \sqrt{13} < -4 \quad \text{не корень}$$

$$-\sqrt{13} < -3$$

$$\sqrt{13} > 3$$

$$-1 + \sqrt{13} \geq -4$$

корень

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: Знает корни: $4; -1 + \sqrt{13}$.

Ответ: $4; -1 + \sqrt{13}$

Задача № 4.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 |x-2| + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 4 \geq 3x^2 |x-2|$$

$$\forall x. \quad 3x^2 \geq 0 \Rightarrow 3x^2 |x-2| = |3x^2(x-2)|$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 4 \geq |3x^2(x-2)| \Rightarrow$$

но $\oplus$
 $\Rightarrow$

$$\begin{cases} 2x^4 + x^2 - 4x + 4 \geq 3x^3 - 6x^2 \\ 2x^4 + x^2 - 4x + 4 \geq -3x^3 + 6x^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0 \\ 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\cancel{(2x^2 - x + 2)(2x^2 + x - 2)}$$

$$1) \quad 2x^4 + x^2 - 4x + 4 - 3x^3 + 6x^2 = (2x^2 - x + 2)(x^2 - x + 2)$$

$$2) \quad 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 = (2x^2 + x - 2)(x^2 + x - 2)$$

$$\begin{cases} (2x^2 - x + 2)(x^2 - x + 2) \geq 0 & (1) \\ (2x^2 + x - 2)(x^2 + x - 2) \geq 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1): \quad \cancel{2x^2 -} \quad (2x^2 - x + 2)(x^2 - x + 2) \geq 0$$

$$D = 1 - 16 = -15 \quad D = 1 - 4 \cdot 2 = -7$$

$$D < 0 \quad D < 0$$

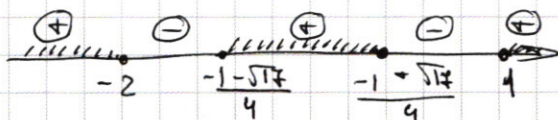
$$\begin{array}{l} \text{т.к. } (2x^2 - x + 2) \Rightarrow (2x^2 - x + 2) > 0 \quad \forall x \\ D < 0 \text{ и } 2 > 0 \\ (\text{график параболы ветви вверх}) \end{array} \quad \Rightarrow$$

$$\begin{array}{l} \text{т.к. } (x^2 - x + 2) \Rightarrow (x^2 - x + 2) > 0 \quad \forall x \\ D < 0 \text{ и } 1 > 0 \\ (\text{график параболы ветви вверх}) \end{array}$$

$$\Rightarrow (2x^2 - x + 2)(x^2 - x + 2) > 0 \quad \text{при } \forall x$$

$$\begin{array}{l} (2) \quad (2x^2 + x - 2)(x^2 + x - 2) \geq 0 \\ (x - \frac{-1-\sqrt{17}}{4})(x - \frac{-1+\sqrt{17}}{4})(x+2)(x-1) \geq 0 \end{array}$$

методом интервалов:

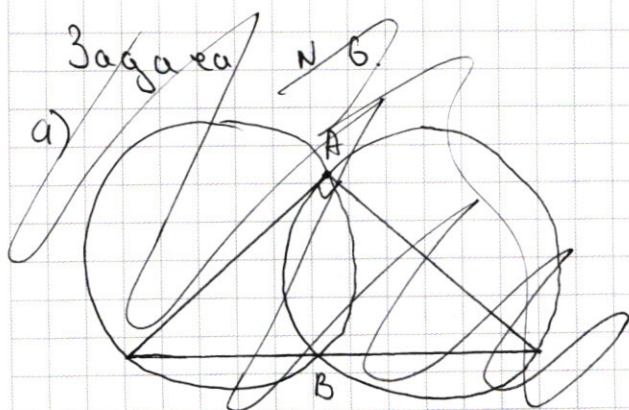


$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; +\infty).$$

из (1) и (2):

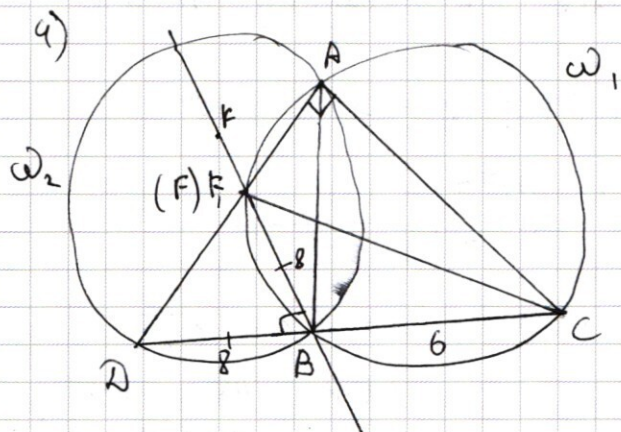
$$\begin{cases} x \in (-\infty; +\infty) \\ x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; +\infty) \end{cases}$$

Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; +\infty).$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №6.



г.к.т. A; B; C

1) лежит на ω_1

$F_1 \in \omega_1$

2) в шир
сн-ш

г.к.т. окружности ω_1 и ω_2 одинаковы $\Rightarrow$

$\angle ADC = \angle ACD$

г.к.

$\triangle ADC$ - уг.

$\angle ADC = \angle ACD = 45^\circ$

$\Rightarrow \angle D F_1 B = 90^\circ - \angle F_1 D B = 45^\circ \Rightarrow D B = F_1 B \Rightarrow$

$\Rightarrow F$ совпадает с F_1

3) г.к. $\angle F_1 A C = 90^\circ$ и $\{F_1; A; C\} \in \omega_1 \Rightarrow$

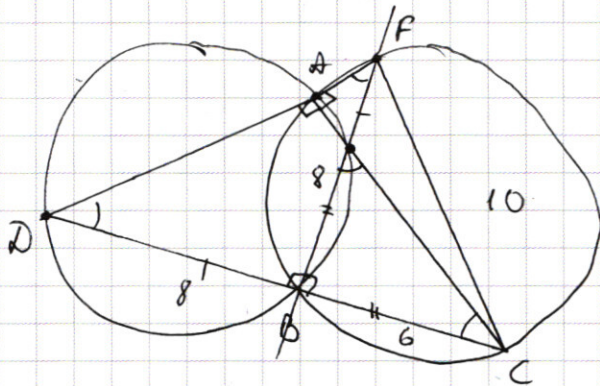
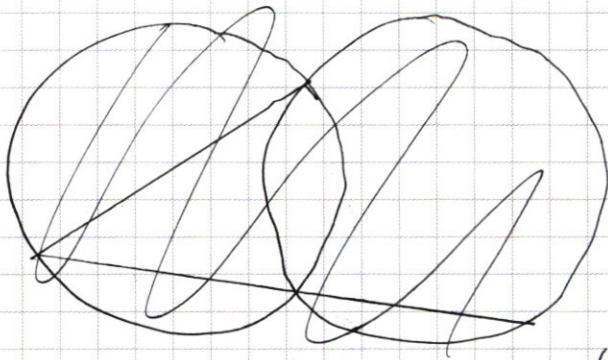
$\Rightarrow F_1 C = d\omega_1 = 2R\omega_1 = 2 \cdot 5 = 10.$
(диаметр ω_1)

Ответ: $\angle F_1 C = 10.$

8) $BC = 6$

1) $FB = 8$
гипотенуза
 $\triangle FBC$

$$\sqrt{100 - 36} = 8$$



(так же II случай п. а)

1) $BF = 8 \Rightarrow BD = 8$

2) $AF = 8$

$DF = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

$DC = 14 \Rightarrow AC = 8\sqrt{2}$

(т.к. $\triangle ABC$ - рт. $\triangle$)

Задача N 5.

Т.к. изначально их расположение $M_0(-2; -2\sqrt{5})$ и $M_0(5; 5\sqrt{5}) \Rightarrow$ и центры окружностей в

начале координат $\Rightarrow$ ~~у-е~~ у-е окр-ти
выомерки:

$$x^2 + y^2 = R_1^2$$

$$25 + 4 \cdot 8 = R_1^2$$

$$4 \cdot 8 = R_1^2$$

$$4\sqrt{2} = R_1$$

$$x^2 + y^2 = 32$$

$$x^2 + y^2 = R_2^2$$

$$25 + 25 \cdot 8 = R_2^2$$

$$25 \cdot 8 = R_2^2$$

$$10\sqrt{2} = R_2$$

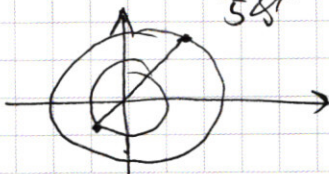
$$x^2 + y^2 =$$

значит

они расположены

$$\frac{5\sqrt{5}}{5} = \frac{-2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$$

на одной прямой проходящей через
начало координат



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$+2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 = (2x^2 + x - 2)(x^2 + x - 2)$$

$$(+2x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) =$$

$$\begin{cases} 2d + a = 3 \\ 2c + ad + b = -5 \\ ac + bd = -4 \\ bc = 4 \end{cases}$$

$$a + d = 2$$

$$ad = 1$$

$$a + d = 2 \Rightarrow d = 1 \quad a = 1$$

$$(2x^2 - x + 2)(x^2 + x + 2) \geq 0$$

$$(2x^2 + x - 2)(x^2 + x - 2) \geq 0$$

$$2x^2 + x + 16$$

$$(2x^2 + x - 2)(x^2 + x - 2) \geq 0$$

$$D = 1 + 2 \cdot 2 \cdot 4 = 17$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 = 9$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

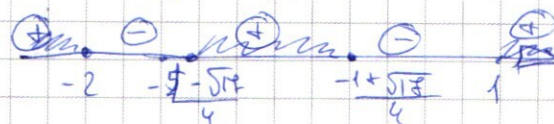
$$\frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$-2 \quad 1$$

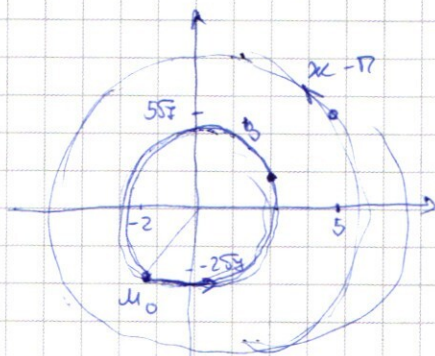
$$\frac{-1 - 4}{4} = \frac{-1 + 4}{4}$$

$$1 + 16$$

$$(x+2)(x-1)$$



$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; +\infty)$$



$$x^2 + y^2 = R^2$$

$$25 + 25 \cdot 3 = R^2$$

$$4 + 28 = R^2$$

$$5 \cdot 252 = R$$

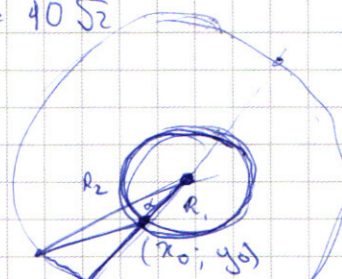
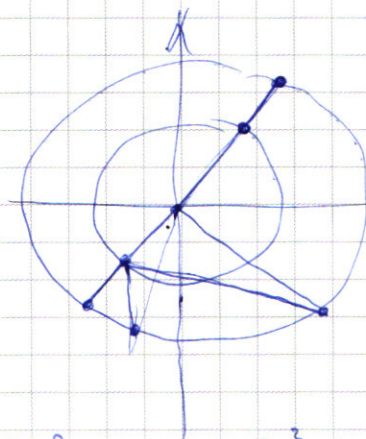
$$32 = R^2$$

$$10510 = R$$

$$R = 4\sqrt{2}$$

$$R_1 = 4\sqrt{2}$$

$$R_2 = 40\sqrt{2}$$



$$R_2 - R_1$$

$$\pi \cdot 360^\circ - y \cdot 360^\circ$$

$$\pi / 360^\circ$$

$$\pi \cdot 2$$

$$2052\pi$$

$$R_2 = R_1 = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2 \cos \alpha}$$

$$\alpha \cdot 360^\circ + 180^\circ = y \cdot 360^\circ$$

$$x_0^2 + y_0^2 = 32$$

$$2\pi + 1 = 22y$$

$$x_1^2 + y_1^2 = 100 \cdot 200$$

$$y_1 - x_1 = y_0 - x_0$$

$$(x_1 + y_0 - x_0)^2 + x_1^2 = 200$$

$$\frac{5\sqrt{2}\pi}{4052\pi}$$

$$y = \frac{2l}{8\sqrt{2}\pi}$$

$$y_0 = x_0 + b$$

$$y_0 - x_0 = b$$

$$x + \frac{1}{2} = y$$

$$y = x + \frac{1}{2}$$

$$\frac{l}{2052\pi} + \frac{1}{2} = \frac{l}{452\pi}$$

$$y_0 = kx_0$$

$$k = \frac{y_0}{x_0}$$

$$\frac{y_0}{x_0} = \frac{y_1}{x_1}$$

$$\frac{1}{8}$$

$$y_1 = \frac{y_0}{x_0} x_1$$

$$x_1^2 \left(1 + \left(\frac{y_0}{x_0}\right)^2\right) = 200$$

$$\frac{1}{2} = \frac{l}{552\pi}$$

$$l = \frac{552\pi}{2}$$

$$l_{x_1} = 2052\pi$$

$$l_{y_1} = 852\pi$$

$$l_{y_1} = 852\pi$$

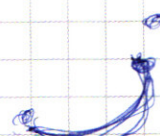
$$\frac{2052\pi}{8} = \frac{l}{20}$$

$$4052\pi$$

$$\frac{-4\sqrt{2}}{2} = \frac{-2}{2}$$

$$852\pi$$

$$452\pi$$



$$252\pi$$

$$252\pi$$



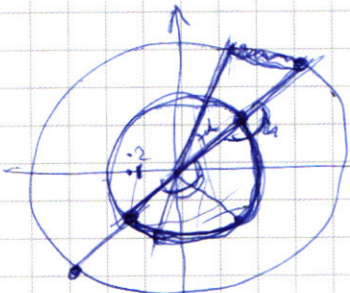
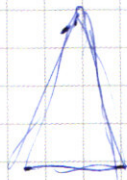
$$\frac{1}{8}$$

$$l = \frac{552\pi}{2}$$

$$x = \frac{552\pi}{852\pi} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{1}{8}$$

$$\frac{552\pi}{852\pi} = \frac{5}{8}$$



$$360^\circ / 8 = 45^\circ$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$8 - 61x \quad a_0 a_1 \dots a_7$$

$$a_0 \cdot a_1 \cdot \dots \cdot a_7 = 100$$

$$100 \quad 100 \quad 0 \dots 9 \quad 7 \cdot 100$$

$$\text{если: } 5; 5; 7 \quad \text{либо } 2, 2 \quad \text{либо } 4$$

$$350 \cdot 2 = 175 \cdot 2^2 = 35 \cdot 5 \cdot 2^2 = 7 \cdot 5^2 \cdot 2^2$$

$$\text{Ост.: } 1, \quad (840) \quad (7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot (4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2))$$

$$7; 5; 5; 4; 1 \times 4 \quad 7; 5; 5; 2; 2; 1 \times 3 \quad (1680)$$

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

$$1; 1; 5$$

$$1; 1; 5$$

$$3 \cdot 2 = 6$$

$$1; 1; 2; 2$$

$$1; 1; 5$$

$$1; 1$$

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

$$1; 1; 5$$

$$\frac{n!}{(n-1)! \cdot 1!} = 6 \cdot 2 = 12$$

$$\frac{n!}{(n-1)! \cdot 1!} = 2 \cdot 1 = 2$$

$$\frac{1! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1!}{1! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1!} = 1$$

$$1; 1; 5$$

$$1; 1; 5$$

$$\frac{n!}{(n-1)!} = n$$

$$1; 1; 5; 6$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = n(n-1) = 12$$

$$\frac{8!}{2! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} =$$

$$= 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8 = 15 \cdot 8 \cdot 7 =$$

$$= 120 \cdot 7 = 840$$

$$1156$$

$$1165$$

$$5641$$

$$6511$$

$$6151$$

$$6115$$

$$5617$$

$$5161$$

$$5116$$

$$1561$$

$$1651$$

$$1516$$

$$1615$$

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{4} =$$

$$= 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 1680$$

$$= 840$$

$$2520$$

$$b_1; b_2; \dots b_{3000}$$

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

~~$$b_1 \frac{b_1 q^2 - b_1}{q - 1}$$~~

~~$$b_1 q^2 + b_1$$~~

~~$$\frac{b_{3000} q - b_1}{q - 1}$$~~

~~$$b_1 = 80b_1$$~~

~~$$b_1 \quad b_1 q^2 \quad b_1 q^5 \quad b_1 q^8 \dots$$~~

~~$$S_3 = \frac{b_1 q^2 (q^{3 \cdot 1000} - 1)}{q^3 - 1}$$~~

~~$$S_{3n} = \frac{50 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$~~

$$b_1 q \quad b_1 q^3 \quad b_1 q^5 \dots$$

$$S_2 = \frac{b_1 q (q^{2 \cdot 1500} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S_n = \frac{2 b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S_2 = S - S_3 + S_{3n} = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} + \frac{49 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = 105$$

$$\frac{49 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{9 b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$16 \cdot 9 =$$

$$\frac{49 q^2}{q^2 + 1 + q} = 9$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 9 \cdot 40 =$$

$$= 81 + 16 \cdot 9 \cdot 10$$

~~$$49q^2 - 9q - 9 = 0$$~~

~~$$81 \pm 144$$~~

$$3 \sqrt{9 + 16 \cdot 10} = 3 \sqrt{169} = 3 \cdot 13 = 39$$

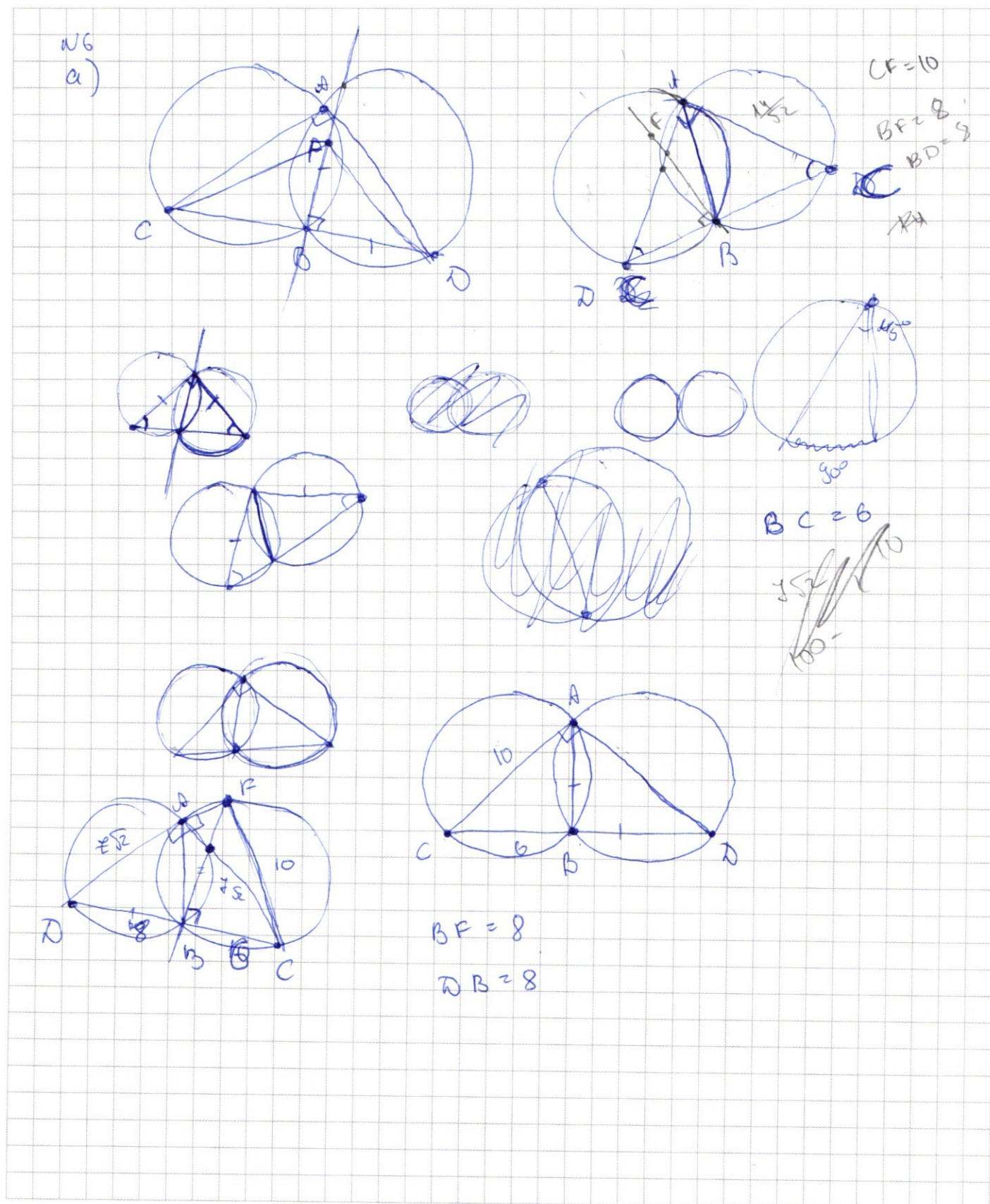
$$\frac{9 \pm 39}{80} \Rightarrow q = \frac{48}{80} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

~~$$(x-1) \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} = \frac{b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$~~

$$x - 1 = \frac{q}{q + 1} \Rightarrow \frac{0,6}{1,6} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$x = \frac{11}{8}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



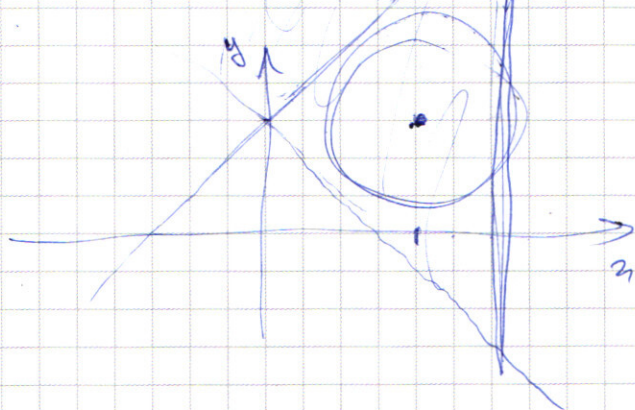
$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (x-8)^2 + (y-6)^2 = a \end{cases}$$

$$y-6-x + y-6+x$$

$$y \geq 6$$

$$|y-6-x| + |y-6+x| = 12$$

$$y-6-x \geq 0 \quad y-6+x \geq 0$$



$$y \geq 6$$

$$2y-12 \geq 12$$

$$y \geq 12$$

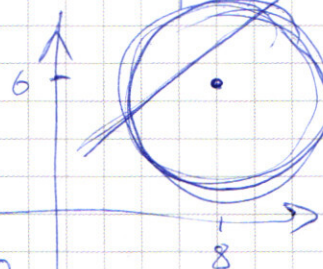
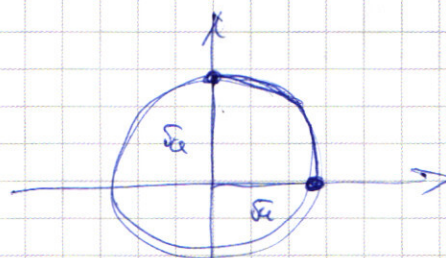
$$y = 12$$

$$y-6-x \geq 0$$

$$y-6+x \geq 0$$

$$y = x+6$$

$$y = 6-x$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24 \quad x^3 - 4x + 80 \geq 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)(x+6)$$

$$(x+6) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 4x + 80} - (x+4) \right) = 0$$

$$x = -6$$

$$\frac{x^3 - 4x + 80}{2} = x + 4$$

$$\frac{x^3 - 4x + 80}{2} = (x^2 + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

1	-2	-20	48
4	1	2	-12

$$64 - 32 - 80 + 48 = 0$$

$$32 - 80 + 48 = 0$$

$$x(x^2 - 2x + 1) - 2(12x - 4)$$

$$x(x-1)^2 - 3(4x-4)$$

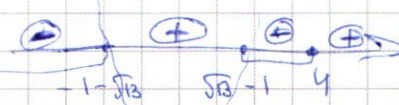
$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$x^2 = (x+1)^2 = 13$$

$$x = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$(-10)(-26-2-4)$$

Answer: 4; $-1 \pm \sqrt{13}$.



$$\begin{array}{r} 36 \\ \cdot 216 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$$

$$3x^2|x-2| = |3x^2(x-2)|$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 4 \geq |3x^2(x-2)|$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 4 \geq 3x^3 - 6x^2 \geq -2x^4 - x^2 + 4x - 4$$

$$2x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -2x^4 - 3x^3 + 5x^2 + 4x - 4$$

$$2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$\Rightarrow (2x^2 - x + 2)(x^2 - x + 2) \geq 0$$

2x

$$2x^2 + 3x + 4$$

$$x^2 \leq 4x + 4$$

2	-3	5	-4	4
2	-3+4	5+2	-4+5	4
2	1	7	1	4
4	2	5	1	4

$$-4x^3 + x^3$$

$$2x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x^2 + x^3 - 4x + 4$$

2x

$$2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 4x + 4 = 0$$

2x

2	-3	5	-4	4
2	-3+1	5-1	-4+3	4-1
2	-2	4	-1	3
1/2	2	-3	5	-4
1/2	2	-3+1	5-1	-4+3
1/2	2	-2	4	-1

2	-3	5	-4	4
2	-3+1	5-1	-4+3	4-1
2	-2	4	-1	3

$$2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$-3(x^2 - 2x^2 + x)$$

$$2x^4 + x^2 + x + 4$$

$$b = 2 \quad c = 2$$

$$a + d = -2$$

$$ad = 1$$

$$2d + a = -3$$

$$d = -1$$

$$a = -1$$

$$0: +$$

$$2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 4x + 4$$

$$2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 4x + 4$$

$$2 - 3 + 5 - 4 + 4$$

$$6$$

$$32 - 24 + 28 - 8 + 4$$

$$2x^4 - 3x^3$$

$$-3(x^3 + 3x^2 + 5x + 1)$$

$$2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(2x^2 + ax + b)(x^2 + dx + c) =$$

$$2x^4 + 2dx^3 + 2cx^2 + ax^3 + adx^2 + acx + bx^2 + bdx + bc$$

$$\begin{cases} 2d + a = -3 \\ 2c + ad + b = 7 \\ ac + bd = -4 \\ bc = 4 \end{cases}$$

$$2, 2$$

$$ad = 1$$

$$a + d = -2$$

$$ad = 2$$

$$a + 3d = -4$$

$$a + 2d = -3$$

$$d = -1$$

$$2d + a = -3$$

$$2c + ad + b = 7$$

$$ac + bd = -4$$

$$bc = 4$$

$$2, 2$$

$$ad = 1$$

$$2a + 2d = -4$$

$$a + d = -2$$

$$a + 2d = -3$$