

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$abcdefgh$ - восьмизначное число.

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 4900.$$

Разложим 4900 на простые множители:

$$\begin{array}{r|l} 4900 & 5 \\ 980 & 5 \\ 196 & 2 \\ 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 4900 & 5 \\ 980 & 5 \\ 196 & 2 \\ 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$4900 = 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7.$$

Заметим, что каждая цифра $\leq 9 \Rightarrow$ каждая цифра числа $abcdefgh$ не более максимального

из выше найденных простых множителей.

Возможные варианты:

$$1) \quad 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1$$

$$P_1 = C_6^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 = 2520.$$

$$2) \quad 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$P_2 = C_2^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^3 = 1680.$$

Всего вариантов: $P_1 + P_2 = 4200.$

Ответ: 4200.

$$S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} \quad \sqrt{2}.$$

$$BS = S + S'$$

$$S' = \frac{b_1 q^2 ((q^3)^{1000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$4S = S'$$

$$\frac{4b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = \frac{b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

т.к. $\begin{cases} |q| \neq 1, \text{ то можно сократить обе части.} \\ b_1 \neq 0 \end{cases}$

$$\frac{4}{q-1} = \frac{q^2}{q^3-1}$$

$$q^3 - q^2 = 4q^3 - 4$$

$$3q^3 + q^2 - 4 = 0$$

У данного уравнения с целыми коэффициентами возможные ~~целые~~ ^{рациональные} корни:

$\pm \frac{2}{3}, \pm 1, \pm \frac{1}{3}, \pm 2, \pm 4, \pm \frac{4}{3}$. Отрицательные не подходят, т.к. все члены пос. положительны $\Rightarrow$ необходимо перебрать: $\frac{2}{3}, 1, \frac{1}{3}, 2, 4, \frac{4}{3}$.

Подходит только $q=1$.

№2

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$1) S = \frac{b_1(q^1 - 1)}{q - 1} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$5S = S + S'$$

$$S = \frac{39 b_1 q^2 ((q^3)^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$\frac{4 b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} = \frac{39 b_1 q^2 (q^3 - 1)}{q^3 - 1}$$

$$\text{п.к. } \begin{cases} b_1 \neq 0 \\ |q| \neq 1 \end{cases} \quad \text{т.о.}$$

$$\frac{4}{q - 1} = \frac{39 q^2}{q^3 - 1} \Rightarrow$$

$$39 q^3 - 39 q^2 = 4 q^3 - 4$$

$$35 q^3 - 39 q^2 + 4 = 0$$

Полным перебором рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами находим $q = 1$.

$$2) xS = S + S''$$

$$S'' = \frac{2 b_1 q ((q^2)^{1500} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S(x - 1) = \frac{2 b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$\frac{b_1 (q^{3000} - 1)(x - 1)}{q - 1} = \frac{2 b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$\text{п.к. } \begin{cases} b_1 \neq 0 \\ |q| \neq 1 \end{cases} \quad \text{т.о.}$$

$$\frac{x-1}{x+1} = \frac{2q}{q+1}$$

$$x = \frac{2q+q+1}{q+1}$$

$$x = \frac{3q+1}{q+1} = \frac{3+1}{2} = 2$$

Ответ: ~~2~~ увеличится в 2 раза.

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt[3]{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$f(x) = x^3 + 6x - 40$$

$$D = 36 + 160 = 196$$

$$x_1 = \frac{-6 - 14}{2} = -10$$

$$x_2 = \frac{-6 + 14}{2} = 4$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \right) \sqrt[3]{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

Заметим, что при $x = -10$:

$$x^3 - 64x + 200 = 1000 - 640 + 200 < 0, \text{ что не } \text{удовл.}$$

$$x \neq -10$$

можно вернуться на $x+10$:

$$\sqrt[3]{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4)$$

п.к. $\sqrt[3]{x^3 - 64x + 200} \geq 0$, то возведём обе части в квадрат.

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 | x+2 | + 4 \geq 0.$$

Рассмотрим 2 случая: $x+2 \geq 0$
 $x+2 < 0$

① $x \geq -2$.

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 - 10x^2 + 4 \geq 0.$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

~~Разложение~~ Подбором найдем корни
многочлена: $x = -1$.

Получим тебу: $(4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4) = Q(x)(x+1)$.

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \quad | \quad x+1 \\ \underline{4x^4 + 4x^3} \\ -9x^3 - 9x^2 \\ \underline{-9x^3 - 9x^2} \\ -4x + 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 4$. Подбором найдем
корни многочлена: $x = 2$.

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 9x^2 + 0 \cdot x + 4 \quad | \quad x-2 \\ \underline{4x^3 - 8x^2} \\ -x^2 + 0 \cdot x + 4 \\ \underline{-x^2 + 2x} \\ -2x + 4 \\ \underline{-2x + 4} \\ 0 \end{array}$$

Умножена ~~с целыми~~ коэффициентами
целые корни имеют вид $\frac{p}{q}$

Подберем один из корней: $x=6$.
По теореме Безу:

$$x^3 - 8x^2 + 72 = Q(x) \cdot (x-6)$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 8x^2 + 72 & x-6 \\ \underline{x^3 - 6x^2} & x^2 - 2x - 12 \\ -2x^2 + 8x & \\ \underline{-2x^2 + 12x} & \\ -12x + 72 & \\ \underline{-12x + 72} & \\ 0 & \end{array}$$

$$(x^3 - 8x^2 + 72) = (x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$f(x) = x^2 - 2x - 12$$

$$D = 4 + 48 = 52 = 4 \cdot 13$$

$$x_1 = \frac{2 - 2\sqrt{13}}{2} = 1 - \sqrt{13}$$

$$x_2 = 1 + \sqrt{13}$$

с

$$(x^3 - 8x^2 + 72) = (x-6)(x-1+\sqrt{13})(x-1-\sqrt{13}) = 0$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x=6 \\ x=1-\sqrt{13} \\ x=1+\sqrt{13} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Такими образом:

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 = (x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2)$$

$$f(x) = 4x^2 - x - 2$$

$$D = 1 + 32 = 33$$

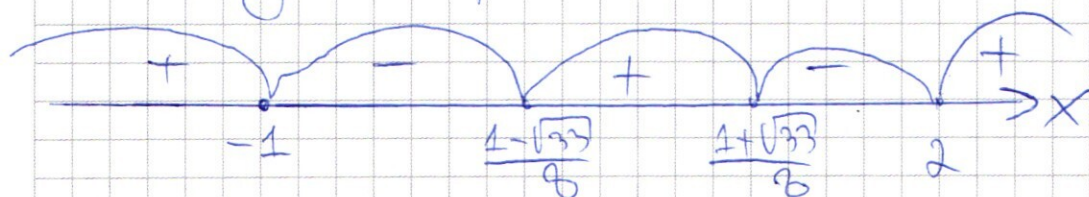
$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{33}}{8}$$

$$x_2 = \frac{1 + \sqrt{33}}{8}$$

($\wedge$)

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 = (x+1)(x-2)\left(x - \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right)\left(x - \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right) \geq 0$$

Метод интервалов:



Но также $x \geq -2 \Rightarrow$

$$x \in [-2; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$$

② $x+2 < 0$

$$x < -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$\underbrace{(4x^4 + 11x^2 + 4)}_{(1)} + \underbrace{(5x^3)}_{(2)} \geq 0$$

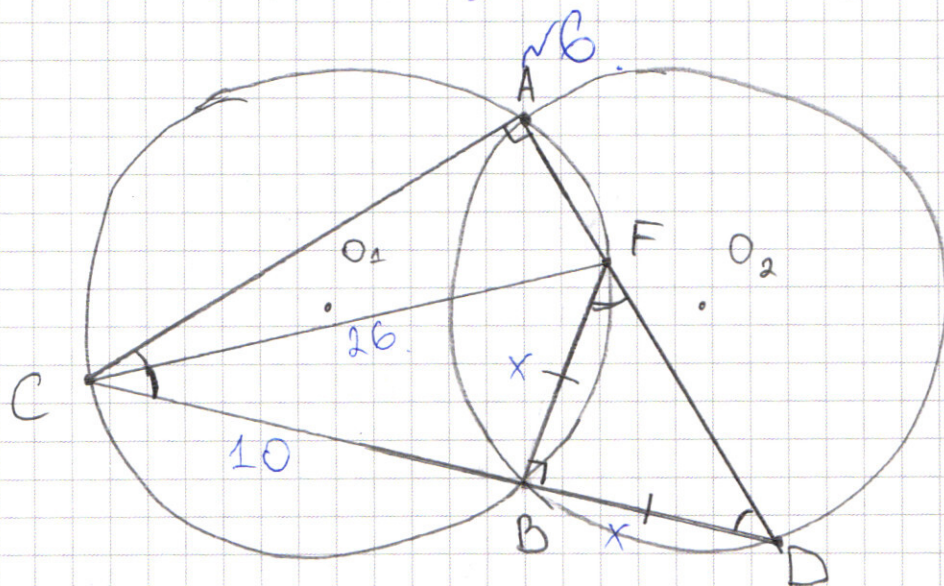
Заметим, что значения (1) растут быстрее значений (2), также значения (1) $> 0 \Rightarrow$

$$x \in (-\infty; -2) \text{ ~~и~~ } (-2; 1)$$

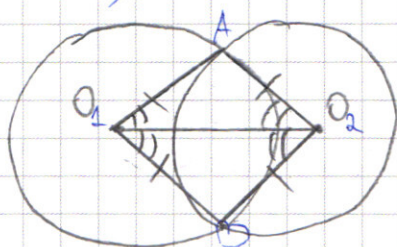
$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -2)$$

Ответ: $\mathbb{R}$

$$x \in (-\infty; -2] \cup [-2; -1] \cup \left[1 - \frac{\sqrt{3}}{6}; 1 + \frac{\sqrt{3}}{6}\right] \cup [2; +\infty)$$



1) Докажем, что $\angle ACD = \angle ADC$:



Центральные углы равных окр-тей опираются на точки пересечения окр-тей: A, B.

$O_1A = O_1B = AO_2 = BO_2$ как радиусы равных окр-тей.

$$\triangle O_1AO_2 = \triangle O_1BO_2$$

центральные углы равны $\Rightarrow$ равны и вписанные $\Rightarrow \angle ACD = \angle ADC$ ~~$\Rightarrow \angle ACD = \angle ADC$~~

~~1. AB~~

2) Рассмотрим четырехугольник AFBC.

$$\angle CAF + \angle FBC = 180^\circ \Rightarrow \angle ACB + \angle AFB = 180^\circ \Rightarrow \angle ACB = \angle BFD.$$

3) Из вышеприведенных док-в следует, что точка F лежит на отрезке AD, поскольку

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

мы получили равнобедренный треугольник,
где BF лежит на одной прямой со стороной,
равной $BD \Rightarrow BF$ и это та самая сторона
 $\Rightarrow F \in AD$.

4) Т.к. $\angle CBF = 90^\circ = \angle CAF$, то суммы
противоположных сторон углов $CAFB$
равны $\Rightarrow CAFB$ — вписанный четырехугольник
 $\Rightarrow T.F$ лежит на окр-ти, описанной около
него.

5) Из вышеперечисленных док-в следует,
что $\triangle CAF$ — вписан в окружность. Т.к.
 $\triangle CAB$ — прямоугольный, то $CF = 2R = 26$.

6) Пусть теперь известно, что $BD = 40$
 $BC = 40$.

Рассмотрим $\triangle CBF$, обозначив $BF = BD$ за x .
 $x^2 + 400 = 676$ (по теореме Пифагора)

$$x = 24$$

$$S_{CFD} = \frac{FB \cdot CD}{2} = \frac{24 \cdot 34}{2} = 12 \cdot 34 = 408$$

7) Докажем, что $\angle ACD = \angle ADC$. Но $\angle CAD = 90^\circ =$
 $\Rightarrow \angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$.

$$8) S_{CAD} = \frac{AD^2}{2}$$

9) По теореме Пифагора:

$$2AD^2 = 34^2$$

$$AD^2 = \frac{34^2}{2}$$

$$AD = \frac{34}{\sqrt{2}}$$

$$10) S_{ACD} = \frac{AD^2}{2} = \frac{\frac{34^2}{2}}{2} = \frac{34^2}{4} = \frac{1156}{4} = 289.$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 34 \\ 34 \\ \hline 736 \\ + 102 \\ \hline 1156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1156 \overline{) 4000} \\ \underline{1156} \\ 35 \\ \underline{32} \\ 36 \\ \underline{36} \\ 0 \end{array}$$

$$11) S_{ACF} = S_{ACD} - S_{CFD} = 289 -$$

$$S_{ACF} = 400 - 289 = 111$$

$$4^3 = 2^6 = 64$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$64 - 64 + 128 = -64$$

$$8 \neq 12$$

$$64 \neq 1$$

$$x = 6$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 8x^2 + 72 & x - 6 \\ - (x^3 - 6x^2) & x^2 - 2x - 12 \\ \hline - 2x^2 + 10x & \\ - (-2x^2 + 12x) & \\ \hline -12x + 72 & \\ - (-12x + 72) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = (x - 6)(x^2 - 2x - 12) = (x - 6)(x - 1 - \sqrt{13})(x - 1 + \sqrt{13})$$

Ответ: $\begin{cases} x = 6 \\ x = 1 - \sqrt{13} \\ x = 1 + \sqrt{13} \end{cases}$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 16 \\ \hline 128 \\ - 200 \\ \hline -72 \\ \hline 72 \\ \times 2 \\ \hline 144 \\ - 200 \\ \hline -56 \\ \hline 56 \\ \times 2 \\ \hline 112 \\ - 200 \\ \hline -88 \\ \hline 88 \\ \times 2 \\ \hline 176 \\ - 200 \\ \hline -24 \\ \hline 24 \\ \times 2 \\ \hline 48 \\ - 200 \\ \hline -152 \\ \hline 152 \\ \times 2 \\ \hline 304 \\ - 200 \\ \hline 104 \\ \times 2 \\ \hline 208 \\ - 200 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$D = 4 + 48 = 52 = 4 \cdot 13$$

$$x_1 = \frac{2 - \sqrt{52}}{2} = 1 - \sqrt{13}$$

$$x_2 = 1 + \sqrt{13}$$

4 

$$9x^4 + (x+2)^2 - \pi x^2 |x+2| \geq 0$$

$$4x^9 + |x+2|^2 - 5x^2|x+2| \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 338 \overline{) 16662} \\ \underline{1320} \\ 3462 \\ \underline{338} \\ 782 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 338 \overline{) 469} \\ \underline{338} \\ 131 \\ \underline{131} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 16 \\ \hline 48 \\ + 300 \\ \hline 480 \end{array}$$

$$x^2(4x^2 - 5) \quad |x+2|(|x+2| - 5x^2) + 4x^4 \geq 0$$

$$4x^4 + |x+2|^2 \geq 5x^2|x+2|$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 576 \overline{) 24} \\ \underline{48} \\ 96 \end{array}$$

$$1) \quad x + 2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

$$\frac{646}{2} = \frac{646 \overline{) 1292}}{2}$$

$$-5x^2 \geq \frac{52}{676}$$

$$4x^4 + (x+2)^2 - x^2(x+2) \geq 0$$

$$-5x^2 + x + 2$$

$$4x^4 + 4x^2 + 4 - 2x^3 - 10x^2 \geq 0.$$

$$D = 1 + 40 = 41$$

~~6x4-3A~~

$$v_1 = \frac{-1 - \sqrt{41}}{-10}$$

$$4x^4 - 11x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$= \frac{1404}{10}$$

$$(x+2)(x+2-5x^2)+9x^4 \geq 0$$

$$V_2 = \frac{-1 + \sqrt{41}}{20}$$

$$(x+2)($$

$$2x^2 = 26^2$$

$$2x^2 = 646$$

$$Y^2 = 338$$

$$\frac{\sqrt{41} - 1}{40}$$

$$R_1 = R - 13 = 2$$

2.169

$CF = 26$

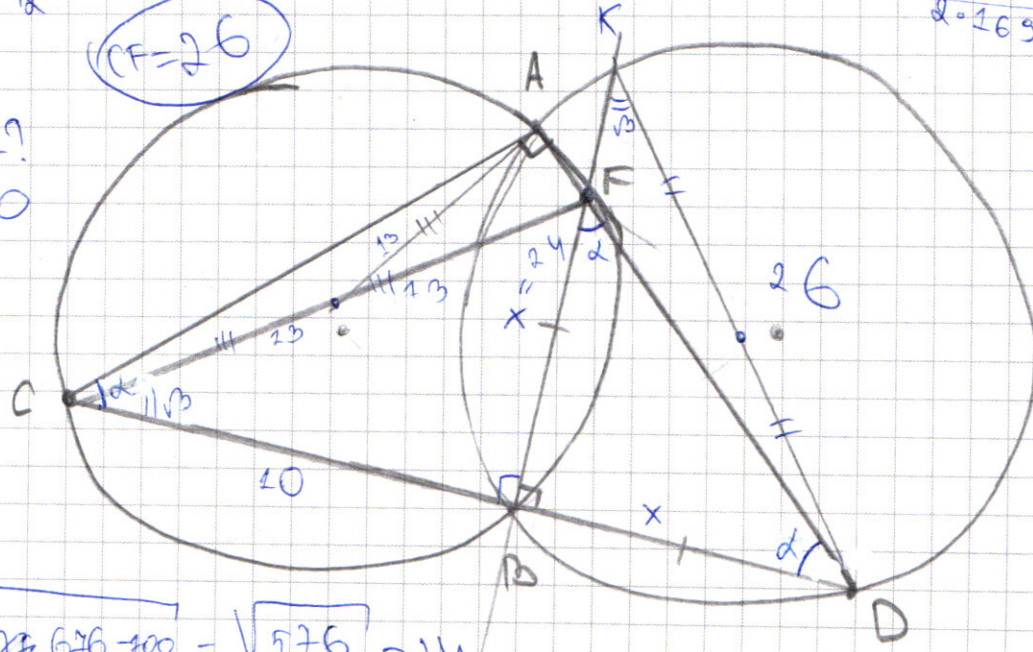
$$x = 13\sqrt{2}$$

F-на окр-ТУ

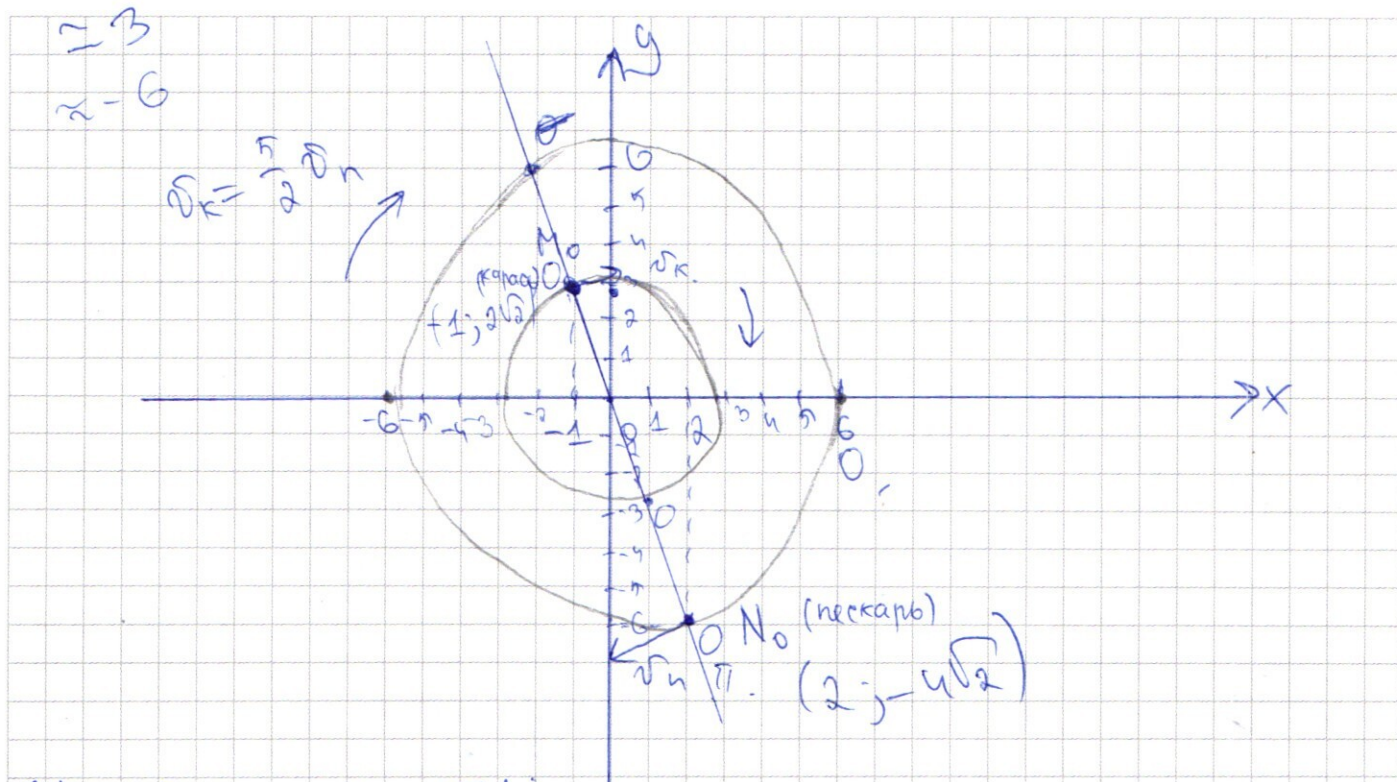
$$\angle AB = 22^\circ$$

AC = 100 -

$$x = \sqrt{2 \times 626 - 100} = \sqrt{576} = 24$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Условие скорости:

$$\phi_n = \frac{2\pi R}{T} \quad \phi_k = \frac{\pi}{2} \phi_n = \frac{\pi}{2} \omega_n R$$

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T} = \frac{\phi_n}{R} \quad \phi_n = \omega_n R$$

$$\omega_k R = \frac{\pi}{2} \omega_n R$$

$$\omega_k = \frac{\pi}{2} \omega_n$$

$$\phi_1 = \omega_k T$$

$$\phi_2 = \pi - \omega_n T$$

$$\phi_2 = \omega_n T$$

$$\phi_2 = 0$$

$$\phi_1 = -\omega_n T_1$$

$$\phi_2 = \pi - \omega_k T_2$$

Время всех вращений:

$$nT = n \frac{\pi}{\omega_n + \omega_k}$$

отсюда координаты.

$$-\omega_n T_1 + \pi - \omega_k T_2 = 0$$

$$T(\omega_n + \omega_k) = \pi$$

время первого вращений.

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 |x+2| + 4 \geq 0$$

~~$$(2x^2)^2$$~~

~~$$x^2(4x^2 + 1)$$~~

$$4x^4 + (x+2)^2 - 5x^2 |x+2| \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4, (2x^2)^2 + 8x^2 + 2^2 - 5x^2$$

$$D=1$$

$$4x^2$$

~~$$x^2(4x^2 + 1) + 4(x+1)$$~~

$$4(x^4 + 1)$$

$$x^2 + 4x$$

$$\begin{array}{r} -32 \\ 36 \\ \hline \end{array}$$

~~$$4x^4$$~~

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 |x+2| + 4 \geq 0$$

$$① x \geq -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 20x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4 - 5 - 9 + 4 + 4 = -10$$

~~$$4 + 5 - 9 - 4 + 4$$~~

$$-1$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \quad | \quad x+1 \\ 4x^4 + 4x^3 \\ \hline -9x^3 - 9x^2 \\ -9x^3 - 9x^2 \\ \hline 4x + 4 \\ 4x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$-9x^3 - 9x^2$$

$$-9x^3 - 9x^2$$

$$\begin{array}{r} 4x + 4 \\ 4x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4) \geq 0$$

$$4 \cdot 8 - 9 \cdot 4 + 4 =$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 9x^2 + 4 \quad | \quad x-2 \\ 4x^3 - 8x^2 \\ \hline -x^2 + 4 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

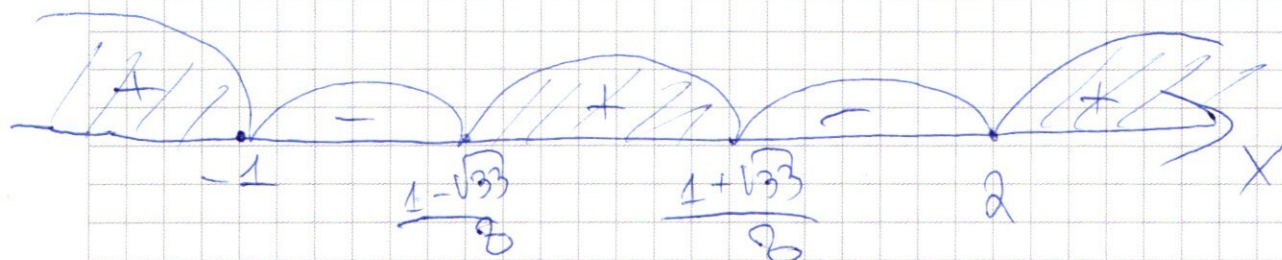
$$\begin{array}{r}
 4x^3 - 9x^2 + 0x + 4 \\
 - (4x^3 - 8x^2) \\
 \hline
 -x^2 + 0x + 4 \\
 - (-x^2 + 2x) \\
 \hline
 -2x + 4 \\
 - (-2x + 4) \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l} x-2 \\ 4x^2 - x - 2 \end{array} \right.$$

$$(x+1)(x-2)(4x^2-x-2) \geq 0.$$

$$D = 1 + 32 = 33$$

$$x_{4,5} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$4(x+1)(x-2)\left(x - \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right) \geq 0.$$



$$\text{но } x \geq -2.$$

$$[-2; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$$

$$x+2 < 0$$

$$x < -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 (x-2) + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4 \cdot 16 + 40 + 44 + 8 + 4$$

$$4 \cdot 16 + 40 + 44 + 8 + 4$$

$$256 - 320 + 176 - 16 + 4 \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ - 320 \\ \hline -64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ - 320 \\ \hline -64 \end{array}$$

$$-64 + 176 - 16 + 4 \geq 0$$

$$176$$

$$4 - 5 - 11 + 4 + 4$$

$$4 \cdot 4^4 = 4 \cdot 256$$

$$1024 - 5 \cdot 64 + 176 - 16 + 4$$

$$64 - 40 + 44 - 8 + 4$$

$$24$$

$$(4x^4 + 11x^2 + 4) + (5x^3 + 4x)$$

$$x \in (-\infty, -2) ?$$

$$4^4 = 2^8 = 256$$

$$4 = 2^2$$

$$(2^2)^4 = 2^8$$

$$1024 = 2^{10}$$

$$512 = 2^9$$

$$256 = 2^8$$

$$\begin{array}{r} 1024 \\ - 512 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1024 \\ - 512 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$4^3 = 2^6$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a b c d e f g h$ - восьмизначное число

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 4900 = 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r|l} 4900 & 5 \\ \hline 49 & \\ 980 & 5 \\ \hline 196 & 2 \\ 98 & 2 \\ \hline 49 & 2 \\ 7 & 7 \\ \hline 1 & \end{array}$$

3 цифры = 4

$$0 = 36 + 1600$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \sqrt{36} \\ 36 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1600 \\ \times 10 \\ \hline 16000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4900 \\ \times 5 \\ \hline 24500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 980 \\ \times 5 \\ \hline 4900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 2 \\ \hline 98 \end{array}$$

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^2 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$C_8^2 \cdot 6 \cdot C_7^2 = 28 \cdot 10 \cdot 6$$

$$\begin{array}{r} 1636 \\ \times 2 \\ \hline 3272 \\ 848 \\ \hline 409 \end{array}$$

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot 6!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

$$C_7^2 = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

$$1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}$$

$$36 \quad q =$$

$$\begin{array}{l} b_1, b_1 q, b_1 q^2 \\ 2 \quad 2 \quad 3 \quad b_1 q^3 \\ \quad 4 \quad b_1 q^4 \\ \quad \quad 5 \quad b_1 q^5 \\ \quad \quad \quad 6 \end{array}$$

$$-3 + 1 - 1 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 34 \\ \times 12 \\ \hline 68 \\ + 340 \\ \hline 408 \end{array}$$

$$36 + 160 = 196$$

$$\frac{1}{256}$$

$$b + qb + q^2b + \dots + q^nb$$

$$b(q+1) \quad b(q+1) + q^2b = b(q^2 + q + 1)$$

$$x(x^2 - 64)$$

$$x(x^2 - 64) + 200$$

$$x(x+8)(x-8) + 200$$

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40 = (x+10)(x-4)$$

$$x_1 = \frac{-6 - 14}{2} = -10$$

$$-1000 - 64 + 200$$

$$x_2 = \frac{-6 + 14}{2} = 4$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

$$x \neq -10$$

$$\frac{132}{12} \frac{12}{12} = 11$$

$$4^3 = 256$$

$$-256 \frac{x^2}{288}$$

$$\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = x - 4$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x - 32$$

$$x^3 - 72x + 232 = 0$$

$$-4096$$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{256} \\ \times 16 \\ \hline 16 \\ + 160 \\ \hline 176 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 16 \\ \hline 16 \\ + 160 \\ \hline 176 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 16 \\ \hline 16 \\ + 160 \\ \hline 176 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 16 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$-176$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 16 \\ \hline 16 \\ + 160 \\ \hline 176 \end{array}$$

$$216 - 176 = 40$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$b + bq + bq^2 + \dots + bq^n$$

$$\frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

$$3S = (b + bq + bq^2 + \dots + bq^{3000}) + (bq + bq^2 + \dots + bq^{3001}) + (bq^2 + \dots + bq^{3002})$$

$$3S = b + bq + 3bq^2 + bq^3 + bq^4 + \dots + bq^{3001} + bq^{3002}$$

$$\frac{b(q^{n+1} - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{2(1)^3}{2} = 1$$

$$\frac{2 \cdot 2}{2} = 2$$

$$1 + 3 + 9$$

$$\frac{b(q-1)^n}{q}$$

$$\frac{b(q+1)^n}{q^{n+1}}$$

$$\frac{2 \cdot 2}{2} = 2$$

$$bq^{n+1}$$

$$\frac{b(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$2S = 2S = -ab - 2bq$$

$$S = b + bq + bq^2 + \dots + bq^{3000}$$

$$5S = b + bq + 4bq^2 + \dots + 4bq^{3000} + bq^{3001}$$

$$xS = b + 3bq + bq^2 + \dots + 3bq^{3000}$$

$$\frac{3 \cdot (3^3 - 1)}{2}$$

$$= \frac{3 \cdot 26}{2} =$$

$$= 39$$

$$\frac{b(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{4 \cdot (3^3 - 1)}{26}$$

$$\frac{2 \cdot (2^4 - 1)}{1} = 2 \cdot 15$$

$$2 + 4 + 8 + 16$$

$$30$$

$$S = \frac{b(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

b,

4500.

$$S = S + S_1$$

$$S_1 = 40bq^2(q^{1000} - 1)$$

$$S_1 = 40(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000})$$

$$S_1 = 40(bq^2 + bq^5 + \dots)$$

$$= 40S'$$

$$S' = \frac{bq^2((q^3)^{1000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_2 = 2(b_2 + b_4 + \dots + b_{2000})$$

$$S_2 = 2(bq + bq^3 + \dots)$$

$$S_2 = \frac{bq(q^{2000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S_1 = \frac{40bq^2(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$xS = S +$$

$$xS = S + S_2$$

$$5S = S + S_1$$

$$4S = S_1$$

$$S(x-1) = \frac{bq(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$\frac{4b(q^{3000} - 1)}{q - 1} = \frac{bq^2(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$\frac{4}{q-1} = \frac{q^2}{q^3-1}$$

$$q^3 - q^2 = 4q^3 - 4$$

$$3q^3 + q^2 = 4$$

$$q = 1$$

$$2AD^2 = 3n^2$$

$$AD = \frac{3n}{\sqrt{2}} = \frac{3n\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{2}$$

$$(x-1) \frac{bq(q^{3000} - 1)}{q - 1} = \frac{bq(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$q^2 - q = q^2 - 1$$

$$q = 1$$

$$x - \frac{1}{x} = \frac{q}{q+1}$$

$$q = qx - q + x - 1, q = x(q+1) - q + 1$$

$$x = \frac{2q+1}{q+1}$$

$$x(q+1) = \frac{2q+1}{q+1}$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

196 | 98
-18
16

III. К. $BO \perp A = AO_2 B$,
то $\angle ACD = \angle ADC$

4900 | 9
45
40
40

980 | 5
48
45
30

192 | 3
18
24

48 - 34 = 14

$S_{ACE} = 12 \cdot 34 - \frac{34^2}{4} = 34 \left(12 - \frac{34}{4} \right) = 34 \cdot \frac{14}{4} = 34 \cdot \frac{7}{2} = 119,5$

$\angle AFC = 180^\circ - \angle$
 $\angle (FB$

$S_{CFDE} = \frac{24 \cdot (24 + 10)}{2} = 12 \cdot 34$

$AC = 34 \sin \alpha$

$S_{CAD} = \frac{AD \cdot AC}{2} = \frac{AC^2}{2} = \frac{34^2 \sin^2 \alpha}{2}$

$\sin \alpha = \frac{AC}{34}$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \Rightarrow \frac{4!}{3!} = 4$$

$$C_8^2 = \frac{8!}{2 \cdot 6!} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$$

$$C_6^2 = \frac{6!}{2 \cdot 4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

$$C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

$$28 \cdot 15 \cdot 4$$

$$3 \cdot \frac{8}{27} + \frac{4}{9} - 4 = 0$$

$$\frac{8}{9} + \frac{4}{9} - 4 = 0$$

$$\frac{12}{9} - 4$$

$$3 + 1 - 4 = 0$$

①

$$3 \cdot \frac{4}{27} + \frac{1}{9} - 4 = 0$$

1

$$3 \cdot 8 + 4 - 4$$

$$3 \cdot \frac{64}{27} + \frac{16}{9} - 4 = 0$$

$$\frac{64}{9} + \frac{16}{9}$$

$$\frac{164}{18} = 9.111$$

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{32}{9} = \frac{128}{81}$$

$$\frac{4(q^{3000} - 1)}{q - 1} = 39 \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1}$$

$$\frac{4}{q - 1} = \frac{39q^2}{q^3 - 1}$$

$$4q^3 - 4 = 39q^3 - 39q^2$$

$$35q^3 - 39q^2 + 4 = 0$$