

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- ✓2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
- ✓3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
- ✓4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
- ✓5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

$$4+4+4+6+5+6+6=35$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}}\sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4)(x+10)$$

$$x^3 - 64x + 200 \geq 0 \quad (1)$$

$x = -10$ — н.к. (не удовл. нерав. 1)

$$x \neq -10$$

$$2\sqrt{2}(x-4) = \sqrt{x^3 - 64x + 200}$$

$$8(x-4)^2 = x^3 - 64x + 200$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$x = 6$ — корень (удовл. нерав. 1)

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$D = 52$$

$$x = 1 \pm 2\sqrt{13}$$

$1 + 2\sqrt{13}$ — корень (удовл. н. 1)

$1 - 2\sqrt{13}$ — корень (удовл. н. 1)

Ответ: $x = 6$; $x = 1 \pm 2\sqrt{13}$

N4

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$x = -2$$

$$4 \cdot 2^4 + 2^2 - 8 + 4 > 0$$

$$I \quad x < -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + (x+2)^2 + 5x^2(x+2) = 0$$

~~$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 = 0$$~~

~~$$4x^4 + 11x^2 + 4x + 5x^3 + 4 = 0$$~~

$$a = x^2$$

$$b = x+2$$

$$4a^2 + b^2 + 5ab = 0 \quad | : a^2$$

$$4 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 5\frac{b}{a} = 0 \quad \frac{b}{a} = t$$

$$4 + t^2 + 5t = 0$$

$$D \cdot t^2 + 5t + 4 = 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$t = \frac{-5 \pm 3}{2}$$

$$t_1 = -4$$

$$t_2 = -1$$

$$1) \frac{b}{a} = -4$$

$$x \neq 0$$

$$\frac{x+2}{x^2} = -4$$

$$x+2 = -4x^2$$

$$4x^2 + x + 2 = 0$$

$$D < 0$$

$$\frac{x+2}{x^2} = -1$$

$$x+2 = -x^2$$

$$x^2 + x + 2 = 0$$

$$D < 0$$

при любом $x < -2$ подмощит. ~~критерий~~

$$II. \quad x > -2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + (x+2)^2 - 5x^2(x+2) = 0$$

$$a = x^2; \quad b = x+2$$

$$4a^2 + b^2 - 5ab = 0$$

$$4 + t^2 - 5t = 0$$

$$\frac{b}{a} = t$$

$$t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$D = 9$$

$$t = \frac{5 \pm 3}{2}$$

$$t_1 = 4$$

$$t_2 = 1$$

$$1) \frac{b}{a} = 4$$

$$\frac{x+2}{x^2} = 4 \quad x \neq 0$$

$$4x^2 = x+2$$

$$4x^2 - x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 2 \cdot 4 \cdot 4 = 33$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$2) \frac{b}{a} = 1$$

$$\frac{x+2}{x^2} = 1 \quad x \neq 0$$

$$4x^2 - x - 2 = 0$$

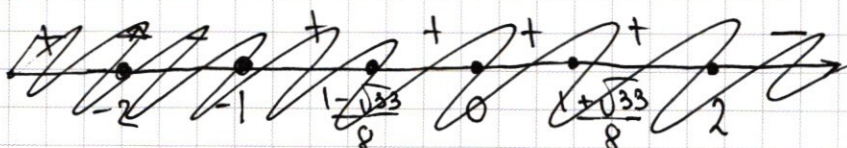
$$D = 1 + 2 \cdot 4 = 9$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2}$$

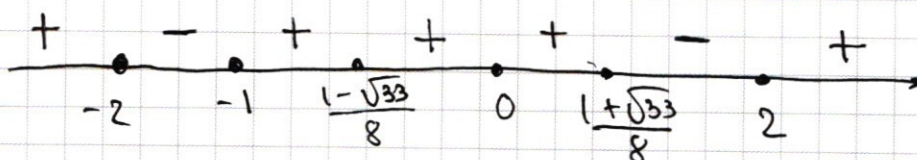
$$x_1 = 2; \quad x_2 = -1$$

$$\text{при } x = 0$$

$$4 \geq 0 \text{ (выполнено)}$$



$$x \in (-\infty, -2) \cup (-1, \frac{1-\sqrt{33}}{8}) \cup (0, \frac{1+\sqrt{33}}{8}) \cup (2, \infty)$$



$$x \in \mathbb{R} \setminus (-\infty; -2] \cup [-1; \frac{1 + \sqrt{33}}{8}] \cup [2; +\infty)$$

№2

$$n = 3000$$

$$b_2 = b_1 q$$

$$\left. \begin{aligned} b_3 &= b_1 \cdot q^2 \\ b_6 &= b_1 q^5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow q_2 = \frac{b_6}{b_3} = q^3$$

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$5S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} + \frac{b_1 q^2 (q^{3 \cdot 1000} - 1)}{q^3 - 1} \cdot 3q = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \left(1 + \frac{q^2 \cdot 3q}{q^3 + q + 1} \right)$$

$$1 + \frac{q^2 \cdot 3q}{q^3 + q + 1} = 5 \quad q^3 + q + 1 = 0$$

$$q^3 + q + 1 + 3q^2 = 5q^2 + 4q + 5 \quad D < 0$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 4 \cdot 35 = 576 = 24^2$$

$$q = \frac{4 \pm 24}{70}$$

$$q_1 = -\frac{2}{7} \quad (\text{н.к., т.к. все члены } > 0)$$

$$q_2 = \frac{28}{70} = \frac{4-7}{7-10} = \frac{4}{10}$$

$$\left. \begin{aligned} b_4 &= b_1 q^3 \\ b_2 &= b_1 \cdot q \end{aligned} \right\} \Rightarrow q_3 = q^2$$

$$S' = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} + \frac{b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} \cdot 2 = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \left(1 + \frac{2q}{q + 1} \right)$$

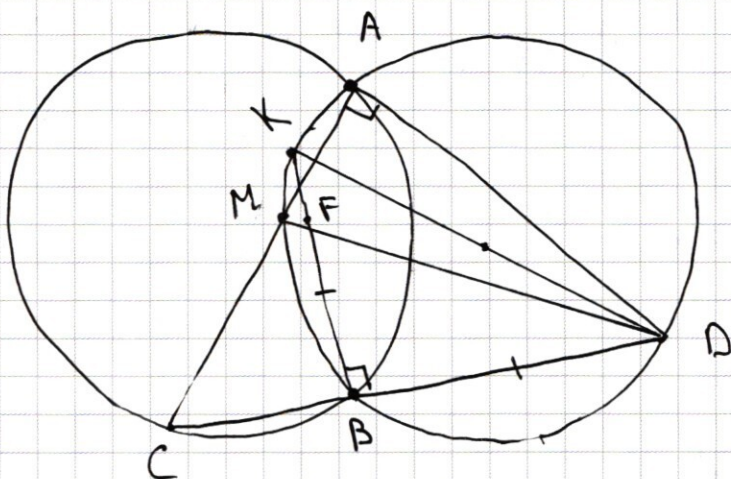
$$\frac{S'}{S} = \frac{1 + \frac{2q}{q+1}}{1} = 1 + \frac{2q}{q+1} = 1 + \frac{2 \cdot 4}{10(\frac{4}{10} + 1)} = 1 + \frac{2 \cdot 4}{4 + 10} = 1 + \frac{8}{14} = 1 \frac{4}{7}$$

Ответ: Новая сумма в $1 \frac{4}{7}$ раза больше начальной.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6

а)



$$KD - \text{диаметр} = 13 \cdot 2 = 26$$

$$MD - \text{диаметр} = 26$$

$$CM \cdot AM = CB \cdot BD$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 5

ур глыбе

$$x^2 + y^2 = r^2$$

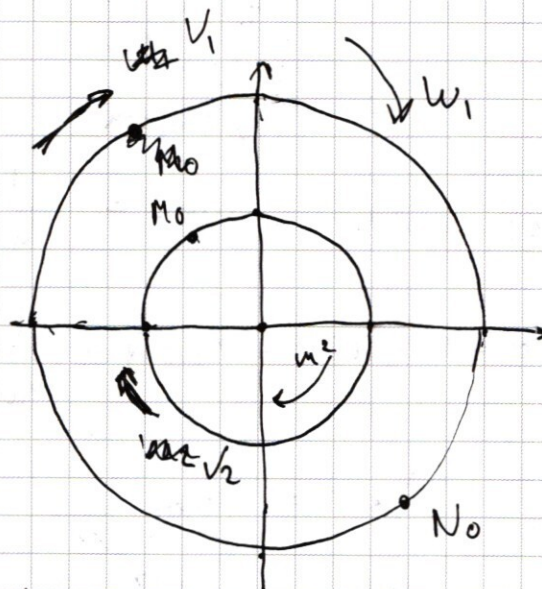
для пещере

Mo:

$$4 + 16 \cdot 2 = r^2 \Rightarrow r = 6$$

Mo:

$$1 + 4 \cdot 2 = R^2 \Rightarrow R = 3$$



$V_{\text{упр}}$ — скорости поворота (угловые)

$$\frac{V_2}{V_1} = 2,5$$

$$\frac{2\pi R}{\omega_1} = \frac{2\pi r}{\omega_2}$$

$$V_{\text{упр. пещ}} \cdot r = V_{\text{упр. кар}} \cdot R$$

$$(-V_{\text{упр. пещ}} + V_{\text{упр. кар}}) \cdot r = 2\pi n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

$$1,5 V_{\text{упр. пещ}} = 2\pi n$$

$$n = \frac{1,5}{2\pi} \cdot 0,75 V_{\text{упр. пещ}}$$

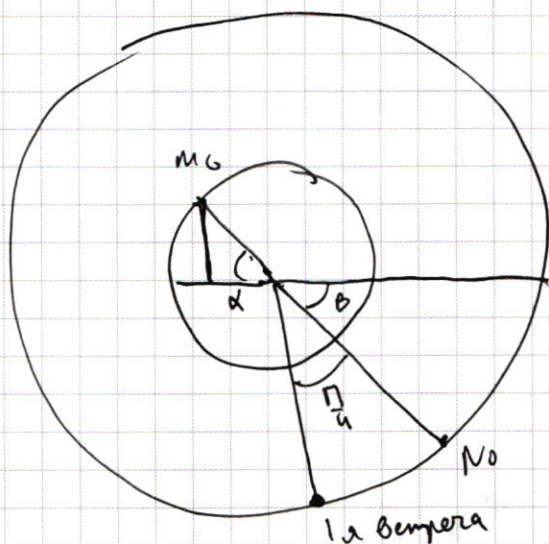
$$\frac{\omega_2 R_2}{\omega_1 R_1}$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1^2 V_2}{R_2^2 V_1} = 5 \text{ раз}$$

$$\omega_2 = 5 \omega_1$$

скорость сближения равна $\omega_2 - \omega_1 = 4 \omega_1$

нормальное положение



$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\sin \beta = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2}{3}\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \beta \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ углы равно
меньше или π .

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$t \text{ го первого соприкосновения} = \frac{\pi}{4\omega}$$

$$\text{несколько секунд спустя} \frac{\pi}{4\omega}, \text{ т.е. } \frac{\pi}{4}$$

$$\sin\left(\beta + \frac{\pi}{4}\right) \cdot r = y_{\text{всп.}}$$

$$\sin \beta \cdot \sin \frac{\pi}{4} + \cos \beta \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cdot 6 = y_{\text{всп.}}$$

$$\left(\frac{2}{3}\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot 6 = 4 + \sqrt{2}$$

$$x_{\text{всп.}} = \cos\left(\beta + \frac{\pi}{4}\right) \cdot r = \cos \beta \cdot r$$

$$\sin \beta \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \beta = \left(\frac{2}{3}\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot 6 = 4 + \sqrt{2}$$

$$\cos\left(\beta + \frac{\pi}{4}\right) \cdot r = x_{\text{всп.}} =$$

$$= \cos \beta \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin \beta \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{6} - \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{2} - 4}{6}$$

$$\sin\left(\beta + \frac{\pi}{4}\right) \cdot r = y_{\text{всп.}} = -4 - \sqrt{2}$$

$$\cos\left(\beta + \frac{\pi}{4}\right) \cdot R = x_{\text{всп.}} = \frac{\sqrt{2} - 4}{6}$$

$$N_1\left(\frac{\sqrt{2}-4}{6}, -4-\sqrt{2}\right)$$

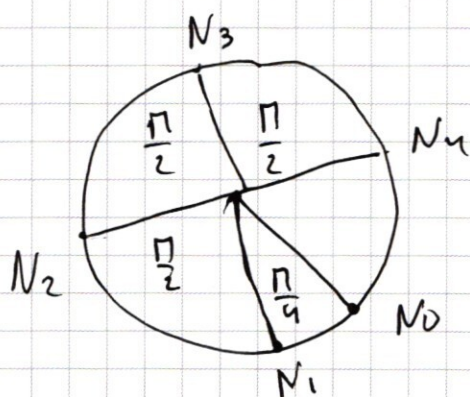
$$N_1\left(\frac{\sqrt{2}-4}{6}, -4-\sqrt{2}\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

то последующие сближения

$$\frac{2\pi}{4\pi_1} = \frac{\pi}{2\pi_1}$$

несколько успеет пройти $\frac{\pi}{2\pi_1} \cdot \omega_1 = \frac{\pi}{2}$



$$N_3 = ($$

$$N_3 = -N_1$$

$$N_3 \left(\frac{4-\sqrt{2}}{6}; 4+\sqrt{2} \right)$$

$$N_2 = \left(-4-\sqrt{2}; \frac{4-\sqrt{2}}{6} \right) \text{ (поворот на } \frac{\pi}{2} \text{ от } N_1)$$

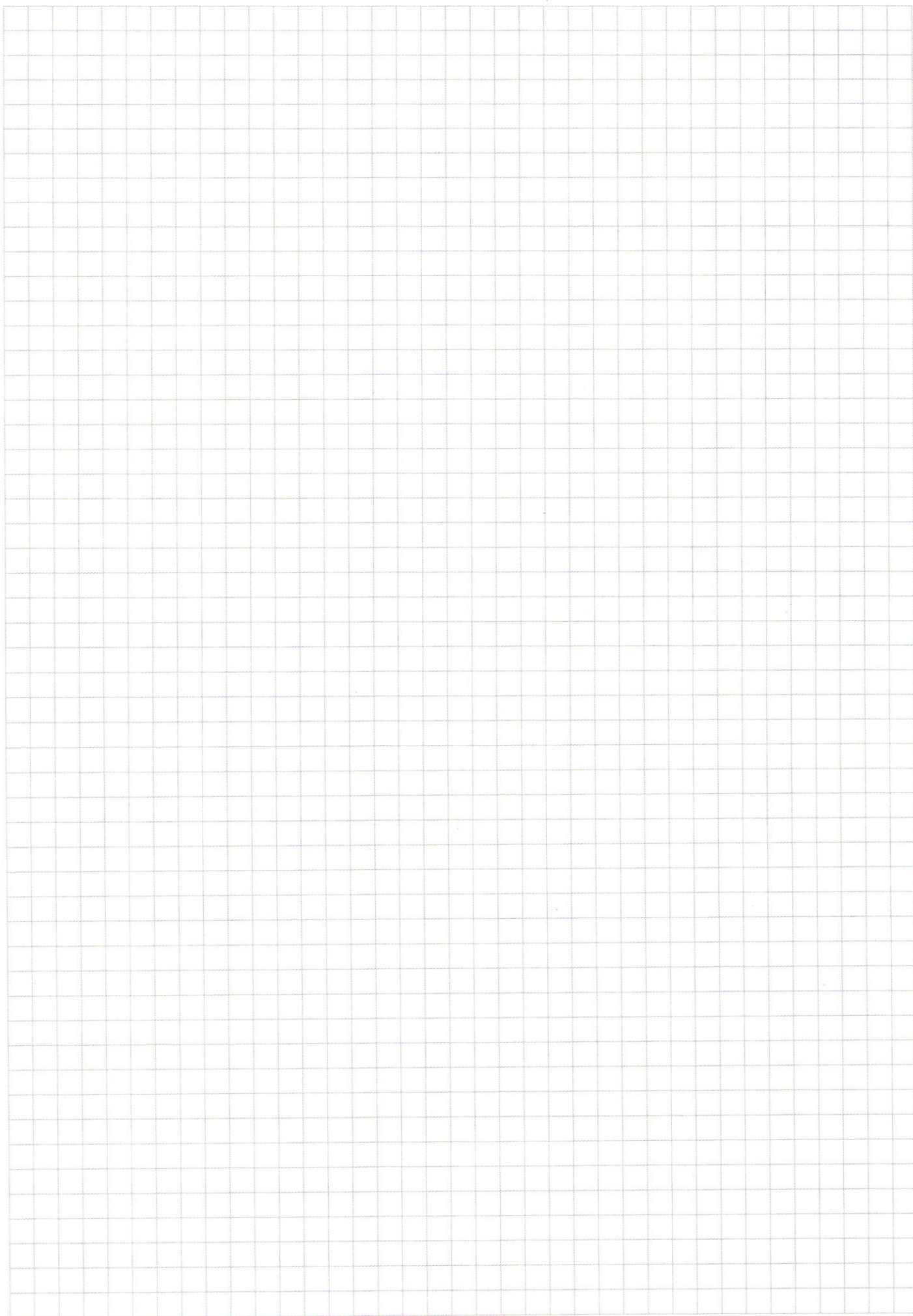
$$N_4 \left(4+\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}-4}{6} \right) \text{ (поворот на } \frac{\pi}{2} \text{ от } N_3)$$

Ответ: $N_1 = \left(\frac{\sqrt{2}-4}{6}; -4-\sqrt{2} \right)$

$$N_2 = \left(-4-\sqrt{2}; \frac{4-\sqrt{2}}{6} \right)$$

$$N_3 = \left(\frac{4-\sqrt{2}}{6}; 4+\sqrt{2} \right)$$

$$N_4 = \left(4+\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}-4}{6} \right)$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (x-15)^2 + (y-8)^2 = a \end{cases}$$

if: $y+x+8 > 0$
 $y > -x-8$

$y-x+8 > 0$
 $y > -x-8$

$$y+x+8 + y-x+8 = 16$$

$$y = 0$$

if $(y+x+8 < 0)$ $(y-x+8) < 0$

$$-y-x-8 - y+x-8 = 16$$

$$-2y = 32$$

$$y = -16$$

if $(y+x+8 > 0)$ $(y-x+8) < 0$

$$y+x+8 - y+x-8 = 16$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

if $(y+x+8 < 0)$ $(y-x+8) > 0$

$$-y-x-8 + y-x+8 = 16$$

$$-2x = 16$$

$$x = -8$$

$$(x-15)^2 + (y-8)^2 = a =$$

- окружности

с центром в 15; 8

$y > 0$ $x > 0$

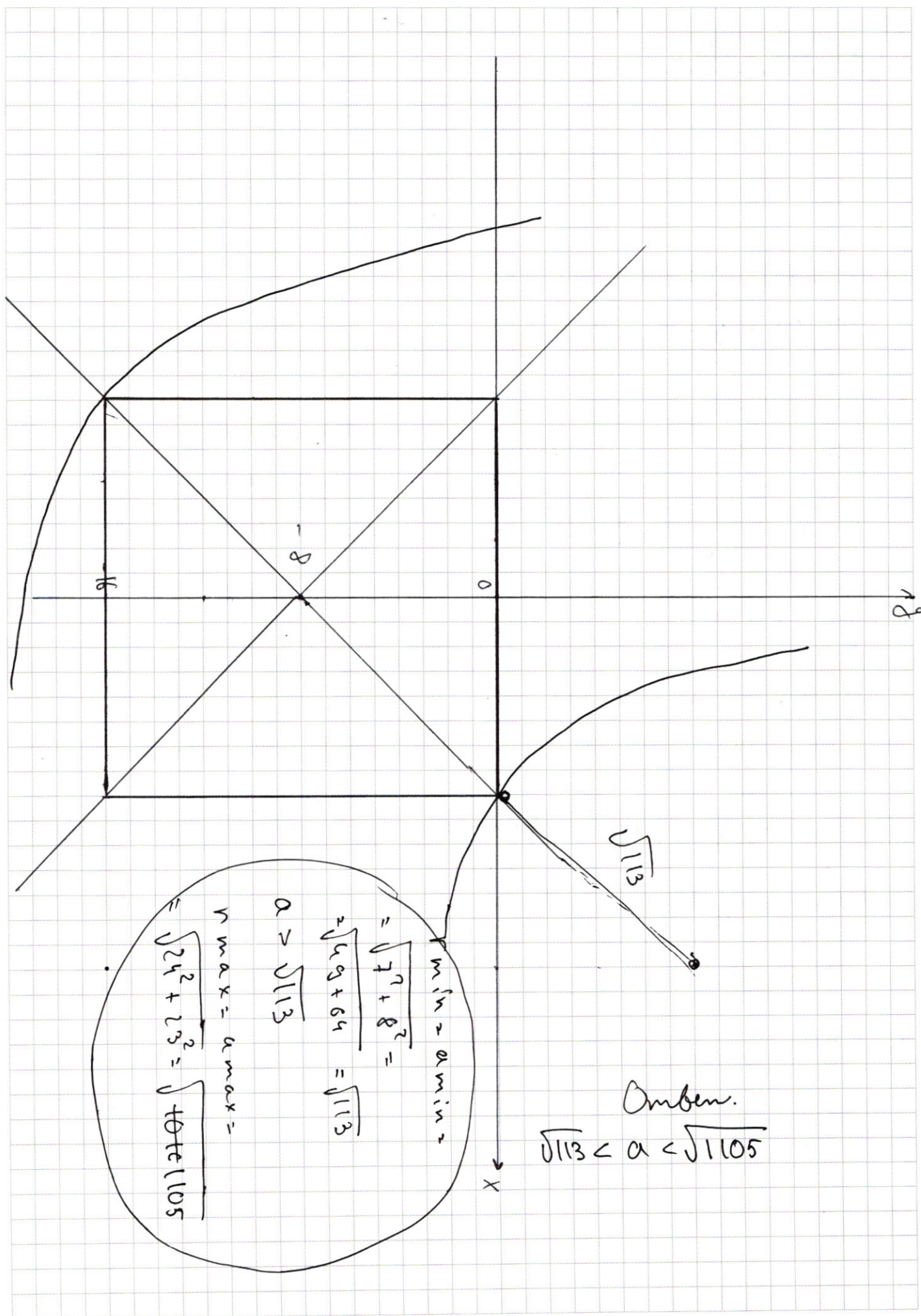
$$(x-15)^2 + (y-8)^2 = a$$

$y < 0$ $x > 0$

$$(x-15)^2 + (-y-8)^2 = a$$

окружность радиусом

$$r = a$$





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

~~4300 = 49 \cdot 100 = 7 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4~~

$$4300 = 49 \cdot 100 = 7 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$$

т.к число должно быть 8-м числом, то остальные

числа будут записанысь единицами

может быть 2 разложения:

$$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \quad \text{или} \quad 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

N2

3^4 = .

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 25 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$4 \cdot 3^4 + 3^2 + 4 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 - 5 + 4 =$$

$$= 4 \cdot 81 + 9 + 12 - 225 + 4 =$$

$$324 + 9 + 12 - 225 + 4 = 0$$

$$S = b_1 \frac{(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$5S = b_1 \frac{(q^{3000} - 1)}{q - 1} + 3q b_3 \frac{(q^{1000} - 1)}{q - 1} =$$

$$= \frac{b_1 q^{3000} - b_1}{q - 1} + 3q b_3$$

$$S = b_1 \frac{(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S = b_1 \frac{(q_0^{3000} - 1)}{q_0 - 1}$$

$$5S = \frac{b_1 (q_0^{3000} - 1)}{q_0 - 1} + \frac{3q b_3 (q_2^{1000} - 1)}{q_2 - 1} =$$

$$= \frac{b_1 (q_0^{3000} - 1)}{q_0 - 1} + \frac{3q b_3 (q_0^{3000} - 1)}{q_0^3 - 1} = \frac{b_1 (q_0^{3000} - 1)}{q_0 - 1} + \frac{3q b_1 q_0^2 (q_0^{3000} - 1)}{(q_0 - 1)(q_0^2 + q_0 + 1)}$$

$$= \frac{b_1 (q_0^{3000} - 1)}{q_0 - 1} \left(1 + \frac{3q q_0^2}{q_0^2 + q_0 + 1} \right)$$

$$1 + \frac{3q q_0^2}{q_0^2 + q_0 + 1} = 5$$

$$q_0^2 + q_0 + 1 + 3q q_0^2 = 5q_0^2 + 5q_0 + 5$$

$$4q_0^2 + q_0 + 1 = 5q_0^2 + 5q_0 + 5$$

$$35q_0^2 - 4q_0 - 4 = 0$$

$$D = 64 + 4 \cdot 4 \cdot 35 =$$

$$35q_0^2 - 4q_0 - 4 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 35 \cdot 4$$

$$q = \frac{4 \pm \sqrt{156}}{70}$$

$$S' = S + 2 \frac{b_2 (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} = S + \frac{2q b_1 (q^{3000} - 1)}{(q^2 - 1)(q + 1)}$$

$$= \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} \left(1 + \frac{2q}{q + 1} \right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 16 \\ \hline 210 \\ + 35 \\ \hline 560 \end{array} \quad \begin{array}{r} 31 \\ \times 26 \\ \hline 186 \\ + 106 \\ \hline 806 \end{array}$$

$$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(x+3)^2 - 49$$

$$(x+3-7)(x+3+7) = (x-4)(x+10)$$

$$\left(\frac{x+5\cdot 2}{2\sqrt{2}}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4)(x+10)$$

$$x = -10$$

$$x \neq -10$$

$$\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = (x-4)$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 4 \cdot 2 \cdot (x-4)^2$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$3 \quad 27 - 8 \cdot 9$$

$$4 \quad 42$$

$$4 \cdot 64 - 8 \cdot 4 \cdot 4$$

$$x = 6$$

$$\begin{array}{r} 6 \cdot 6 \\ \times 36 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$216 - 8 \cdot 6 \cdot 6 =$$

$$\begin{aligned} a^3 - \\ (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a-b)^3 &= \\ a^3 - b^3 &= \\ &= (a-b) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 16 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$6 \cdot 6 \cdot 6 - 6 \cdot 6 \cdot 8 = 6 \cdot 6(6 - 8) = 36 \cdot 2$$

№4

$$25 \cdot 4 = 100$$

$$(x-6)(x^2 - nx - 12) = 0$$

$$x^3 - nx^2 - 12x - 6x^2 + 6nx + 72$$

$$x^3 - x^2(n+6) - 6x(2+n) + 72 = 0$$

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 12x - 6x^2 + 12x + 72$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 4 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$66 = 6 \cdot 11^5$$

$$63 = 6 \cdot 1$$

$$x^3 - 8x^2 + 72$$

6

1

-8

72

6

07

-

$$216 - 8 \cdot 36 = 2$$

$$6 \cdot 36(2 - 8)$$

$$6 \cdot 6 \cdot 6 - 6 \cdot 6 \cdot 8$$

$$6 \cdot 6(6 - 8) = -72 + 72$$

$$\sqrt{33} \approx 6$$

S =

$$4900 = 49 \cdot 100$$

$$S = \frac{61(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$5S = \frac{61(q^{3000} - 1)}{q - 1} + \frac{63(q^{1000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$4x^4$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 = 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 4$$

$$(2x^2 + 1)^2$$

$$x^2(4x+1) + 4x+4$$

$$= \frac{61(q^{3000} - 1)}{q - 1} \left(1 + \frac{q^2}{q^2 + 2q + 1} \right)$$

$$5 = 1 + \frac{q^2}{q^2 + q + 1}$$

$$5q^2 + q + 5 = q^2 + q + 1 + q^2$$

$$16 \cdot 9 = 25$$

$$4 \cdot 100 \cdot 9$$

$$3600$$

3

$$\begin{array}{r} \times 35 \\ 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4900 \overline{) 116} \\ - 48 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 210 \\ 35 \\ \hline 560 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4900 \overline{) 8} \\ - 48 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4900 \overline{) 4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 876 \overline{) 26} \\ - 52 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$1225 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 1225 \overline{) 5} \end{array}$$

$$245 \overline{) 6}$$

$$49$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+3)^2 - 49$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4)(x+10)$$

$x = -10$ - корень (посторонний)

$$x \neq -10$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 4 \cdot 2(x-4)^2$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x^2 - 8x + 16)$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$x = 6$$

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$D = 4 + 12 \cdot 4 = 52$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{2} = 1 \pm 2\sqrt{13}$$

Ответ: ~~$x = -10$~~ ; $x = 6$; $x = 1 \pm 2\sqrt{13}$

b_1

$b_1 q$

$b_1 q^2$

$b_1 q^3$

$$b_1(q + q^2 + q^3 + q^4)$$

$$b_1(q^{n-1} + q^n + q^{n+1})$$

$$SS = \frac{b_1}{1 - q^2}$$

$$y - x + 8 > 0$$

$$y + x + 8 > 0$$

$$y - x + 8 + y + x + 8 = 16$$

$$2y = 0$$

$$y = 0$$

$$\begin{array}{r} 384 \\ 495 \\ \hline 879 \\ 879 \times \\ 91 \\ \hline 428 \\ \hline 815 \\ 441 \\ \hline 815 \\ 815 \times \\ 9 \\ \hline 429 = \\ = 39 + 099 \\ \hline 099 \\ 56 \\ \hline 012+ \\ 91 \\ 98x \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 94 \\ 041 \\ \hline 441 \\ 98x \\ 2 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N2

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ где } n - \text{ количество членов прогрессии}$$

~~$$5S = S + 39b_1(q^n - 1)$$~~

$$5S = S + \frac{39b_1(q^n - 1)}{q^3 - 1} = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} + \frac{39 \cdot q^2 b_1(q^n - 1)}{q^3 - 1} =$$

$$= \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \left(1 + \frac{39q^2}{q^2 + q + 1} \right)$$

$$1 + \frac{39q^2}{q^2 + q + 1} = 5$$

$$q^2 + q + 1 + 39q^2 = 5q^2 + 5q + 5$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 4 \cdot 35 = 576 =$$

$$529 + 576 =$$

$$= 1105$$

$$1105$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ \times 24 \\ + 86 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 24 \\ \times 24 \\ + 96 \\ \hline 48 \end{array}$$

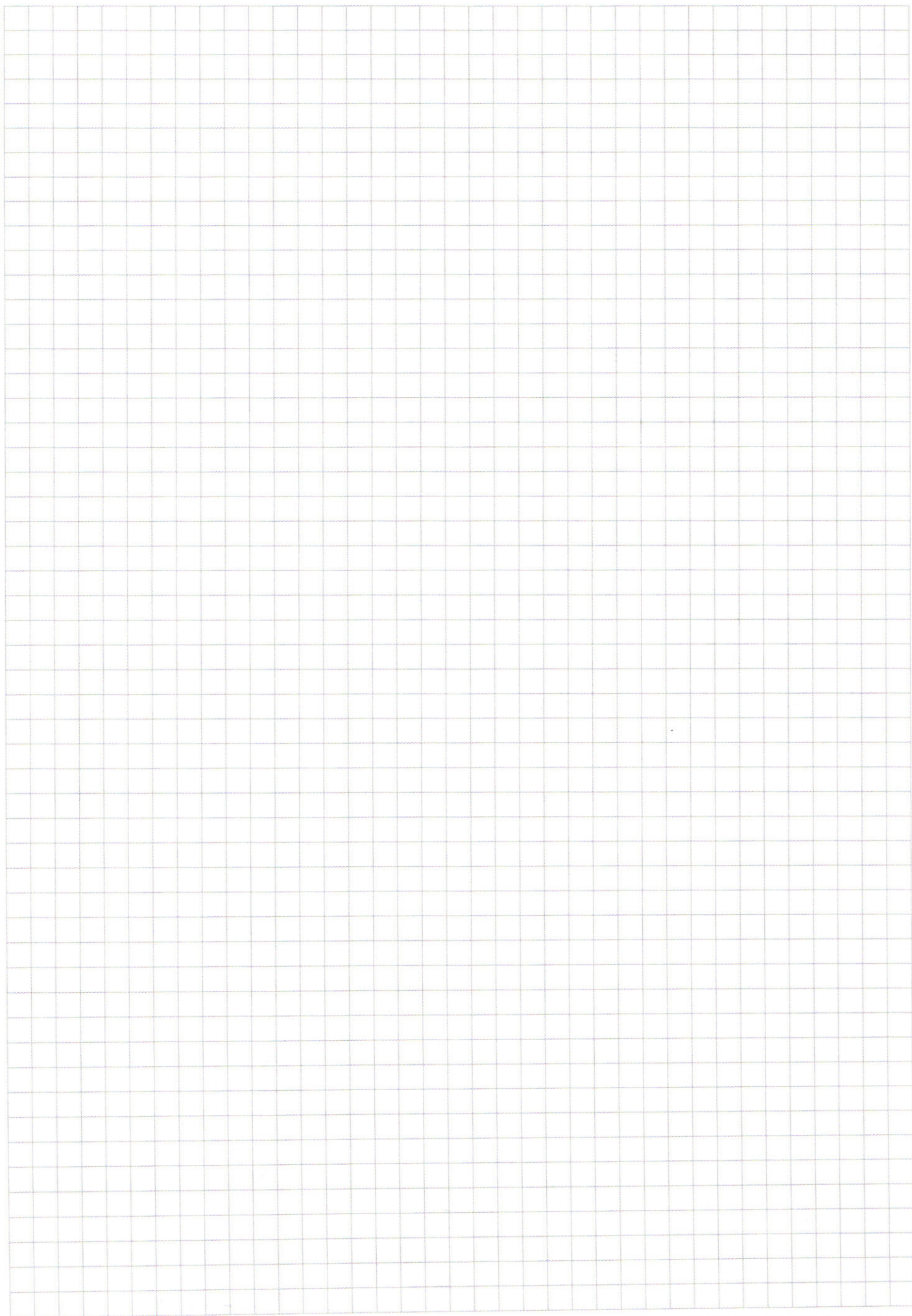
$$576$$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ \times 23 \\ + 60 \\ \hline 46 \end{array}$$

$$529$$

$$\times 113$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{1105} \\ 1105 \quad 5 \\ \hline 1105 \quad 221 \end{array}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$5 + 4 - 5 \cdot 3 + 4$$

$$4 + 1 - 5 + 4$$

$$S = b_1 \cdot (q^n - 1) / (q - 1)$$

$$S = b_1 \cdot (q^{3600} - 1) / (q - 1)$$

$$5S = S + b_3 \cdot (q^{1000} - 1) / (q - 1)$$

$$y = \frac{b_3 \cdot (q^{1000} - 1)}{999}$$

$S = x + y$, где x - сумма членов с номерами $\div 3$, а y - сумма членов с номерами $\div 3$

$$5S = x + 40y$$

$$4S = 39y$$

$$S = \frac{b_1 \cdot (q^{3000} - 1)}{2999}$$

$$\begin{array}{r} 1 \times 35 \\ 4 \\ \hline 140 \\ 4 \\ \hline 560 \end{array}$$

Z - сумма членов с номерами кратными 2

$$Z = \frac{b_2 \cdot (q^{1500} - 1)}{1499}$$

$$4x^4 + (x+2)^2 + 5x^2(x+2) \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^2 + 4$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4$$

$$4x^4 + 4x^3 + x^3 + x^2 + 4x + 10x^2 + 4$$

$$4x^3(x+1) + x^2(x+1) + 4(x+1) + 10x^2$$

$$4 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + 2 - 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} + 4$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 2 - \frac{25}{8} + 4$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} + 4$$

$$\begin{array}{r} 1 \times 24 \\ 24 \\ \hline 48 \\ 2576 \\ \hline 4a^2 + b^2 + 5ab = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a \\ 2 \\ 5 \\ + \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^2(x+2) + 4$$

$$4x^4 + x^2 + 4$$

$$(2x^2 + 2) - 3x^2$$

$$x^2(1 + 5(x+2))$$

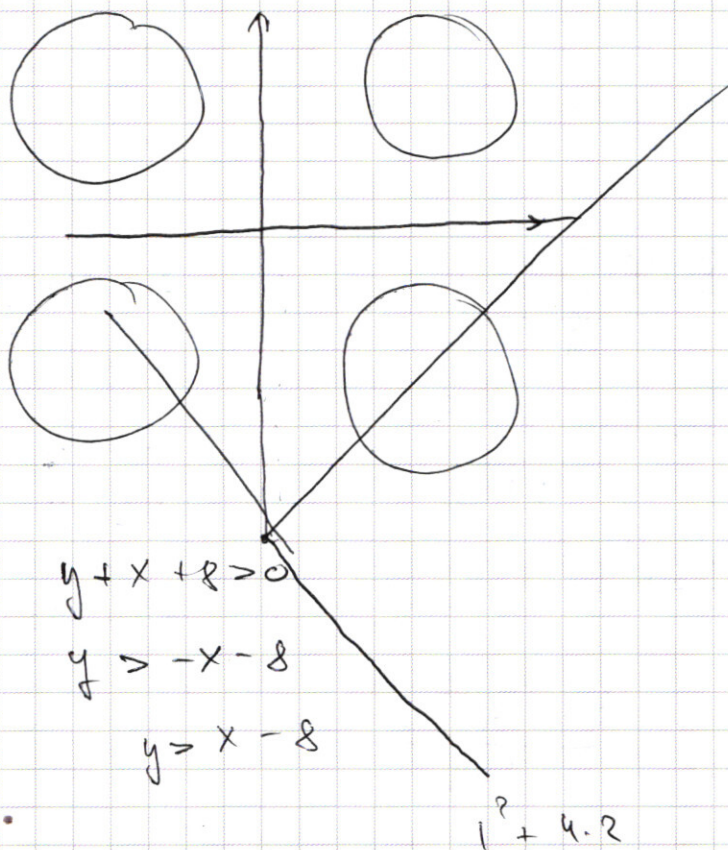
$$x^2(1 + 5x + 10)$$

$$x^2(4x^2 + 5x + 10)$$

$$x^2(4x$$

$$4 + 11 = 4 - 5 \neq$$

$$4 \cdot 2^4 + 11 \cdot 2^4 - 8 - 40$$

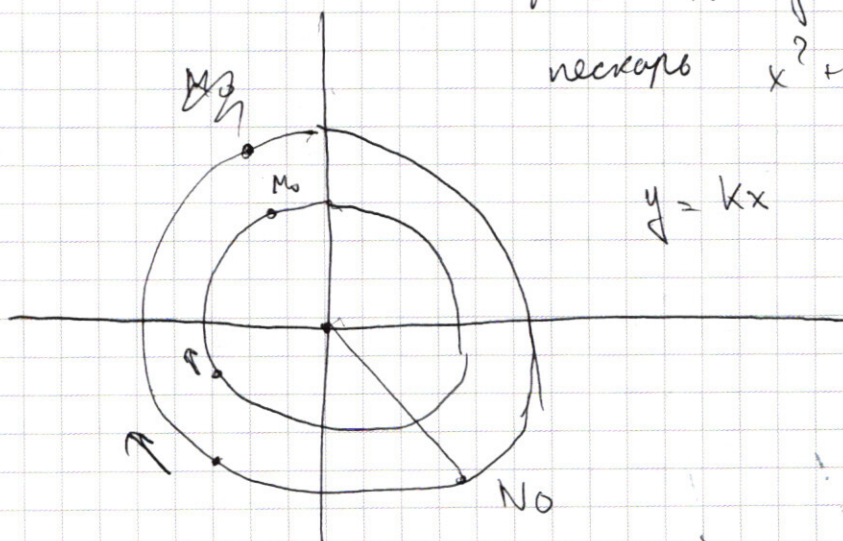


корень $x^2 + y^2 = 7$

нескорь $x^2 + y^2 = 36$

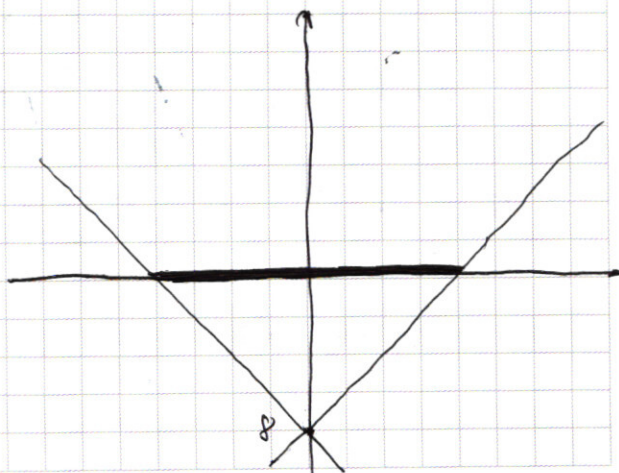
$$4 + 16 \cdot 2$$

$$4 + 32 = 36$$



$$y = -x - 8$$

$$y = +x - 8$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$x = -2$$

$$x > -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \\ \underline{4x^4 - 5x^3} \\ -9x^2 + 4x + 4 \end{array}$$

$$x < -2$$

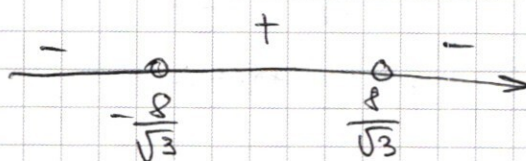
$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} \geq 0$$

$$x^3 - 64x^2 - 3x^2 - 64 = 0$$

$$x^2 = \frac{64}{3}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{64}{3}} = \pm \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$-343 + 64 \cdot 7 + 200$$



$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 49 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$-1000 + 640 + 200$$

$$9^3 - 64 \cdot 9 + 200$$

$$\sqrt{13} \approx 4$$

$$1 + 2 \cdot 4 = 9$$

$$216 - 64 \cdot 6 + 200$$

$$\begin{array}{r} 264 \\ \times 64 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 81 \\ 9 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 64 \\ 9 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$(1 + 2\sqrt{13})^3 - 64$$

$$1 - 2\sqrt{13}$$

$$\begin{array}{r} 4^3 - 64 \cdot 4 + 200 \\ 4 \cdot 64 \\ \times 64 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^2(x+2) + 4$$

$$4x^4 + 4$$

$$(x+2)^2 + 4x^4 + 5x^2(x+2)$$

$$(x+2)(x+2+5x^2) + 4x^4 = 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^2(x+2) + 4$$

$$(x+2)^2 + 4x^4 + 5x^2(x+2)$$

$$(x+2) = y$$

$$y^2 + 4(y-2)^4 + 5(y-2)^2$$

$$y^2 + 4(y-2)^4 + 5(y-2)^2 y$$

$$(y-2)^2 (4(y-2)^2 + 5y) + y^2$$

$$y^2$$

$$x^2(x+2) \left(\frac{4x^2}{x+2} + \frac{(x+2)}{x^2} + 5 \right) = 0$$

$$x^2(x+2) (4x^4 + (x+2)^2 + 5x^2(x+2))$$

$$b_3 \quad b_6$$

$$b_3 = b_1$$

$$b_6 = b_1 \cdot q^5$$

$$b_3 = b_1 \cdot q^2$$

$$q^3$$

$$y + x = S$$

$$y + 40x = 5S$$

$$S = b_1(1 - q^n)$$

$$\times \frac{24}{16}$$

$$2 + 4 + 8 + 16$$

$$2 + 4 + 8 + 16 = \frac{210}{35} = 60$$

$$S = 2(1 - 2^3)$$

$$S = 2(2^3 - 1) = 14$$

$$2 + 4 + 8 + 16$$

$$S = b_1(q^n - 1)$$

$$S = b_1(q^4 - 1) =$$

$$2 \cdot (2^4 - 1) = 30$$

$$3 + 9 + 27 = 39$$

$$3 \cdot (3^3 - 1) = 81 - 3 = 78$$

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$4 + 16 + 64 = 84$$

$$\frac{4(8^3 - 1)}{3} = \frac{4 \cdot (64 - 1)}{3} =$$

$$= \frac{4 \cdot 63}{3} =$$

$$= 84$$