МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФI

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2; -2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5; 5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2) Пусть $b_2 = b_1 q$.

тогда $S = b_1 \cdot \dfrac{q^{3000}-1}{q-1}$

вторая сумма, это S за вычетом слагаемых с номерами $\vdots 3$ и со слагаемыми в 50 раз больше с номерами $\vdots 3$

S_1

Заметим, что эти слагаемые тоже образуют геом. прогрессии со знаменателями q^3 и первыми членами $b_1 q^2$ и $50 b_1 q^2$:

$$S_1 = S - b_1 q^2 \cdot \frac{(q^3)^{1000}-1}{q^3-1} + 50 b_1 q^2 \frac{(q^3)^{1000}-1}{q^3-1} = 10S$$ (по усл.)

$$\Rightarrow 9 b_1 \cdot \frac{q^{3000}-1}{q-1} = 49 b_1 q^2 \frac{(q^3)^{1000}-1}{q^3-1}$$

$$\Rightarrow 9(q^2+q+1) = 49q^2 \Rightarrow 40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$\Rightarrow D = 81 + 1440 = 1521 = 39^2$$

$\Rightarrow q = \dfrac{9 \pm 39}{80}$, члены полож. $\Rightarrow q = \dfrac{48}{80} = \underline{\dfrac{3}{5}}$

Другая сумма S_2 считается аналогично:

$$S_2 = S - b_1 q \frac{(q^2)^{1500}-1}{q^2-1} + 2 b_1 q \frac{(q^2)^{1500}-1}{q^2-1} = S + \frac{q}{q+1} \cdot b_1 \frac{q^{3000}-1}{q-1}$$

$= S\left(1 + \dfrac{q}{q+1}\right) = \dfrac{11}{8} S$ Ответ: увеличится в $\dfrac{11}{8}$ раз

$$\overset{= A}{}$$

№3 $\left(\frac{x}{\sqrt2}+3\sqrt2\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$

$\frac{x+6}{\sqrt2}\sqrt{x^3-4x+80}=(x+6)(x+4)$

$x=-6$ – не корень, т.к. подкоренное выражение отрицательно

Возведём в квадрат:

$x^3-4x+80=2(x^2+8x+16)$

подходит под ОДЗ (подстановкой)

$x^3-2x^2-20x+48=0$ – подбирается корень $x=4$

$(x-4)(x^2+2x-12)=0$

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2-20x+48 & x-4 \\ \underline{x^3-4x^2} & \overline{x^2+2x-12} \\ \quad 2x^2-20x & \\ \quad \underline{2x^2-8x} & \\ \qquad -12x+48 & \end{array}$$

$x^2+2x-12=0$

$D_4=1+12=13$

$x=-1\pm\sqrt{13}$

$x_1=-1+\sqrt{13}$ – корень с плюсом подходит под ОДЗ.

$x_2=-1-\sqrt{13}$

в А $80+x_1^3>+4x_1$

$80+2^3>+4\cdot3$

Проверим второй корень:

$(-1-\sqrt{13})^3+4+4\sqrt{13}+80>0$

$84+4\sqrt{13}-13\sqrt{13}-1-3\sqrt{13}-3\cdot13>0$

$44>12\sqrt{13}$

$11>3\sqrt{13}$

$121>117$ – верно $\Rightarrow$ x_2 – подходит

Ответ: $x=\{4;\ -1\pm\sqrt{13}\}$

№4 1) $x\geq2$: $\quad 2x^4-3x^3+7x^2-4x+\overset{10}{4}\geq0$

Заметим, что при $x\geq2$ а) $2x^4\geq3x^3$ т.е. $2x\geq3$ – очевидно

$\Rightarrow$ нер-во выполнено всегда б) $7x^2\geq4x$ т.е. $7x\geq4$

2) $x\leq2$:

$2x^4+3x^3-5x^2-4x+4$ – $x=1$ – корень

$(x-1)(2x^3+5x^2-4)=(x-1)(x+2)(2x^2+x-2)$

$=(x-1)(x+2)\left(x-\frac{\sqrt{17}-1}{4}\right)\left(x-\frac{-\sqrt{17}-1}{4}\right)\geq0$

$\frac{-1+\sqrt{17}}{4}<1$

$-2<\frac{-1-\sqrt{17}}{4}<-1$

метод интервалов: $+\ \bullet\ -\ \bullet\ +\ \bullet\ -\ \bullet\ +$ на точках -2, $\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$, $\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$, 1, 2; x

$\Rightarrow$ Ответ: $x\in(-\infty;-2]\cup\left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4};\frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right]\cup[1;\infty)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1)

$$700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

Множители 5, 5 и 7 очевидно образуются тремя отдельными цифрами, также в числе может встретится (1) либо две цифры „2", (2) либо одна цифра „4", а все остальные цифры – единицы

(1) Кол-во данных чисел это кол-во перестановок 2,2,5,5,7,1,1,1

N_1 = кол-во мест для ~~двоек~~ двоек · кол-во ост. мест для единиц · кол-во ост. мест для пятёрок · кол-во ост. мест для 7

$$N_1 = C_8^2 \cdot C_6^3 \cdot C_3^2 \cdot 1 = \frac{8! \cdot \cancel{6!} \cdot \cancel{3!}}{\cancel{6!} \cdot 2! \cdot 3! \cdot \cancel{3!} \cdot 2!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 1680$$

(2) кол-во перестановок 1, 1, 1, 1, 4, 5, 5, 8 N_2

Аналогично N_2 = кол-во мест для единиц · кол-во мест ост. для 5 · кол-в мест для 4

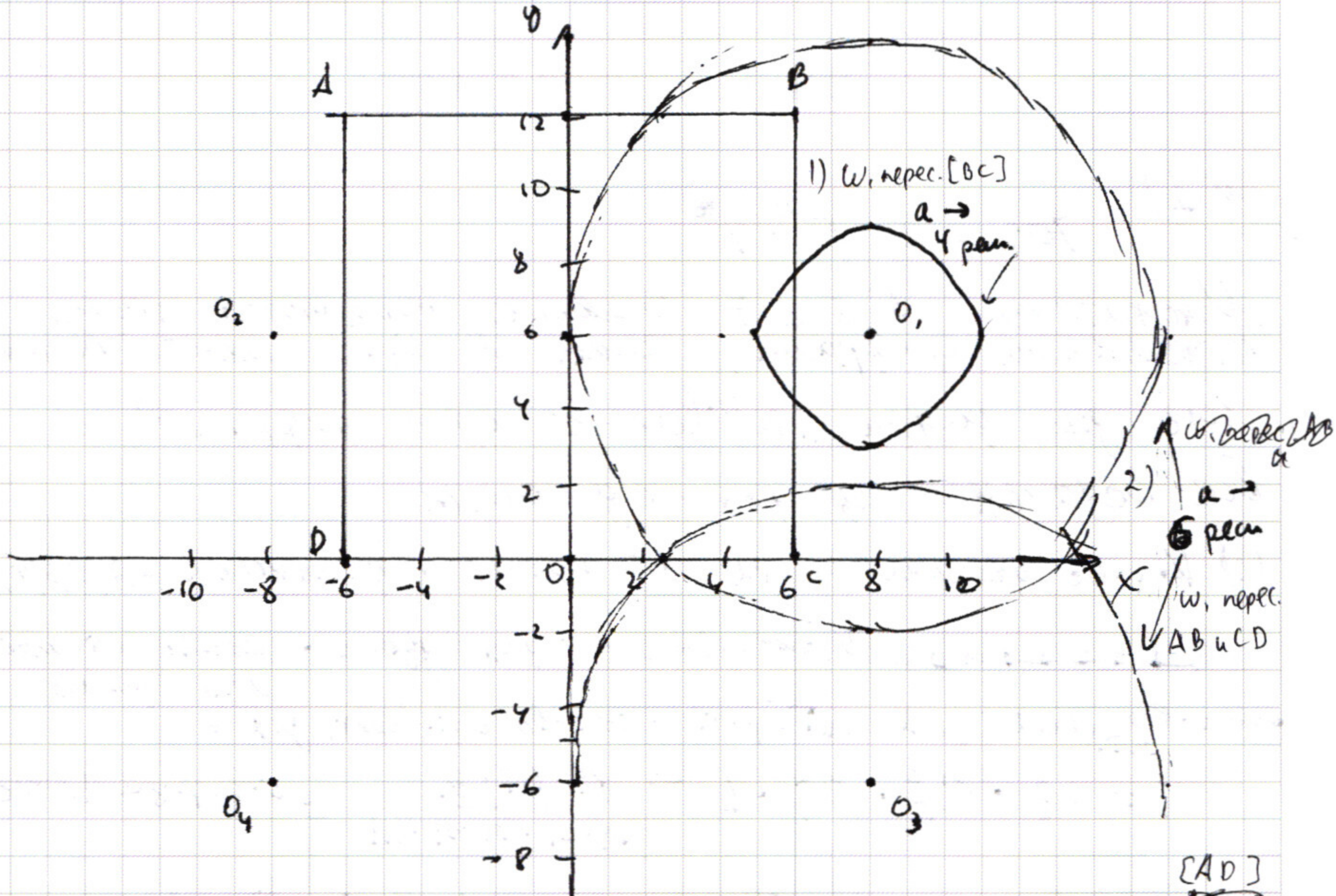
$$N_2 = C_8^4 \cdot C_4^2 \cdot 2 = \frac{8! \cdot \cancel{4!} \cdot 2}{4! \cdot 4! \cdot 4 \cdot} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 840$$

$$\Rightarrow N_1 + N_2 = \cancel{2520} = 2520$$

Ответ: 2520

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№7 пояснительные рисунки:



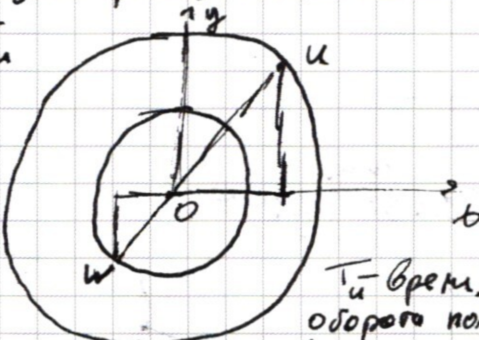
3) при прохожд. ω_1 через [AD] ω_2 пройдёт через [BC] $\Rightarrow$ 4 реш-я

4) ω_3 пересекает квадрат в 2-х точках $\Rightarrow \omega_4$ - тоже $\Rightarrow \geq 4$ реш-я

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5) пусть водомерка – w, её скорость v_w, а жук – u, скорость v_u
Рассчитаем по Th. пифагора расст. от центра до них:

$R_w = 2\sqrt{8}$; а $R_u = 5\sqrt{8}$ $\quad v_w = 2v_u$



Заметим, что треугольники $\triangle OX_wW$ и $\triangle OX_uU$ подобны по 3 сторонам, и значит W, O, U – коллинеарны вначале

T_u – время оборота полного жука
T_w – водомерки

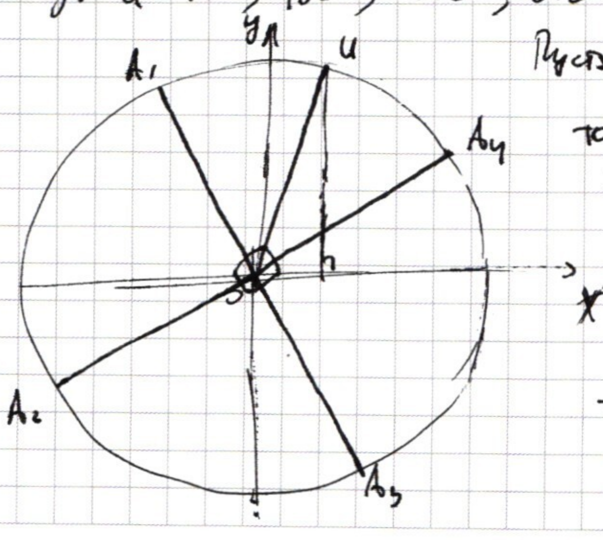
Угловая скорость водомерки $\omega_w = \frac{v_w}{R_w} = \frac{v_u}{\sqrt{8}}$

а жука: $\omega_u = \frac{v_u}{5\sqrt{8}} \Rightarrow \omega_w = 5\omega_u$

Кратчайшее расст. достигается когда направл-я из центра на них обоих совпали; это будет происходить периодично. первая встреча через время $t_0 = \frac{\pi}{\omega_w - \omega_u} = \frac{\pi}{4\omega_u}$; далее через равные промеж. времени $T = \frac{2\pi}{4\omega_u} = \frac{\pi}{2\omega_u} = 2t_0$

$t_0 = \frac{2\pi}{\omega_u}\cdot\frac{1}{8} = \frac{1}{8}T_u \Rightarrow T = \frac{1}{4}T_u$

Т.е. ~~после~~ до первой встречи жук пройдет $\frac{1}{8}$ окружности, а при последующих по четверти ⇒ будет четыре разл. точки. Чтобы их получить, надо отложить от луча OU углы 45°, 135°, 225°, 315° точки A_1, A_2, A_3 и A_4



Пусть $\angle XOU = \varphi$: $\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{8}}$; $\sin\varphi = \sqrt{\frac{7}{8}}$

тогда $\cos\angle XOA_1 = \cos(\varphi + \pi/4) = \cos\varphi\cos\pi/4 - \sin\varphi\sin\pi/4 = \frac{1-\sqrt{7}}{4}$

$\Rightarrow$ абсцисса $X_{A_1} = -R_u\cdot\frac{\sqrt{7}-1}{4} = \frac{5-5\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}-5\sqrt{14}}{2}$

ордината $Y_{A_1} = R_u\sin(\varphi + \pi/4) = 5\sqrt{8}\cdot\frac{1+\sqrt{7}}{4} = \frac{5\sqrt{2}+5\sqrt{14}}{4}$

В силу симметрии отн. центра и св-в перп-сти получим $A_1 = \left(\frac{5\sqrt{2}(1-\sqrt{7})}{2}; \frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}\right)$

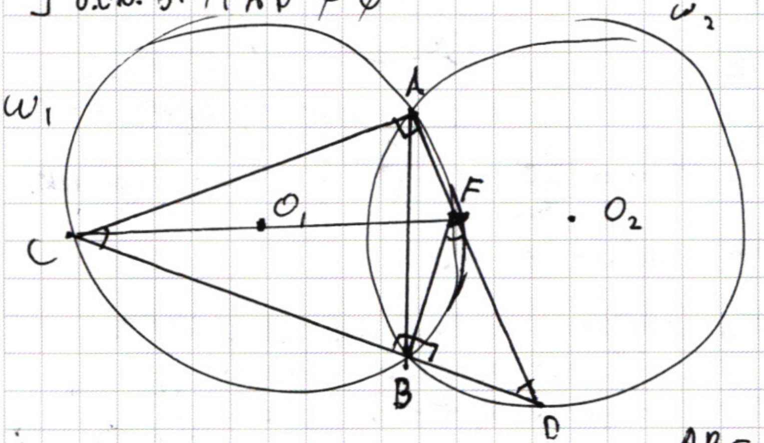
$A_2 = \left(-\frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}; \frac{5\sqrt{2}(1-\sqrt{7})}{2}\right)$; $A_3 = \left(\frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}-1)}{2}; -\frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}\right)$

$A_4 = \left(\frac{5\sqrt{2}(1+\sqrt{7})}{2}; \frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7}-1)}{2}\right)$ ← ответы

(Если $A_1=(x_0, y_0)$ то $A_2=(-y_0, x_0)$; $A_3=(-x_0,-y_0)$; $A_4=(y_0,-x_0)$)

№6

] б.о.о. луч $BF \cap AD \neq \emptyset$



Окружности равны, дуга AB - общая
=> углы вписанные, к-ые „опираются" на хорду AB - „равны" => $\angle ADB = \angle ACB = 45^\circ$, $\triangle ACD$ - п/у =>
=> $AD = AC$; $CD = \sqrt{2}AD$.
Т.к. $\triangle BFD$ - п/у, р/б с углами 45°
=> $F \in AD$

$\angle AO_2B = 2\angle ADB = 90^\circ$
=> по Т. пифагора в р/б $\triangle AO_2B$
$AB = \sqrt{2}\cdot O_2A = 5\sqrt{2}$

Пусть $AC = a$, $BC = x$ => $BD = a\sqrt{2} - x$;
по Т. cos $\triangle ACB$ и $\triangle ADB$ выразим AB^2

1) $50 = a^2 + x^2 - 2ax\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⟺ 2) $50 = a^2 + (a\sqrt{2}-x)^2 - 2(a^2\sqrt{2}-ax)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$

$50 = a^2 + x^2 - \sqrt{2}ax$

Заметим, что ACBF - опис, причём т.к. $A, C, B \in \omega$, то с центром в O_1, и $F \in \omega$, т.к. углы A и B - прямые
=> CF - диаметр => C, O_1, F - коллинеарны => CF = 2 радиуса = $5\cdot 2$

Ответ: 10

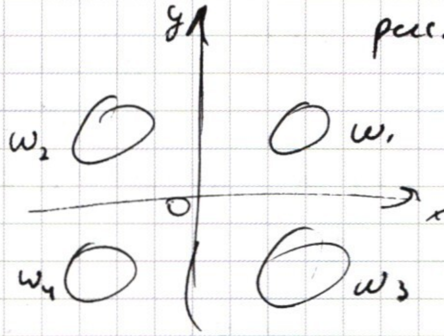
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$$\begin{cases} |y-6-x|+|y-6+x|=12 & (1) \\ (|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a & (2) \end{cases}$$



Ур-е (2) задаёт 4 окр-сти с центрами $(\pm 8; \pm 6)$ и радиусами $\sqrt{a}$

(1) $|y-(x+6)|+|y-(6-x)|=12$

Рассмотрим случаи:

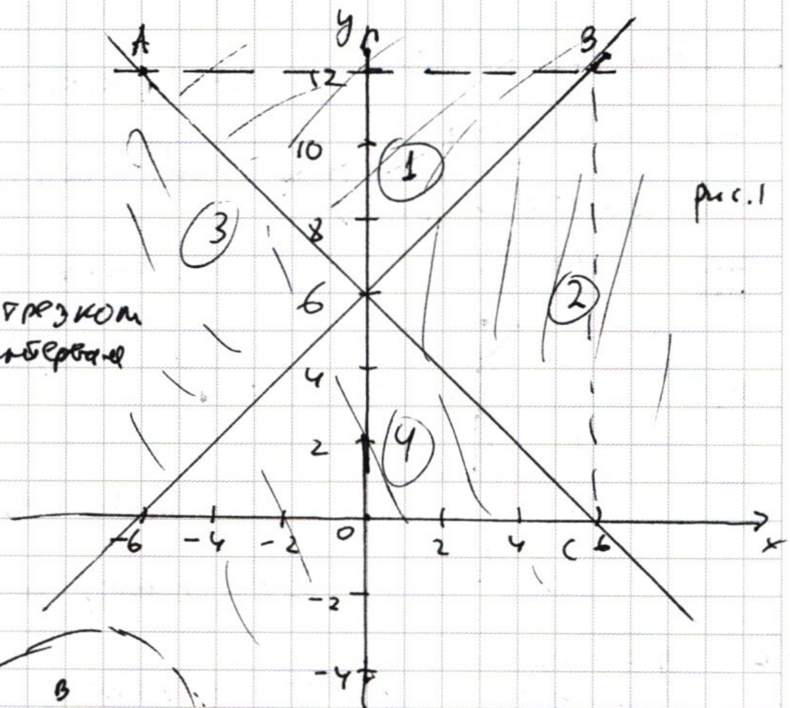
(1) $y \geq x+6$, $y \geq 6-x$ обл. (1) на рис.2

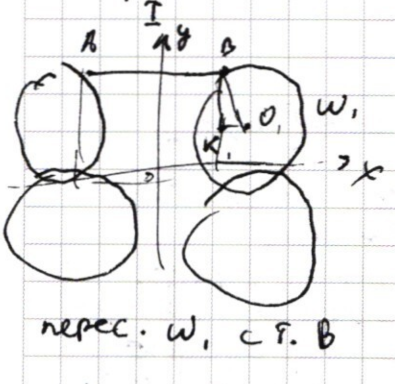
(1): $y=12$, $x \in [-6; 6]$

=> необходимо пересеч. двух „верхних" окружностей с отрезком ~~прямой~~ $y=12$ на данном интервале в двух точках.

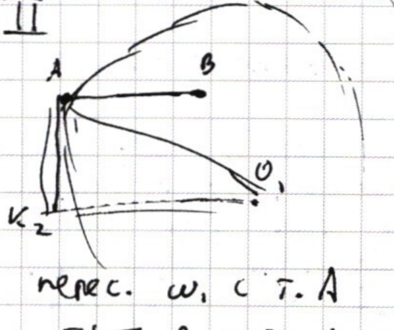
или „нижних".

Видно, что реализуется множество ~~случ.~~ реш-ий из к-ых четыре пограничных.





перес. ω_1 с т. B



перес. ω_1 с т. A

III перес. ω_3 с т. B

IV перес. ω_3 с т. A

I по Т. Пифаг. $\triangle O_1KB$:

$O_1B^2 = 4+36$

$\Rightarrow a = \sqrt{40}$

Радикалы лишние!!!

II Th Пифаг. $\triangle AO_1K_2$:

$O_1A^2 = 14^2+6^2$

$a = \sqrt{232}$

III Th. Пиф. $\triangle O_3K_3B$:

$O_3B^2 = 12^2+4$

$a = \sqrt{148}$

IV Th. Пиф. $\triangle O_3K_4A$:

$a = \sqrt{12^2+14^2} = \sqrt{340}$

интервал $a \in [\sqrt{40}; \sqrt{232}]$

$a \in (\sqrt{148}, \sqrt{340})$

в пересечении дают 4 реш-я

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$\Rightarrow$ подходят лишь интервалы ~~$a \in [\sqrt{40}; \sqrt{148}) \cup (\sqrt{232}; \sqrt{340}]$~~

$a \in [40; 148) \cup (232; 340]$

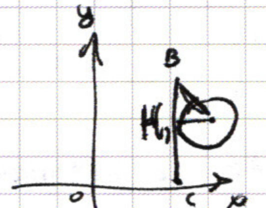
(2) $y \geq 6-x$, $y \leq 6+x$. (1) $x+6-y+y-6+x=12 \Rightarrow x=6$, $y \in [0;12]$

(3) $y \leq 6-x$, $y \geq 6+x$ (1) $y-x-6+6-x-y=12 \Rightarrow x=-6$, $y \in [0;12]$

Заметим что случаи (2) и (3) симметричны т.е. a для них совпадут. и кол-во реш-ий удвоится

(2) Вернемся к случаю (2). Важны пограничн. случаи с 1 и 2 реш-ями:

I



ω_1 кас. BC

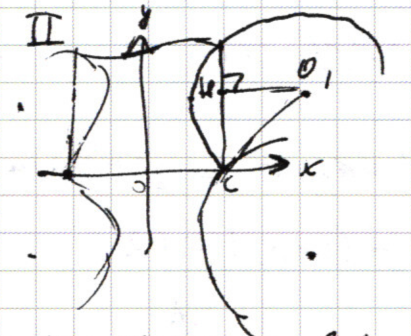
I) ~~По Th. Пиф. $\triangle BO_1H_1$~~

$H_1O_1 = 2 \Rightarrow a = 4$

на данный момент $a \in \{4\} \cup (40; 148) \cup (232; 340]$

на $a \in (4; 40) \geq 4$ реш-я

II



ω_1 и ω_2 перес. в $(0;6)$

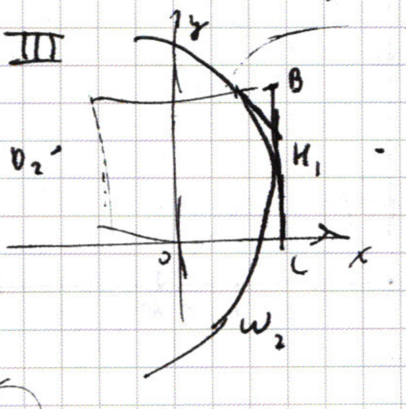
II) По Th. Пиф. $\triangle O_1HC$

$O_1C^2 = 4 + HC^2 = 40$

$\Rightarrow a = 40$

добавляет лишние реш-я к (1) $\Rightarrow$ не подходит

III



ω_2 кас. BC: $O_2H_1 = 14 \Rightarrow a = 196$

IV ω_2 проходит через B и C: по Th. Пифагора $\triangle O_2BH_1$: $O_2B^2 = 14^2 + 6^2 = 232 = a$

III, IV $\Rightarrow$ на интервале $a \in (196; 232)$ добавл. ещё по ≥ 4 реш.

$\Rightarrow$ На ~~данный~~ момент ...

(4) $y \leq 6-x$, $y \leq 6+x$: (1) $6-x-y+6+x-y=12 \Rightarrow y=0$, $x \in [-6;6]$

$\exists\ (-6;0) = D$.

Заметим, что необходимо, что бы ω_i пересекались с квадратом ABCD ровно в 2-х точках. Это реализуется когда ω_1 и ω_2 касаются его сторон, или уже когда ABCD лежит внутри ω_1 и ω_2 и изнутри касается ω_3 и ω_4. В первом случае получено, что $a = 4$ (П. 2. I) во втором случае получено, что $a = 340$, но необх. проверить, что больше перес-ий не будет с ABCD (П. 1. IV)

Их действительно не будет, т.к. AB и AD очевидно лишь содержат часть хорду ω_4

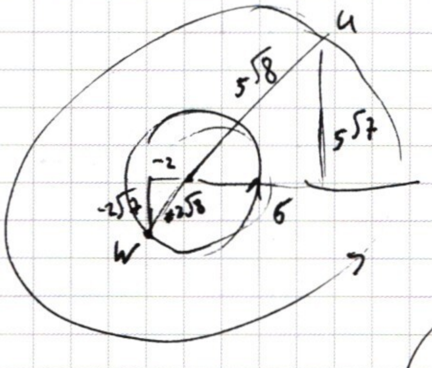
$\Rightarrow$ Ответ: $a = \{4; 340\}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

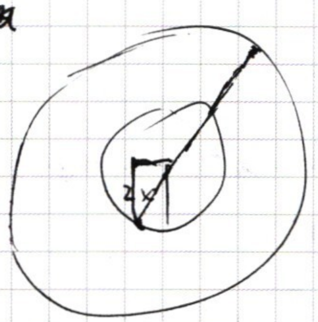
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

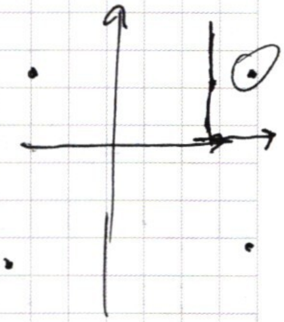
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

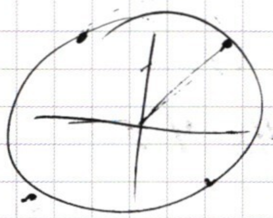
$v_w = 2v$



ω_w







$\cos 60 =$

$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} =$

$\frac{1}{\sqrt{8}}\frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{7}{8}}\frac{1}{\sqrt{2}} =$

$= \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{1-\sqrt{7}}{4}$

$\frac{16-(8-2\sqrt{7})}{16} =$

$= \frac{8+2\sqrt{7}}{16} = \frac{4+\sqrt{7}}{8}$

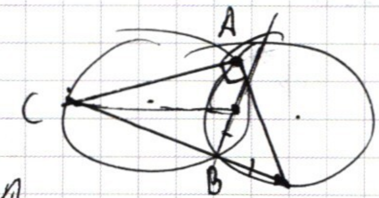
$\sin = \frac{\sin\varphi \cos\varphi + \cos\varphi}{\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{7}}{\sqrt{16}}$

196
144

20
340

$\frac{(1-\sqrt{7})^2 + (1+\sqrt{7})^2}{16} =$ 16

30
2
240
7
1680

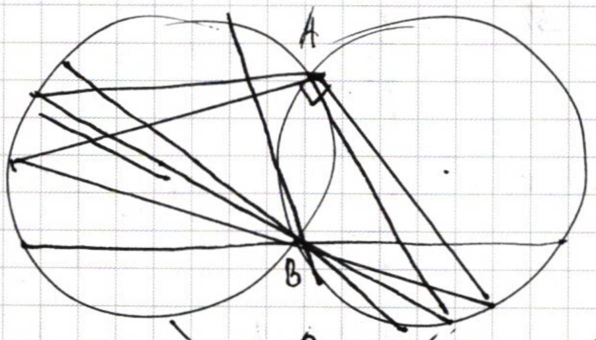


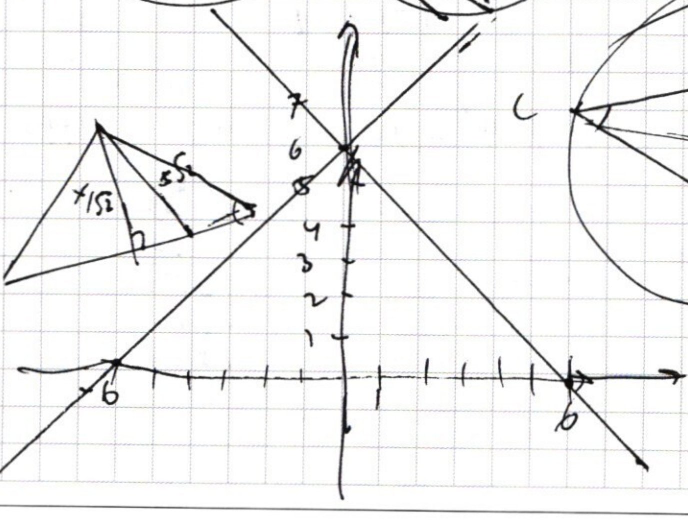
1) $y \geq 7{,}6+4$
$y \geq 6-x$

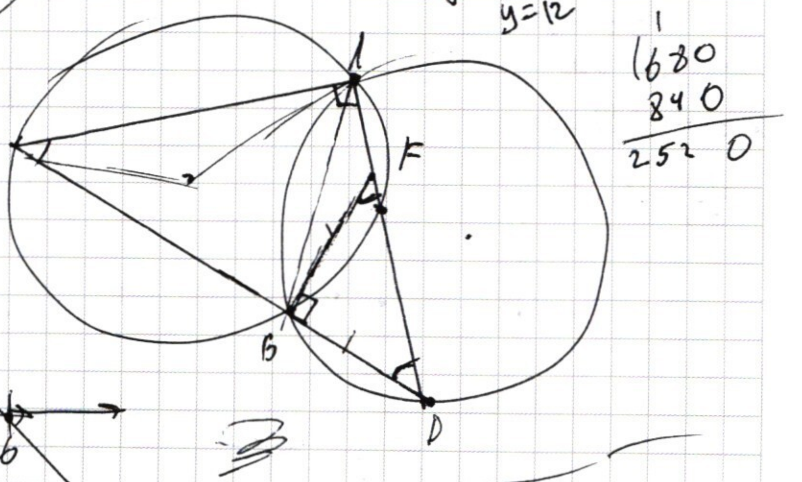
$2y = 24$
$y = 12$

840
3
0

1680
840
2520







☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

7 5 5 2 2 1 1 1

7 5

1) 7

7 5 5 2 2 1 1 1

5 2 1 1 1 2

5 2 1 1 2 1

5 2 1 2 1 2

5

7

7 5

7 5 5 — 10

7 5 2

2	2	1	1	1
2	1	2	1	1
2	1	1	2	1
2	1	1	1	2
1	2	1	1	2
1	2	1	2	1
1	2	2	1	1
1	1	2	2	1
1	1	2	1	2
1	1	1	2	2

$C_5^3 = \frac{5!}{3! \, 2!} = 10$

$2 \cdot C_5^2 =$

$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$

$2x(x^3 - 2) - 3x^2$

1) $x \geq 2$ $\quad 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$

$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$

$\frac{1}{8} -$

$2x^4 + x^2 - 4x - 6x^2 + 3x^3 + 4 \geq 0$

$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4$

$-2x^4 - 2x^3$

$5x^3 - 5x^2$

$5x^3 - 5x^2$

$0 \; 4x^2 - 4x$

$\frac{\;}{x-1} \; 2x^3 + 5x^2 - 4$

$2x^3 + 5x^2 \quad 4x^2$

$x^2 - 4$

$1 + 16 = \sqrt{17}$

$2x^4 + 7x^2 + 4 > x(3x^2 + 4)$

$\frac{\;}{x+2} \; 2x^2 + x - 2$

$\frac{1}{8} + \frac{7}{4} + 4 > \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4} + 4\right)$

$4 > \frac{19}{8}$

$x_0 = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$

$b_1, b_2 \ldots b_{3000}$

$b_1 \quad b_1 q \qquad b_1 q^{2999}$

$b_1 \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} = S$

$50 b_1 q^2$

$S' = S + 49 b_1 q^2 \frac{(q^3)^{1000} - 1}{q^3 - 1} = 10S$

$49 \, b_1 q^2 \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} = 9 \, b_1 \frac{q^{3000} - 1}{q - 1}$

$2x^2 + 20x - 48$

$x_B = -5$

$D = 100 + 96$

$x_0 = \frac{-10 \pm 14}{2} =$

$= \{2; -12\}$

$\frac{49}{9} = \frac{q^2 + q + 1}{q^2}$

$\frac{160}{9}$

1440

$40 q^2 - 9q - 9 = 0$

$D = 81 +$

39 × 39 = 351, 117, 1521