

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1 $4200 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$, тогда в галочки ρ -значки мы используем либо набор $\{2, 2, 5, 5, 7, 7\}$, либо $\{4, 5, 5, 7, 7\}$ (любое другое представление даст такое же количество, но невозможно). Тогда способов расставить набор в ρ -значки так:

$$\{2, 2, 5, 5, 7, 7\} - C_6^2 \cdot \frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{6! \cdot 6!}{5! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{7!}{2} =$$

$$= 5! \cdot 3 \cdot 7 = 120 \cdot 3 \cdot 7 = 2520.$$

$$\{4, 5, 5, 7, 7\} - C_5^3 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 2! \cdot 1!} = \frac{5! \cdot 5! \cdot 1!}{5! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{7!}{3} = 5! \cdot 2 \cdot 7 =$$

$$= 1680$$

Тогда всего вариантов $2520 + 1680 = 4200$

Ответ: 4200.

N 2 Пусть $b_1, \dots, b_{2000}$ это $b, bq, bq^2, \dots, bq^{1999}$,

т.е. прогрессия с первым элементом b и знаменателем q .

Тогда $b + bq + \dots + bq^{1999} = S$, увеличив $b_3, b_5, \dots, b_{2000}$ в 40 раз сумма увеличится в 5, значит увеличится на $39(b_3 + \dots + b_{2000})$, увеличивается на $4S$, т.е.

$$39(bq^2 + \dots + bq^{1999}) = 4S = 39bq^2(1 + q^2 + \dots + q^{1998}) = 39bq^2 \frac{1 - q^{2000}}{1 - q^2}$$

$$\text{Тогда } \frac{4S}{S} = \frac{39bq^2 \frac{(1 - q^{2000})}{(1 - q^2)}}{b \frac{(1 - q^{2000})}{(1 - q^2)}} = \frac{39q^2(1 - q^2)}{1 - q^2} = \frac{39q^2}{1 + q + q^2} = 4$$

$$39q^2 = 4 + 4q + 4q^2 \Leftrightarrow 35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$D = 16 + 560 = 576 = 24^2, \quad q_1 = \frac{4-24}{70} = -\frac{20}{70} = -\frac{2}{7} \text{ (невозможно, т.к. } l_1, \dots, l_{2000} > 0) \quad q_2 = \frac{4+24}{70} = 0,4$$

Получим знаменателем прогрессии $0,4 = q$.

Пусть S увеличится в $k+1$ раз, т.е.

$$S + kS = \frac{l(1-q^{2000})}{1-q} + 2 \cdot (l_2 + l_4 + \dots + l_{2000}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow kS = 2 \cdot (lq + lq^3 + \dots + lq^{1999}) = 2lq \frac{1-q^{2000}}{1-q^2} \Rightarrow$$

$$k = \frac{kS}{S} = \frac{2lq \frac{1-q^{2000}}{1-q^2}}{l \frac{1-q^{2000}}{1-q}} = \frac{2q(1-q)}{1-q^2} = \frac{2q}{1+q} = \frac{2 \cdot 0,4}{1,4} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

Т.е. $k+1 = 1\frac{4}{7}$, значит увеличится в $1\frac{4}{7}$ раза.

Ответ: $1\frac{4}{7}$ раза.

$$\sim 3 \quad \left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 400 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+10}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4) \quad \text{Заметим, что}$$

$$x = -10 \text{ — корень т.к. } \sqrt{x^3 - 64x + 200} = \sqrt{-1000 + 640 + 200} = \sqrt{-160} -$$

не имеет смысла, поделим обе части на $x+10$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4) \Rightarrow x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128 \Leftrightarrow x^3 - 8x^2 + 72 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-6)(x-6)(x-2) = 0 \Leftrightarrow (x-6)(x-(1+\sqrt{3})).$$

$(x-(1-\sqrt{3})) = 0$, т.е. корни уравнения $6, 1+\sqrt{3}, 1-\sqrt{3}$.

Ответ: $6, 1+\sqrt{3}, 1-\sqrt{3}$.

$$\sim 4 \quad 4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

Сначала рассмотрим $x \geq -2$

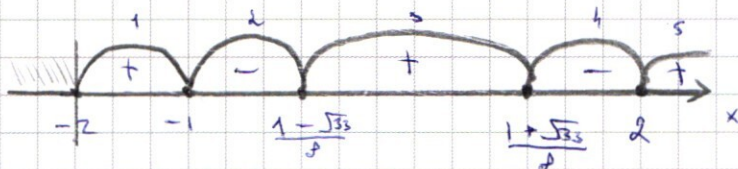
$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 = (x-2)(x+1)\left(x - \left(\frac{1+\sqrt{33}}{4}\right)\right)\left(x - \left(\frac{1-\sqrt{33}}{4}\right)\right)$$

$$\text{т.е. } (x-2)(x+1)\left(x - \left(\frac{1+\sqrt{33}}{4}\right)\right)\left(x - \left(\frac{1-\sqrt{33}}{4}\right)\right) \geq 0$$



Тогда получается ~~x < -2~~

$$x \in [-2; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{4}; \frac{1+\sqrt{33}}{4}\right] \cup [2; +\infty)$$

$$(1): (-)(-)(-)(-) \geq 0 \quad \checkmark$$

$$(2): (-)(+)(-)(-) \geq 0 \quad -$$

$$(3): (-)(+)(-)(+) \geq 0 \quad \checkmark$$

$$(4): (-)(+)(+)(+) \geq 0 \quad -$$

$$(5): (+)(+)(+)(+) \geq 0 \quad \checkmark$$

Теперь пусть $x < -2$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4, \text{ заметим, что}$$

$4x^4$ и $11x^2$ положительные, а $5x^3 + 4x$ отрицательны

при этом по модулю $|4x^4| > |5x^3|$, т.е. $|4x| > 5$ и

$|11x^2| > |4x|$, значит выражение положительно

при всех $x \in (-\infty; -2)$.

Тогда получается все $x \in (-\infty; -2) \cup [-2; -1] \cup$

$$\cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{4}; \frac{1+\sqrt{33}}{4}\right] \cup [2; +\infty), \text{ т.е. } x \in (-\infty; -1] \cup$$

$$\cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{4}; \frac{1+\sqrt{33}}{4}\right] \cup [2; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{4}; \frac{1+\sqrt{33}}{4}\right] \cup [2; +\infty).$$

N5 Замечим, что расстояние между предметами минимально тогда и только тогда, когда они летят в одной четверти, на одной линии с началом координат. Это, что меньше между, очевидно, покажем, когда такое расстояние достигается.

O — начало координат.

M_0, O, N_0 — летят на одной прямой, т.е. $\overrightarrow{M_0O}$ коллинеарны $\overrightarrow{N_0O}$.

Построим N'_0 ,

симметричную N_0

относительно O .

За один оборот

картасы

Погда A — окружность

картасы, B — неспара.

Заметим, что минимальное

расстояние достигается в таких точках, как если бы

карта двигалась по B , но со скоростью в 2 раза больше

(т.е. радиус $A - \sqrt{1+2} = 3$, а у $B - \sqrt{1+32} = 6$, т.е.

в 2 раза больше) т.е. пусть карта двигается по

B со скоростью $5V$, а неспара V (карта по $A - 2,5V$).

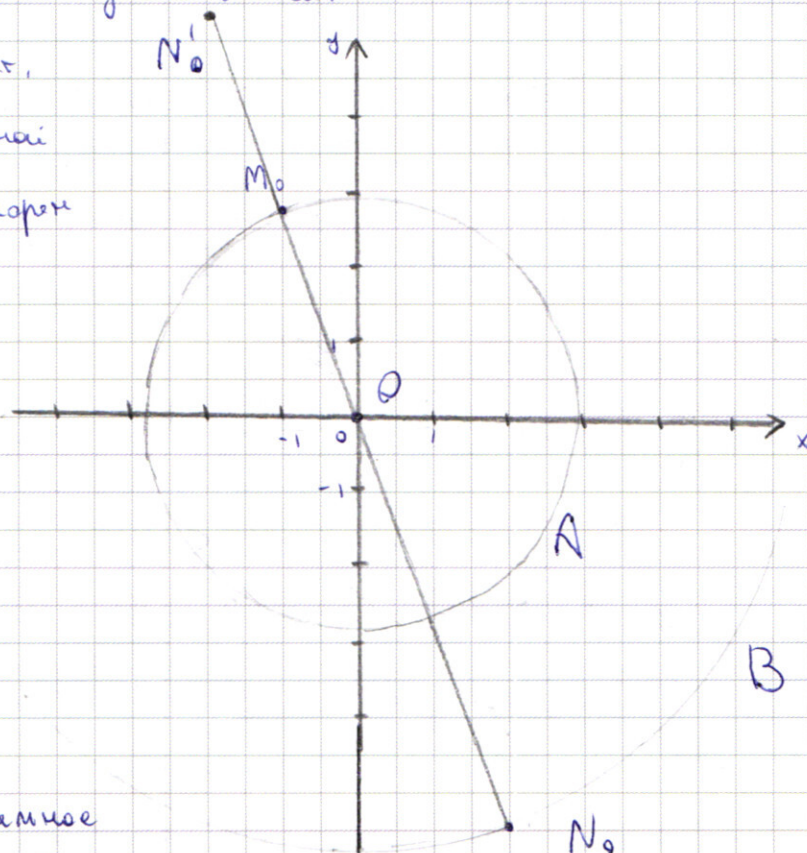
Погда нужно все такие точки, где они встречаются.

т.е. объекта движется по одной окружности, пусть

V и $5V$ — условные скорости. Рассмотрим систему

координат с началом в O и абсциссой N'_0, N_0 ,

рассмотрим на ней тригонометрический круг.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

В N'_0 - значение 0, а в N_0 - π , тогда пусть $v = k\pi$, $sv = sk\pi$, пусть карусель обогнала на 2 круга $z \in \mathbb{Z}$ и $z \geq 0$, тогда ~~также~~ и они встретятся в момент t , тогда $\pi + k\pi t = st\pi + 2\pi z$, т.е. $\pi - 2\pi z = 4\pi tk$, т.е.

$\frac{1-2z}{4} = kt$, значит они встретятся во всех таких точках $\pi + \pi \frac{1-2z}{4}$, $z \in \mathbb{Z}$, $z \geq 0$. Значит, все такие точки периодичны.

Ответ: все такие, что образуют угол $\pi + \pi \frac{1-2z}{4}$, $z \in \mathbb{Z}$, $z \geq 0$, в построенной тригоном. окр. $\subset ON_0$.

№ 6 а)

Заметим,
что $\angle ADC =$
 $= \angle ACD = 45^\circ$,

т.е. они описаны
на равные дуги,

т.к. окружности равны, значит $AC = AD$, тогда $\angle BDF =$

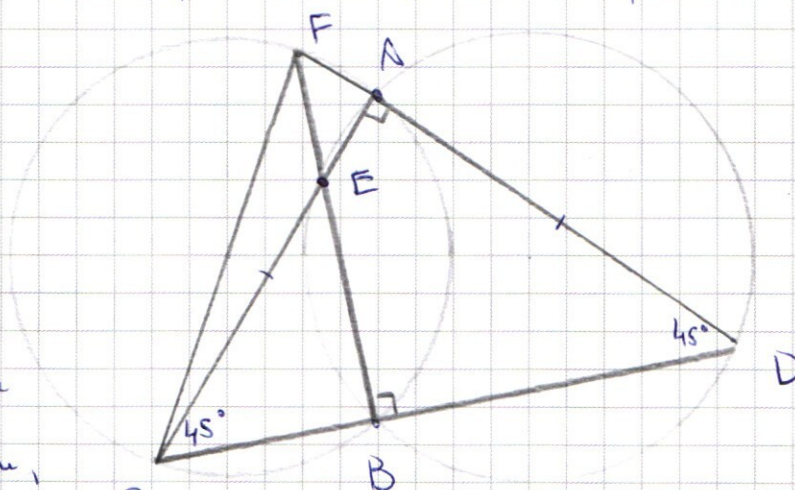
$= \angle BFD = 45^\circ$, т.к. $BD = BF$, значит $\angle AFB = \angle ACB \Rightarrow$

A, B, C, F на одной окружности. Значит CF - диаметр,

т.к. $\angle FAC = 90^\circ$, т.е. $CF = 2 \cdot AB = 26$ (радиус 13).

Ответ: 26.

б) Пусть $E = FB \cap CA$, тогда $CB = BE = 10$, т.е.



$$CE = CB \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2}, \quad EA = AF = x, \quad \text{тогда}$$

$$CF^2 = FA^2 + AC^2 = x^2 + (x + 10\sqrt{2})^2 = 20^2 \quad (CF = 20)$$

$$2x^2 + 20\sqrt{2}x + 200 = 676 \Leftrightarrow 2x^2 + 20\sqrt{2}x + 476 = 0$$

$$D = 800 + 38408 = 4408, \quad \text{тогда } x = \frac{-20\sqrt{2} \pm \sqrt{4408}}{4} =$$

$$= -5\sqrt{2} \pm \frac{\sqrt{4408}}{4}, \quad x = \frac{-20\sqrt{2} - \sqrt{4408}}{4} < 0 \quad (\text{не подходит}).$$

$$\text{Тогда } S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot AF \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{4408}}{4} - 5\sqrt{2} \right) \left(\frac{\sqrt{4408}}{4} + 5\sqrt{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4408}{16} - 50 \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{551}{2} - 50 \right) = \frac{1}{2} (275,5 - 50) = \frac{1}{2} \cdot 225,5 =$$

$$= 112,5 + 0,25 = 112,75$$

Ответ: 112,75.

№7 Рассмотрим $(|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = 0$, в

I четверти это все точки круга с центром $(15; 8)$ и радиусом $\sqrt{a}$, лежащие в I кв., аналогично в II кв. это все точки симметричные точкам в I относительно ординаты, в III кв. точки симметричные точкам в II относительно ординаты и в IV, симметричные точкам в II относительно ординаты. (т.е.

везде берем $|x|$ и $|y|$)

Тогда рассмотрим $|y + x + 8| + |y - x + 8| = 16$,
 для каких-то $x, y \geq 0$ рассмотрим все $x \geq y + 8$,

$$\text{тогда } y + x + 8 + y - x + 8 = 16, \quad \text{т.е. } x = 0,$$

а если т.е. для всех $y \geq 0$, $x > y + 8 \Leftrightarrow 0 > y$,

решений нет, пусть $-y - 8 \leq x \leq y + 8$

$$y + x + 8 + y - x + 8 = 16, \quad y = 0, \quad -8 \leq x \leq 8.$$

Теперь пусть $x < -y - 8$, тогда

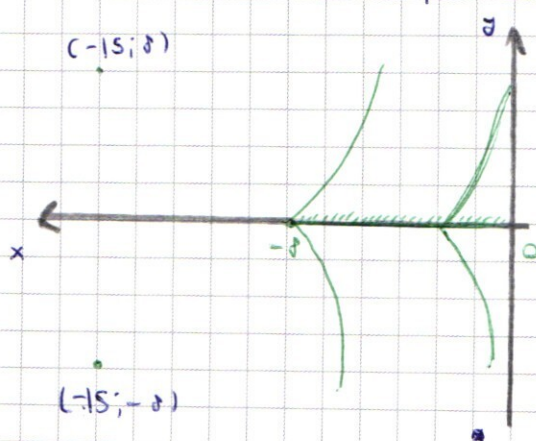
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-y - x - \rho + y - x + \rho = 16$, $x = -\rho$, т.е. $y > 0$, решений нет. Возможно, где $y \geq 0$, верно только $x \in [-\rho; \rho]$.
где $y = 0$, Аналогично где $y < 0$, получится только $y = 0$, $x \in [-\rho; \rho]$

Тогда заметим, что если ρ больше 2 решения в I и IV четверти, то больше 2 решения в II и III в силу симметрии, значит равно одна в I и IV. Рассмотрим окр. в I четверти, и в IV четв. Для $\forall x \in [0; \rho]$

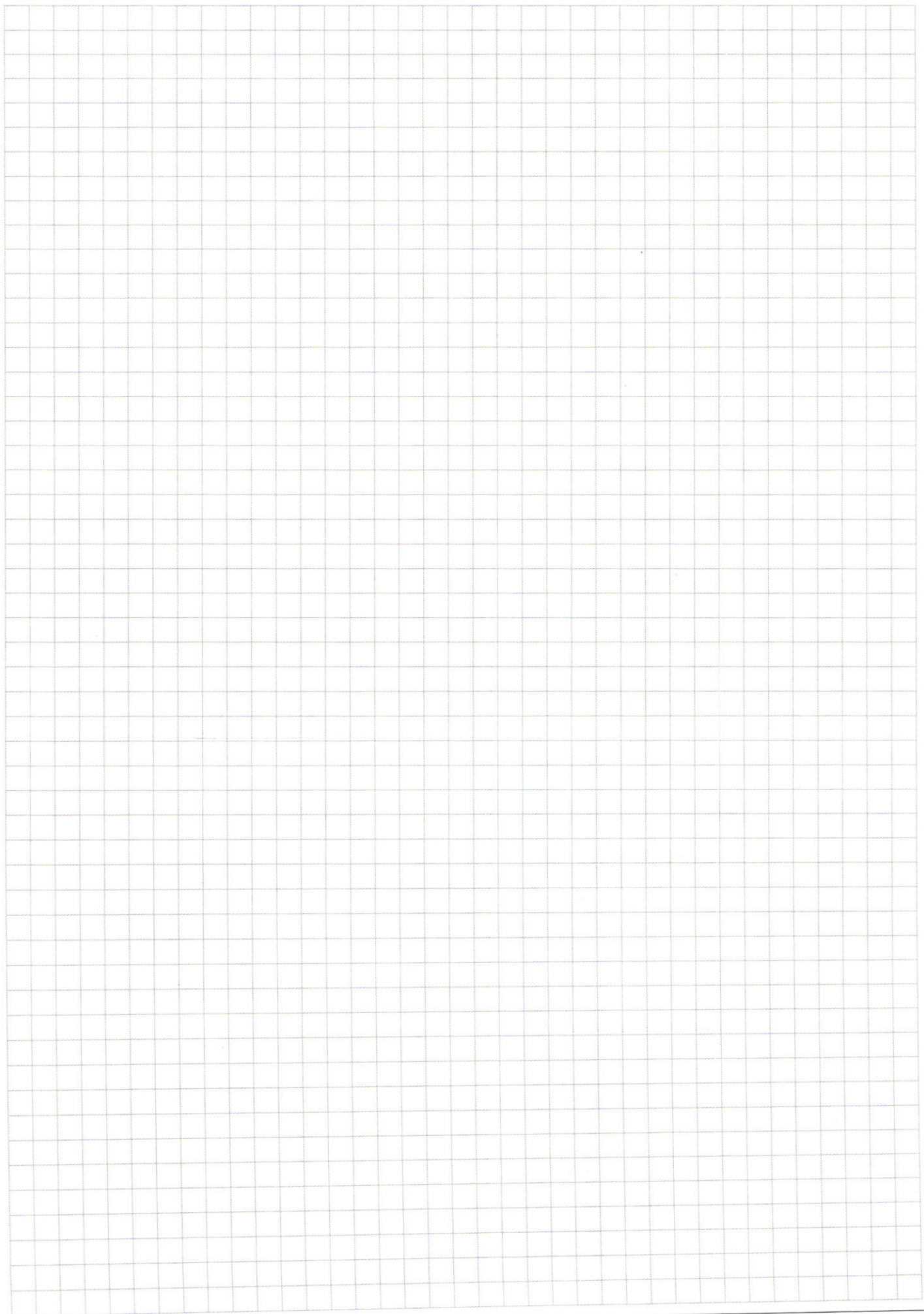
решение может быть в $(x; 0)$ и будет только одна в данной четверти.

Тогда $7^2 + \rho^2 \leq a^2 \leq 15^2 + \rho^2$,
т.е. $a \in [\sqrt{113}; 17]$



Аналогично, где II и III четверти, решение будет иметь в точках $(x; 0)$, где $x \in [-\rho; 0]$, т.е.
 $7^2 + \rho^2 \leq a^2 \leq 15^2 + \rho^2$,
т.е. $a \in [\sqrt{113}; 17]$. И.е.

система имеет равно два решения где $a \in [\sqrt{113}; 17]$
Ответ: $[\sqrt{113}; 17]$.



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten calculations on graph paper:

$$4900 \quad 2$$

$$2450 \quad 2$$

$$1225 \quad 5$$

$$245 \quad 5$$

$$49 \quad 7$$

$$7 \quad 7$$

$$1 \quad 1$$

$$b_1, b_9, \dots, b_{2999}$$

$$b\left(\frac{1-q^{3000}}{1-q}\right) = S$$

$$40 \cdot (b_{9^2}, b_{9^5}, \dots, b_{9^{2999}}) =$$

$$= 40 \cdot b_{9^2} \cdot b\left(\frac{1-q^{2997}}{1-q^3}\right) = 40 \cdot b_{9^2} \cdot \frac{1-q^{2997}}{1-q^3} = 55$$

$$S = \frac{40 \cdot b_{9^2} \cdot \frac{1-q^{2997}}{1-q^3}}{b\left(\frac{1-q^{3000}}{1-q}\right)} = \frac{49^2(1-q)}{1-q^3} = \frac{49^2(1-q)}{(1-q)(1+q^2+q^4)} = \frac{49^2}{1+q+q^2}$$

$$49 = 39(b_{9^2}, b_{9^5}, \dots, b_{9^{2999}}) = 39 \cdot b_{9^2} \cdot \frac{1-q^{2997}}{1-q^3}$$

$$4 = \frac{39 \cdot 9}{1+q+q^2}$$

$$kS = 2(b_9 + b_{9^3} + \dots + b_{9^{2999}}) = 2b_9(1+q^2+\dots+q^{2998}) =$$

$$= 2b_9 \left(\frac{1-q^{3000}}{1-q^2} \right)$$

$$k = \frac{29(1-q)}{(1-q^2)}$$

$$\left(\frac{x}{252} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 2000} = x^2 + 6x - 50$$

$$\frac{x+10}{252} \sqrt{\dots} = (x+10)(x-4)$$

$$\sqrt{\dots} = 252(x-4)$$

$$x^3 - 64x + 2000 = 252^2(x-4)^2$$

$$X^3 - 2X^2 + 72 = 0 \quad -2, 0, 0$$

$$0 \cdot 0 \cdot 0 - 8 \cdot 0 \cdot 0 + 72$$

$$2 \cdot 4 \cdot 8$$

$$3 \cdot 9$$

$$8 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 8 - 8 \cdot 9 \cdot 4$$

$$0 \cdot 0 \cdot 0 - 8 \cdot 0 \cdot 0$$

$$\begin{array}{r} X^3 - 2X^2 + 72 \mid X+8 \\ X^3 + 8X^2 \\ \hline -14X^2 + 72 \\ -15X^2 + \end{array}$$

$$\begin{array}{r} X^3 - 2X^2 + 72 \mid X+8 \\ X^3 + 8X^2 \\ \hline -14X^2 + 72 \\ -15X^2 - 84X \\ \hline 84X + 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -72 + 72 \\ -2 \cdot 0 \cdot 0 + 72 \\ 0 \cdot 0 \cdot 0 - 8 \cdot 0 \cdot 0 + 72 = 0 \end{array}$$

$$(X^2 + 8X + 12)(X + 8) = X^3 + 8X^2 - 15X^2 - 84X + 12X + 72$$

$$\begin{array}{r} X^3 - 2X^2 + 72 \mid X+8 \\ X^3 - 8X^2 \\ \hline 2X^2 + 72 \\ 2X^2 - 12X \\ \hline -12X + 72 \end{array}$$

$$X^3 + 2X^2 - 12X - 6X^2$$

$$4 + 58 = 52 = 4 \cdot 13 = 2 \cdot 2 \cdot 13$$

$$4 + 48 = 52 = 2 \cdot 2 \cdot 13$$

$$\frac{2 + 2\sqrt{13}}{2} = 1 + \sqrt{13}$$

$$D = 1 + 32 = 33$$

$$\frac{1 - \sqrt{33}}{2} \quad \frac{1 + \sqrt{33}}{2}$$

$$X \geq -2$$

$$1X^4 + X^2 + 4X - 5X^2 \mid X+2 \mid +4 \geq 0$$

$$1X^4 + X^2 + 4X - 5X^3 - 10X^2 + 4 \geq 0$$

$$4X^4 - 5X^3 - 9X^2 + 4X + 4 \geq 0$$

$$4 - 5 - 9 + 4 + 4$$

$$2X^4 - 10X^3$$

$$(X-2)$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \quad -1 \quad -4 + 3 + 3 - 2$$

$$4 \cdot 8 - 4 \cdot 0 + 8 + 4 - 32$$

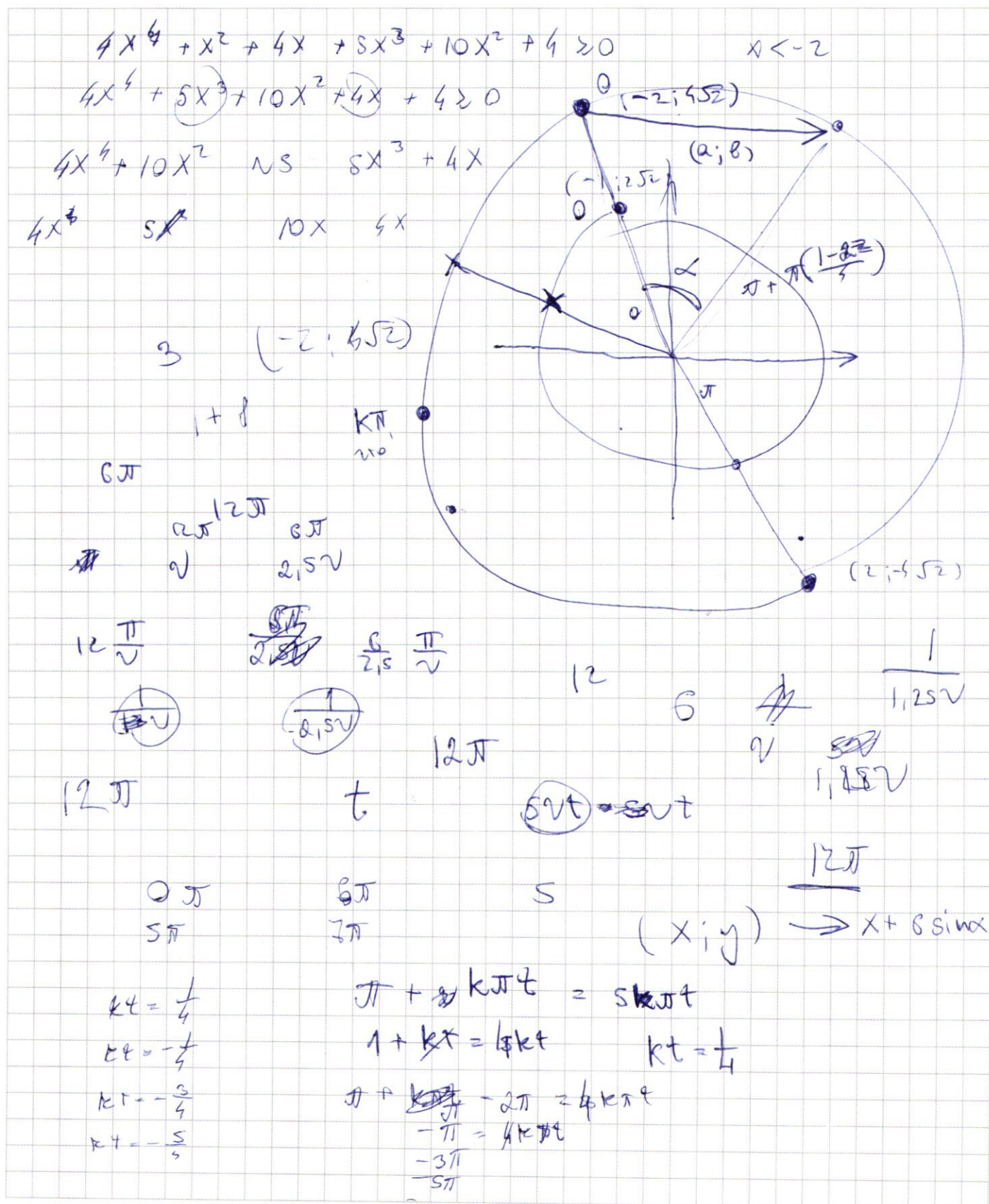
$$\begin{array}{r} 70 - 71 \\ -34 + 12 \\ 4X^3 + 3X^2 - 3X - 2 \end{array}$$

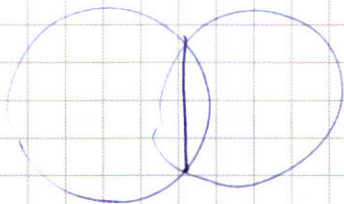
$$-32 + 12 + 6 + 2$$

$$\begin{array}{r} 4X^3 + 3X^2 - 3X - 2 \mid X+1 \\ 4X^3 + 4X^2 \\ \hline -X^2 - 3X - 2 \\ -X^2 - X \\ \hline -2X - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4X^4 - 5X^3 - 9X^2 + 4X + 4 \mid X-2 \\ 4X^4 - 8X^3 \\ \hline 3X^3 - 9X^2 + 4X + 4 \\ 3X^3 - 6X^2 + 6X + 6 \\ \hline -3X^2 + 5X - 2 \\ -3X^2 + 6X \\ \hline -X + 4 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





h

$$(2; -4\sqrt{2})$$

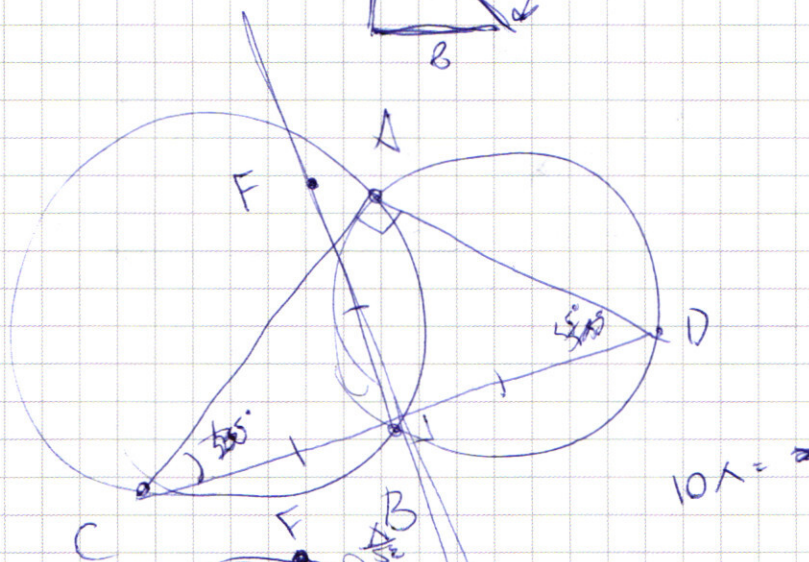
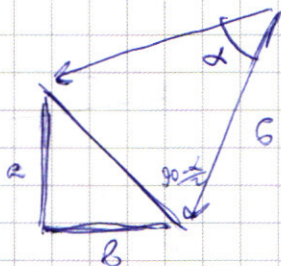
$$a^2 + b^2 = 72 - 72 \cos \alpha$$

$$72(1 - \cos \alpha)$$

$$(-2; 4\sqrt{2}) \rightarrow (-2+a; 4\sqrt{2}+b)$$

$$(-2+a)^2 + (4\sqrt{2}+b)^2 = 36$$

$$4 + a^2 + 4a + 32 + b^2 + 8\sqrt{2}b = 36$$

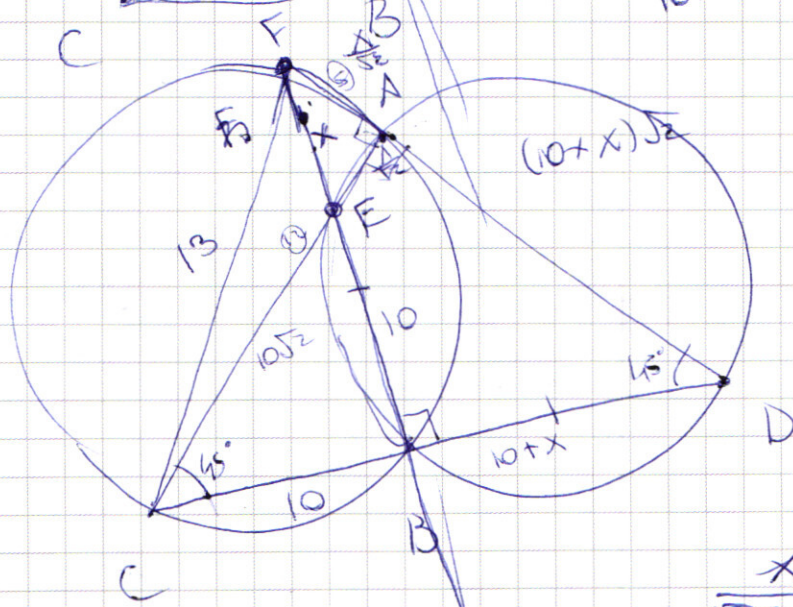


$$10\sqrt{2} + \frac{x}{\sqrt{2}} =$$

$$= (30+x)$$

$$10x = x$$

$$(10+x)\sqrt{2} = 10\sqrt{2} + x$$



$$\frac{x}{\sqrt{2}} \cdot 10 + x\sqrt{2}$$

$$\frac{x}{\sqrt{2}(10+x)} \cdot \frac{20+x}{10} \cdot \frac{10}{x} = 1$$

$$20+x = 20+2x$$

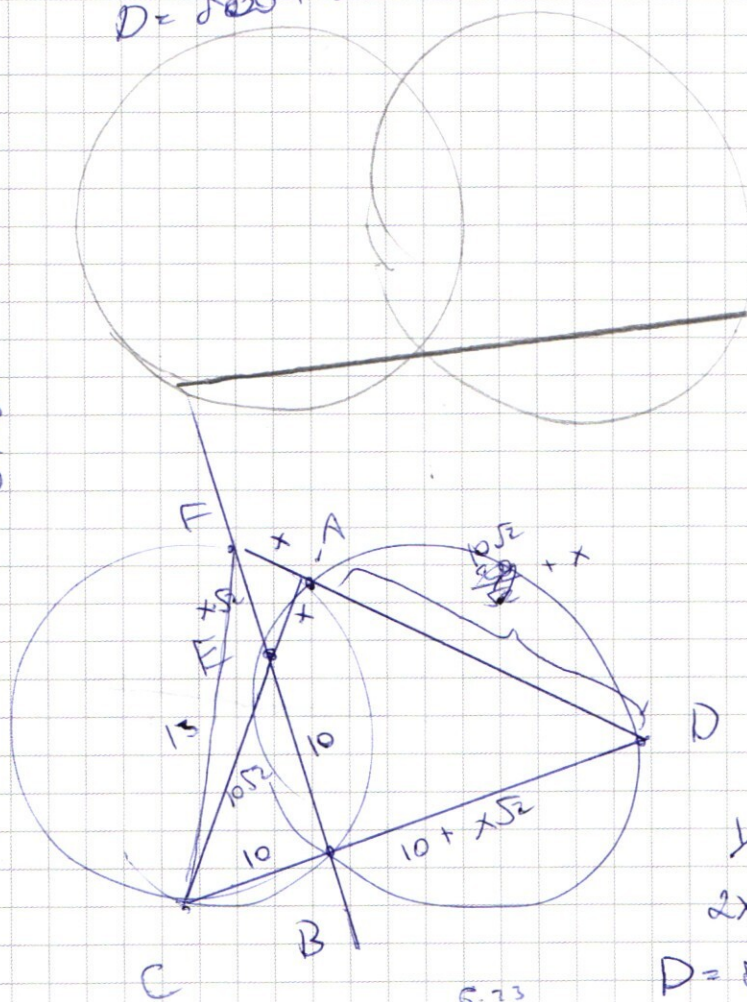
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

p. 436

-536 OK O

$$2x^2 + 205x + \cancel{100} = 0$$

$$D = 500 \text{ A } 3 \text{ POT} = 4408$$



12.10.2

(10^2)

532 2
266 2
133

250
8.31

$$\begin{array}{r} 3 \\ 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 552 \overline{) 216} \\ - 1104 \\ \hline 1056 \\ - 1056 \\ \hline 0 \end{array}$$

101×5^2 169

$$\frac{\cancel{x}}{10\sqrt{2} + \cancel{x}} \cdot \frac{20 + 10\sqrt{2}}{10} \cdot \frac{\cancel{10}}{\cancel{x}\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$189 = x^2 + (x + 10\sqrt{2})^2 =$$

$$= x^2 + x^2 + \cancel{200}^{31} = 2052x$$

$$2x^2 - 2052x + 31 = 0$$

$$D = 520 - 248 = 272$$

$$189 = x^2 + x^2 + \overset{31}{220} + 2052x$$

$$2x^2 + 20\sqrt{2}x + 31 = 0 \quad 3)$$

$$D = 100 - 248 = 552$$

4.2.31

$$(2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5})^2$$

$$(1052 + x)^2 + x^2 = 169$$

$$2x^2 + 2052x + 8.1 = 100$$

$$D = 800 - 250 = 550$$

$$\left(-5\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2+3.23}}{2} \right) \left(5\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2+3.23}}{2} \right)$$

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 23}{1} - 50 = \frac{51}{2} = 25,5$$

$$\frac{4408}{16} = 275.5$$

$$\frac{-20\sqrt{2} + \sqrt{560}}{45\sqrt{2} + \sqrt{560}}$$

552	2
270	2
138	2
69	3
23	23
1	

550 ✓ 4
1102 2
551

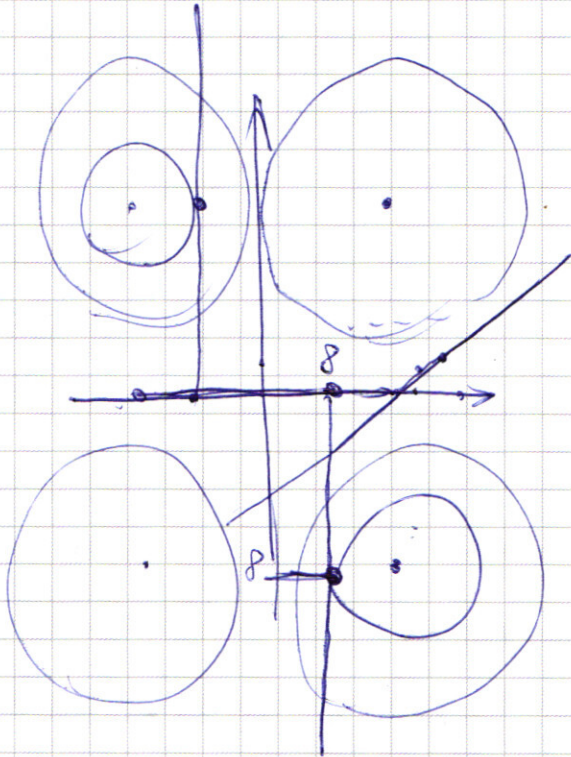
987

~~532~~

$$GZG = 100 + (10 + 15z) = 100 + 100 + 205z + 2z^2$$

$$|y+x+p| + |y-x+p| = 18$$

$$(|x| - 15)^2 + (|y| - p)^2 = a$$



~~2~~

y.

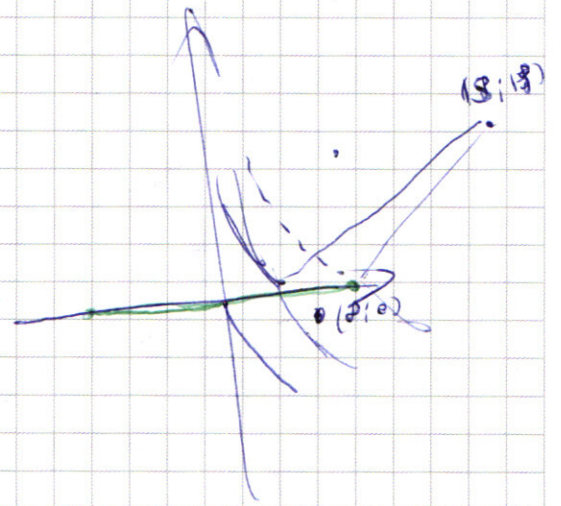
$$X \geq y + p$$

$$y + x + p - y + x - p = 18$$

$$x = p$$

$$0 > y$$

$$-y - p \leq x$$



113
19+64
25+64
289