

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИД

Бланк задания должен быть вложен в
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1.

$$700 \leq 7 \cdot 5^2 \cdot 2^2$$

Значит в числе могут быть цифры: 7, 5, 4, 2, 1.

Всего есть 2 случая цифр в числе:

I: одна 7, две 5, две 2, три 1.

II: одна 7, две 5, одна 4, четыре 1.

Посчитаем в каждом случае количество таких цифр:

$$I: 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4,$$

$$II: 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

Итак все 8-значные числа это сумма этих чисел:

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 + 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 84000 + 8400 = 92400$$

Ответ: 92400 чисел.

N 2

(Итак, мы имеем геометрическую прогрессию)

Обозначим нашу геом. прогрессию за q . Запишем начальную, первую и вторую прогрессии:

$$S_0 = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{3000} = b_1 \frac{q^{3000} - 1}{q - 1}$$

$$S_1 = b_1 + b_2 + 50b_3 + b_4 + b_5 + 50b_6 + \dots + 50b_{3000} = S_0 + 49b_3 + 49b_6 + 49b_9 + \dots + 49b_{3000}$$

$$S_2 = b_1 + 2b_2 + b_3 + 2b_4 + b_5 + 2b_6 + \dots + 2b_{3000} = S_0 + \frac{b_2 \cdot (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

Заметим, что q S_1 и S_2 тоже S_0 и др. ариф. прогрессии, и с ними проведем выше

$$S_1 = S_0 + 49b_1 q^2 \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1}$$

$$S_2 = S_0 + b_1 q \frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1}$$

По условию $S_1 = 10S_0$.

$$S_0 + 49b_1q^2 \frac{q^{3000}-1}{q^3-1} = 10S_0 \Rightarrow 9S_0 = 9 \cdot b_1 \frac{q^{3000}-1}{q-1} = 49b_1q^2 \frac{q^{3000}-1}{q^3-1}$$

$$\frac{9}{q-1} = \frac{49q^2}{q^3-1}, \text{ найдем } q.$$

$$\frac{q^3-1}{q-1} = \frac{(q-1)(q^2+q+1)}{q-1} = \frac{49q^2}{9}$$

$$9q^2 + 9 + 9q = 49q^2$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0 \quad D = 9^2 + 4 \cdot 40 \cdot 9 = 1521 = 39^2$$

$$q = \frac{9 \pm 39}{2 \cdot 40} = \frac{9 \pm 39}{80} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{48}{80} = \frac{3}{5} \\ q_2 = -\frac{3}{8} \end{cases}$$

Второй корень отбрасываем, т.к. при $q < 0$ найдется отрицательный член прогрессии, что противоречит условию, значит $q = \frac{3}{5}$.

$S_2 = kS_0$, где k -ичное отношение.

$$S_0 + b_1q \frac{q^{3000}-1}{q^2-1} = kS_0 \Rightarrow (k-1)S_0 = (k-1)b_1 \frac{q^{3000}-1}{q-1} = b_1q \frac{q^{3000}-1}{q^2-1}$$

$$k-1 = \frac{q \cdot (q-1)}{(q-1)(q+1)} = \frac{q}{q+1} \Rightarrow k = \frac{q+1}{q+1} = \frac{\frac{6}{5}+1}{\frac{3}{5}+1} = \frac{6+5}{3+5} = \frac{11}{8}$$

Ответ: увеличится в $\frac{11}{8}$ раз.

№3.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} = \frac{x+6}{\sqrt{2}} \quad x^2 + 205x + 225 - 1 = (x+5)^2 - 1 = (x+6)(x+4)$$

$$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x+6)(x+4)$$

$$(x+6) (\sqrt{x^3 - 4x + 80} - \sqrt{2}(x+4)) = 0$$

$$\begin{cases} x = -6 \\ \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+4) \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

т.к. $\sqrt{2(x+4)} \geq 0$, то корни всегда неотрицательны (рассматриваем действительные корни), то можно обе части возвести в квадрат.

$$x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 16 + 8x) = 2x^2 + 32 + 16x.$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0.$$

Заметим, что $x=4$ - корень ~~этого~~ ~~уравнения~~ ~~уравнения~~. Проверим

$$4^3 - 2 \cdot 4^2 - 20 \cdot 4 + 48 = 64 - 32 - 80 + 48 = 0.$$

Возведем почленно $x^3 - 2x^2 - 20x + 48$ на $x-4$.

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 : x-4 \\ \underline{x^3 - 4x^2} \\ 2x^2 - 20x \\ \underline{2x^2 - 8x} \\ 12x + 48 \\ \underline{12x + 48} \\ 0 \end{array}$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = (x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0.$$

Решим ур-ие

$$x^2 + 2x - 12 = 0. \frac{D}{4} = 1 + 12 = 13. x = -1 \pm \sqrt{13}.$$

Значит у исходного ур-ия корни:

$$\begin{cases} x_1 = -6 \\ x_2 = 4 \\ x_3 = -1 - \sqrt{13} \\ x_4 = -1 + \sqrt{13} \end{cases}$$

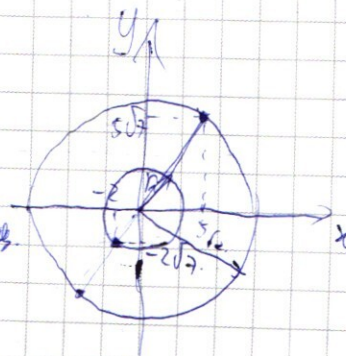
$$\text{Ответ: } x_1 = -6; x_2 = 4; x_3 = -1 - \sqrt{13}; x_4 = -1 + \sqrt{13}$$

№5.

Найдём радиусы окружностей ^{по которым} ~~проходят~~ ~~касательные~~ ~~касательные~~. Индекс 1 - вершина 2-мерной.

$$r_1 = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{7})^2} = \sqrt{2^2 + 28} = 4\sqrt{2}$$

$$r_2 = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{7})^2} = \sqrt{5^2 + 175} = 10\sqrt{2}$$



Из курса физики известно соотношение $v = \omega r$, где v — ^{равномерного} скорость движения точки по окружности, r — радиус этой окружности, ω — угловая скорость.

$$\omega_1 = \frac{v_1}{r_1} = \frac{2v_2}{4\sqrt{2}} = \frac{v_2}{2\sqrt{2}} \quad \omega_2 = \frac{v_2}{r_2} = \frac{v_2}{10\sqrt{2}} = \frac{v_2}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{5} = \frac{\omega_1}{5}$$

$$\omega_1 = 5\omega_2$$

Это означает, что если точка изменила свой угол на $\Delta\alpha$, то вращение изменил его на $5\Delta\alpha$.

Заметим, что изначально углы между касательными из ^{т. О.} ~~т. О.~~ ~~т. О.~~ равен π .

Наименьшее расстояние между касательными будет когда ~~углы между~~ касательными из ~~т. О.~~ ~~т. О.~~ ~~т. О.~~ равен 0.

Т.к. — касательные движутся в одном направлении, то $5\Delta\alpha - \Delta\alpha = \pi$.

$\Delta\alpha = \frac{\pi}{4}$ — это значит, что дуга от начального положения пройдет по дуге равной $\frac{\pi}{4}$, до точки ~~сближения~~ ~~сближения~~.

$5\Delta\alpha - \Delta\alpha = 2\pi$ $4\Delta\alpha = 2\pi \Rightarrow \Delta\alpha = \frac{\pi}{2}$ — это значит, что дуга пройдет по дуге $\frac{\pi}{2}$ от одного сближения до другого.

Пусть α — угол ~~между~~ ~~между~~ AOx

во время первого сближения, найдем

координаты точки

$$x_2 = r_2 \cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) = r_2 \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos\alpha - \sin\alpha)$$

$$y_2 = r_2 \sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) = r_2 \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos\alpha + \sin\alpha)$$

$$\text{начальн } x = r_2 \cos\alpha \quad y = r_2 \sin\alpha$$

или

$$x_{20} = r_2 \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{5 - \sqrt{7}}{r_2} = \frac{5(1 - \sqrt{7})}{\sqrt{2}}$$

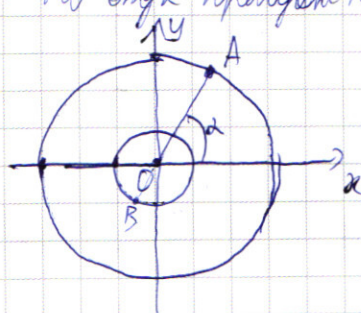
$$y_{20} = r_2 \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{5 + \sqrt{7}}{r_2} = \frac{5(1 + \sqrt{7})}{\sqrt{2}}$$

~~Менее~~ при повторе

при повторе ^{есть} на $\frac{\pi}{2}$ (следующее сближение)

$$x_{201} = \frac{5(1 + \sqrt{7})}{\sqrt{2}}$$

$$y_{201} = \frac{5(1 - \sqrt{7})}{\sqrt{2}}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

При ~~нахождении~~ на α , координаты лежат на противоположных.
Значит запишем все пары: $(\frac{5(1-\sqrt{7})}{\sqrt{2}}; \frac{5(1+\sqrt{7})}{\sqrt{2}}); (-\frac{5(1+\sqrt{7})}{\sqrt{2}}; \frac{5(1-\sqrt{7})}{\sqrt{2}});$
 $(-\frac{5(1-\sqrt{7})}{\sqrt{2}}; -\frac{5(1+\sqrt{7})}{\sqrt{2}}); (\frac{5(1+\sqrt{7})}{\sqrt{2}}; -\frac{5(1-\sqrt{7})}{\sqrt{2}}).$

~~Или~~

✓ ч.

Рассмотрим случаи: $x \geq 2$ и $x < 2$.

I $x \geq 2$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x^3(2x-3) + x(7x-4) + 4 \geq 0$$

заметьте, что при $x \geq 2$ ~~всегда~~ $2x-3 > 0$; $7x-4 > 0$.

значит при любой $x \geq 2$ неравенство выполняется.

II $x < 2$.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(2-x) + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 6x^2 + 3x^3 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

Решим уравнение $2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 = 0$

Заметьте, что $x=1$ - корень уравнения. Проверим

$$2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 1 + 4 = 0$$

~~Или~~ Разделим многочлен;

получим, что $2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 = (x-1)(2x^3 + 5x^2 - 4x)$.

$$\begin{array}{r}
 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \quad | \quad x-1 \\
 \underline{2x^4 - 2x^3} \\
 5x^3 - 5x^2 \\
 \underline{-5x^3 + 5x^2} \\
 -4x + 4 \\
 \underline{-4x + 4} \\
 0
 \end{array}$$

Заметим, что $x = -2$ ун-ия $2x^3 + 5x^2 - 4$ есть корень. Проверим

$$2 \cdot (-2)^3 + 5(-2)^2 - 4 = 2 \cdot (-8) + 5 \cdot 4 - 4 = -16 + 20 - 4 = 0.$$

Отсюда разделим многочлен.

$$\begin{array}{r}
 2x^3 + 5x^2 - 4 \quad | \quad x+2 \\
 \underline{2x^3 + 4x^2} \\
 x^2 + 2x - 4 \\
 \underline{x^2 + 2x} \\
 -4 \\
 \underline{-2x - 4} \\
 0
 \end{array}$$

$$\text{Заметим } 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 = (x-1)(x+2)(2x^2 + x - 2)$$

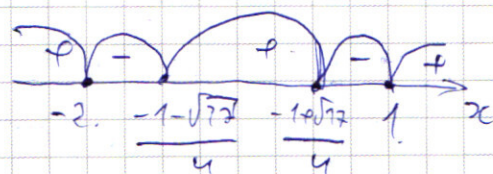
$$2x^2 + x - 2 = 0 \quad D = 1^2 + 4 \cdot 2 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2 \cdot 2}$$

Значит:

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 = (x-1)(x+2)\left(x - \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{-1-\sqrt{17}}{4}\right) \geq 0$$

Используется метод интервалов:



Значит при $x \leq 2$

$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; 2)$$

$$\text{Аналогично ответ: } x \in (-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; +\infty)$$

ИЗ.

Решим первое уравнение
интервала А и В

$$A: y \geq x + 6$$

$$B: y \geq 6 - x$$

рассмотрим при всех возможных значениях $y = 12$

$$\begin{array}{l}
 AB: y - 6 - x + y - 6 + x = 12 \\
 \quad \quad \quad 2y = 24 \quad y = 12
 \end{array}
 \quad \Rightarrow \quad
 \begin{cases}
 12 \geq x + 6 \\
 12 \geq 6 - x
 \end{cases}
 \Rightarrow
 \begin{cases}
 x \leq 6 \\
 x \geq -6
 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\overline{AB}$:

$$x+6-y+y-6+x=12$$

$$2x=12$$

$$x=6$$

$$\begin{cases} y < 12 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$\overline{AB}$

$$y-6-x-y+6-x=12$$

$$x=-6$$

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ y < 12 \end{cases}$$

$\overline{AB}$

$$x+6-y-y+6-x=12$$

$$-2y=0$$

$$y=0$$

$$y=0$$

$$\begin{cases} 0 < 6-x \\ 0 < 6-x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -6 \\ x < 6 \end{cases}$$

Запишем решение на плоскости:

Заметим, что 2 уравнения — это
уравнения 4 окружностей.

Сцентрируем в $(8; 6)$ $(-8; 6)$ $(8; -6)$ $(-8; -6)$.

и радиусами $\sqrt{a^2}$

пересечения 4-х окружностей
станут 4 точки

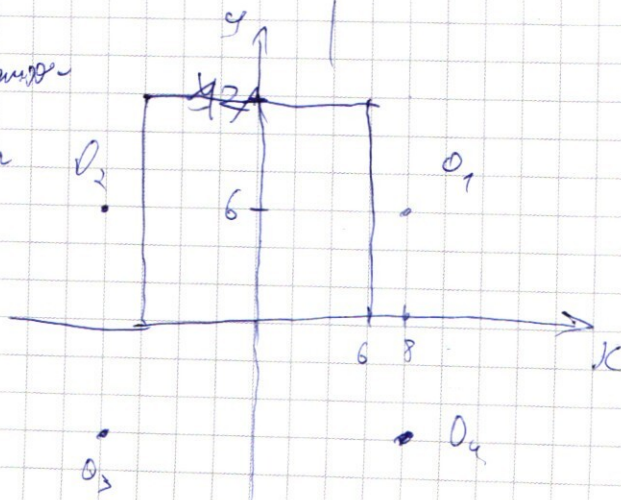
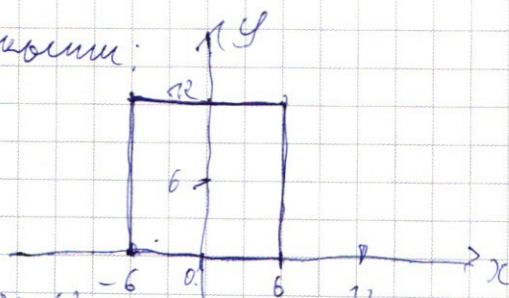
Решения системы

уравнений

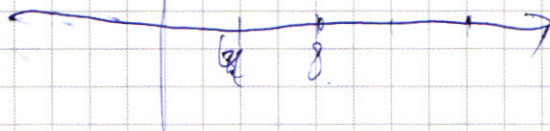
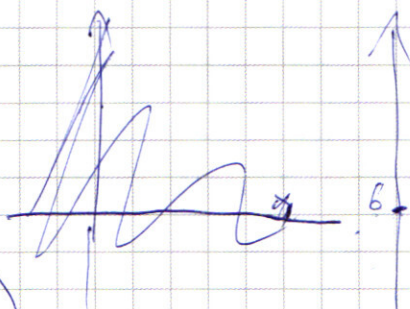
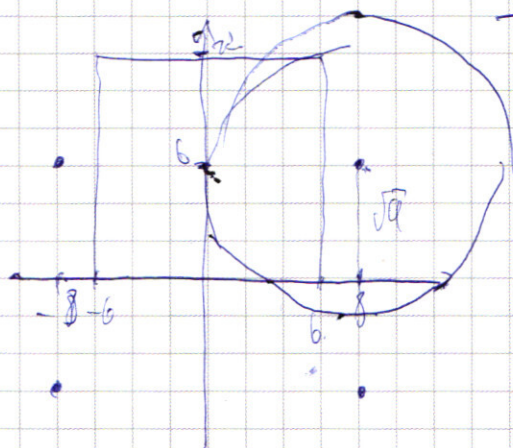
будут 4 точки

если $\sqrt{a^2} > 2$.

Ответ $n=4$



$$(x-8)^2 + (y-6)^2 = a$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$5 \frac{(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}} \neq 10\sqrt{x}$$

$$5(\sqrt{x}+1) < 10\sqrt{x}$$

$$\sqrt{x}+1 < 2\sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} < \sqrt{x}+1$$

$$2\sqrt{x} > 1$$

$$x > 0.25$$

$$x > 0.25$$

$$x \leq 2$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(2-x) + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 6x^2 + 3x^3 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x=1$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \mid x-1$$

$$-2x^4 - 2x^3$$

$$5x^3 - 5x^2$$

$$-5x^3 - 5x^2$$

$$-4x+4$$

$$-4x+4$$

$$0$$

$$2x^3 + 5x^2 - 4 \mid x+2$$

$$-2x^3 + 2x^2$$

$$3x^2$$

$$3x^2 + 6x$$

$$-6x - 4$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$1 \quad 2 - 3 + 7 - 4 + 4$$

$$2 \quad 32 - 24 + 28 - 8 + 4 = 32$$

$$4 \quad 512 - 192 + 112 - 16 + 4 = 432$$

$$2x^4 - 3x^3 \geq x^3(2x-3) \geq 0$$

$$x(2x-3) \geq 0$$

$$x(2x-3) \geq 0$$

$$x(2x-3) \geq 0$$

$$1 \quad 2+5-4 \quad 1-2+5-4$$

$$2 \quad 2+8+5+4-4 \quad 2-16+20+4-20$$

$$4 \quad 7.0$$

$$4 \quad 7.0$$

$$2+3-5-4+4=0$$

$$2x^3 + 5x^2 - 4$$

$$(x-1)(2x^3 + 5x^2 - 4) \geq 0$$

$$x^2(2x+5) - 4 \geq 0$$

$$2x^2 + 5x - 4 \geq 0$$

$$-2 \cdot 8 - 4 + 5 \cdot 4 = 20 - 4 - 16 = 0$$

$$\frac{2x^3 + 5x^2 - 4}{2x^3 + 4x^2}$$

$$\frac{x^2}{x^2 + 2x}$$

$$-2x - 4 \quad -5 < -\sqrt{17}x - 4$$

$$4 < \sqrt{17} < 5$$

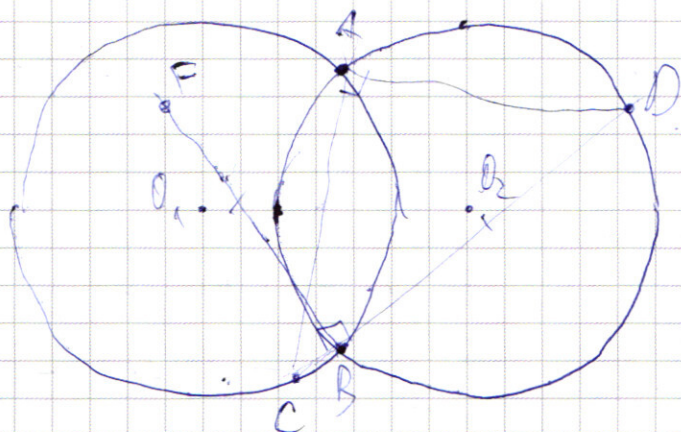
$$3 < \sqrt{17} - 1 < 4$$

$$\frac{9}{4} < \frac{\sqrt{17} - 1}{4} < 1$$

$$\frac{x+2}{2x^2+x-2}$$

$$D = 1 + 4 \cdot 1517$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$



$$6 > x > -6$$

$$|y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12$$

$$y - 6 - x \geq 0$$

$$y \geq x + 6 \quad A$$

$$y - 6 + x \geq 0$$

$$y \geq 6 - x \quad B$$

AB

$$y - 6 - x \geq 0 \quad y - 6 + x \geq 0$$

$$2y \geq 12$$

$$y \geq 6$$

$$x \geq 6 - y$$

$$x \geq -6$$

AB

$$y - 6 - x + y - 6 + x = 12$$

$$-2x = 12$$

$$x = -6$$

$$y \geq 12$$

AB

$$x + 6 - y + y - 6 + x = 12$$

$$x \leq 6$$

$$y \leq 0$$

$$y \geq 12$$

$$0 \leq x \leq 6$$

$$x \geq -6$$

AB

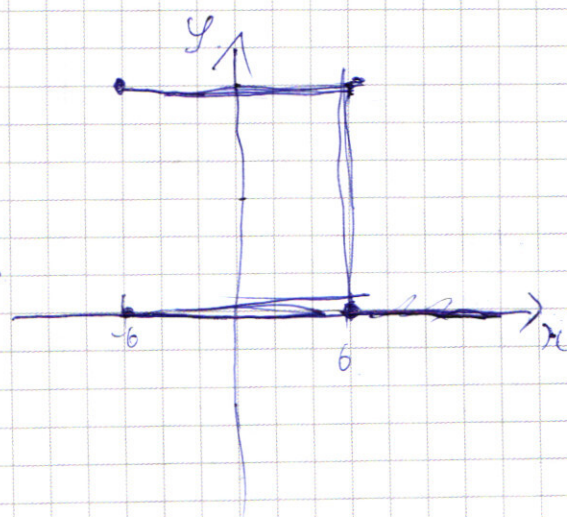
$$x + 6 - y + 6 - x - y = 12$$

$$y = 0$$

$$x \leq 6$$

$$x \geq -6$$

$$x \leq 6$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$700 \leq 5^2 \cdot 2^2 \cdot 7$$

$$112141517$$

$$q \text{ в } 3 \text{ шир } 5 \text{ ш}$$

$$1-7$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 + 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 8 \cdot 7 \cdot 6^2 = 56 \cdot 36$$

$$\begin{array}{r} \times 56 \\ 36 \\ \hline 336 \\ + 168 \\ \hline 2016 \end{array}$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40320$$

2016

$$b_1, b_2, \dots, b_{3000}, S$$

$$b_3, b_6, \dots, b_{3000}$$

N_2

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$b_3, b_6 = b_3 q^3$$

$$S = b_3 \frac{q^{3n} - 1}{q^3 - 1} = 10S$$

$$b_1, b_2, 50b_3, b_4, b_5, 50b_6, \dots, 50b_{3000}$$

$$S_1 = S_0 + 49b_3 \frac{q^{3n} - 1}{q^3 - 1} = 10S_0$$

$$S_2 = S_0 + b_2 \cdot \frac{q^{2n} - 1}{q^2 - 1} = kS_0$$

$$49b_1 q^2 \frac{q^{3n} - 1}{q^3 - 1}$$

$$49b_1 q^2 \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} = 9S_0 = 9b_1 \frac{q^{3000} - 1}{q - 1}$$

$$b_1 q \frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1} = (k-1)S_0 = (k-1) \cdot b_1 \frac{q^{3000} - 1}{q - 1}$$

$$b_3, b_3 q^3, b_3 q^6$$

$$b = b_3, q = q^3$$

$$n = 1000$$

$$b_2, b_2 q^2, b_2 q^4, b_2 q^6$$

$$n = \frac{3000}{2} = 1500$$

$$\frac{-49q^2}{q^3-1} = \frac{9}{q-1}$$

$$\frac{49q^2}{q^3-1} = \frac{9}{q-1}$$

$$\frac{q}{q^2-1} = \frac{(k-1)}{q-1}$$

$$k-1 = \frac{q-1}{q^2-1} \cdot q = \frac{q}{q+1}$$

$$k = \frac{q+q+1}{q+1} = \frac{2q+1}{q+1}$$

$$50^2 = 2500$$

$$30^2 = 900$$

$$40^2 = 1600$$

$$20^2$$

$$\begin{array}{r} \times 39 \\ 39 \\ \hline 117 \\ 117 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$q = \frac{9 \pm 39}{80}$$

$$\begin{cases} q = \frac{48}{80} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \\ q = -\frac{3}{8} \end{cases}$$

$$\frac{49q^2(q-1)}{(q-1)(q^2+1+q)} = 9$$

$$49q^2 = 9q^2 + 9q + 9$$

$$40q^2 = 9q + 9$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$q = 31 \pm 4 \cdot 9 \cdot 40 = 1521 \pm 39^2$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 36 \\ \hline 1440 \\ 36 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$k = \frac{2q+1}{q+1}$$

$$\left[\frac{\frac{6}{5}+1}{\frac{6}{5}-1} = \frac{6+5}{3+5} = \frac{11}{8} \right]$$

$$k = \frac{11}{8}$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 4$$

$$x^3 - 4x + 80 = 248$$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (x+6) (\sqrt{x^3 - 4x + 80} - (x+4)) = 0$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x+4$$

$$1.4 = 32$$

$$3^2 = 2^2 = 4 - 32$$

$$x^2 + 2.5x + 25 - 1 = (x+4)^2 - 1$$

$$(x+4)(x+6)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x + 4$$

$$x^3 - 16 + 8x = x^3 - 4x + 80$$

$$x^3 - x^2 - 12x + 64 = 0$$

$$-1 \quad -1 \quad -1 \quad -12 \quad +64$$

$$-2 \quad -8 \quad -4 \quad +24 \quad +64$$

$$-4 \quad -64 \quad -16 \quad +48 \quad +64$$

$$-8 \quad -512 \quad -64 \quad +64 \quad +128$$

$$1 \quad -1 \quad -12 \quad +64$$

$$8 \quad -4 \quad -24 \quad +64$$

$$64 \quad -46 \quad -48 \quad +64$$

$$x=1$$

$$8 \quad 2 \quad -2 \quad +64 \quad -12.8$$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 25 - 1 = (x+5)^2 - 1 = (x+6)(x+4)$$

$$x+6 \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x\sqrt{2} + 4\sqrt{2})$$

$$(x+6)(\sqrt{x^3 - 4x + 80} - (x\sqrt{2} + 4\sqrt{2})) = 0$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+4)$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 16 + 8x) = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$1 \quad 1 \quad -2 \quad -20 \quad +48$$

$$2 \quad 8 \quad -8 \quad -40 \quad +48$$

$$4 \quad 64 \quad -32 \quad -80 \quad +48 \quad -32 \quad +32$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$x_1 = 1 + 12 = 13$$

$$x_2 = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$x=4$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = (x-4)(x^2 + 2x - 12)$$

$$x^3 - 4x^2$$

$$-2x^2 - 20x$$

$$-2x^2 - 8x$$

$$-12x + 48$$

$$4^3 = 64$$

$$64 - 2 \cdot 16 - 20 \cdot 4 + 48$$

$$32 \quad 80 \quad -80 \quad +48$$

$$= 32 - 32$$

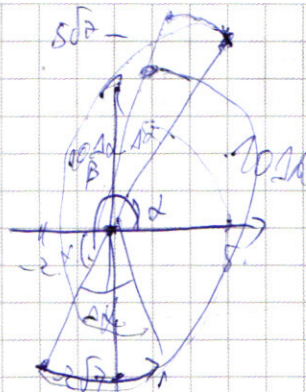
$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 | x-2 | u > 0$$

$$r_1 = \sqrt{4+4 \cdot 7} = \sqrt{4 \cdot 8} = 4\sqrt{2}$$

$$r_2 = \sqrt{5^2 + 5^2 \cdot 7} = \sqrt{5^2 \cdot 8} = 10\sqrt{2}$$

$$v_1 = 2\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} \cos \alpha$$



$$v = v_1 + v_2 = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$v = W r$$

$$u = \frac{v}{r}$$

$$u_1 = \frac{v_1}{r_1} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$$

$$u_2 = \frac{v_2}{r_2} = \frac{\sqrt{2}}{10\sqrt{2}}$$

$$10u_2 = u_1$$

$$\alpha = \alpha_0 + u_2 t$$

$$\alpha_0 - \beta_0 = \pi$$

$$\beta = \beta_0 + u_1 t$$

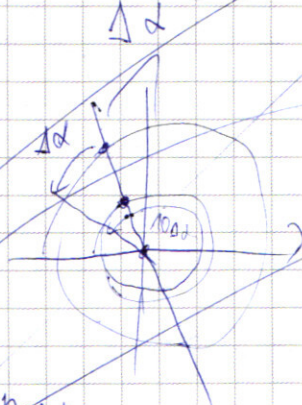
$$\alpha - \beta = \alpha_0 - \beta_0 + (u_2 - u_1)t$$

$$u_1 = 10u_2$$

$$9\Delta\alpha = \pi, \Delta\alpha = \frac{\pi}{9}$$

$$9\Delta\alpha = 2\pi$$

$$\Delta\alpha = \frac{2\pi}{9}$$



$$x = r_2 \cos(\frac{2\pi n}{9}) + \frac{\pi}{9}$$

$$y = r_2 \sin(\frac{2\pi n}{9})$$

$$r_1 = 4\sqrt{2}$$

$$r_2 = 10\sqrt{2}$$

$$u_1 = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{v_1}{2\sqrt{2}}$$

$$u_2 = \frac{v_2}{10\sqrt{2}}$$

$$5u_2 = u_1$$

$$r_2 \cos \alpha =$$

$$\frac{5\sqrt{2} + 4}{\sqrt{2}}$$

$$4\Delta\alpha = \pi, \Delta\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$2\Delta\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$x_2 = r_2 \cos(\arctg(\sqrt{7}) + \frac{\pi}{4}) = r_2 \cos \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y_2 = r_2 \sin(\arctg(\sqrt{7}) + \frac{\pi}{4})$$

$$x_2 = r_2 (\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha)$$

$$r_2 \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$x_2 = r_2 \cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) \sin \alpha$$